

## ANÁLISE NUMÉRICA DO PUNÇOAMENTO EM LAJES FUNGIFORMES PRÉ-ESFORÇADAS



Nuno Mamede

FCT/UNL  
Caparica  
nunofsmamede@hotmail.com

Duarte Faria

UNIC-FCT/UNL  
Caparica  
duamvf@gmail.com

António Ramos

UNIC, FCT/UNL  
Caparica  
ampr@fct.unl.pt

### SUMÁRIO

Neste trabalho apresenta-se um estudo relativo à capacidade resistente ao punçoamento de lajes fungiformes pré-esforçadas. O estudo efetuou-se com recurso a um *software* de análise numérica não linear. Estudaram-se modelos de laje ensaiadas em laboratório, de forma a se obter a validação do modelo. Posteriormente, levou-se a cabo um estudo paramétrico no qual se desenvolveram 140 modelos numéricos onde se variaram algumas características que influenciam este fenómeno. Concluiu-se que o modelo numérico prevê, com satisfatória aproximação, o comportamento dos modelos experimentais. A aplicação de pré-esforço, quando de compressão, leva a uma diminuição da rotação da laje, a um aumento da sua rigidez e da sua capacidade de carga. O inverso ocorre quando o pré-esforço é de tração. Finalmente, compararam-se as previsões numéricas com as preconizadas nos códigos e regulamentos mais recentes.

**Palavras-chave:** Punçoamento, Pré-esforço, Análise Numérica, Lajes Fungiformes.

### 1. INTRODUÇÃO

O punçoamento em lajes fungiformes ocorre numa zona de descontinuidade geométrica, resultando de uma grande concentração de tensões na vizinhança da ligação laje-pilar, podendo resultar numa rotura local dessa ligação ou, por colapso progressivo, numa rotura

mais global. Trata-se de um dos fenómenos mais complexos nas estruturas de betão armado.

A capacidade de perceber e prever este fenómeno é deveras importante, uma vez que torna mais segura a utilização de lajes fungiformes, elementos de simples e rápida execução, evitando futuras lacunas e protegendo recursos quer a nível material quer a nível humano.

O recurso a ferramentas de análise numérica tem assumido relevante importância na engenharia civil, já que estas possibilitam a simulação do comportamento de estruturas de betão armado. As ferramentas mais complexas asseguram a capacidade de prever o comportamento dos materiais de forma não linear, principalmente o betão, tornando possível a análise e simulação dos mais variados tipos de estruturas de betão armado. No entanto, uma calibração dos modelos numéricos nunca pode ser dispensada de forma a se obter validação dos resultados obtidos.

A existência simultânea de forças axiais e perpendiculares ao plano de lajes é frequente nas zonas de ligação laje-pilar em lajes pré-esforçadas e nos banzos dos tabuleiros das pontes, justificando-se portanto o seu estudo.

Neste trabalho pretende-se analisar a influência de alguns parâmetros na resistência ao punçoamento de lajes fungiformes sujeitas a forças axiais de compressão e de tração. Foram consideradas forças axiais a atuar em uma ou duas direções ortogonais. Apresenta-se ainda a comparação das previsões numéricas com as previsões resultantes da aplicação do Eurocódigo 2 (EC2) [1] e do *Model Code 2010* (MC2010) [2].

## 2. SOFTWARE ATENA 3D

O *software* utilizado para a análise numérica dos modelos em estudo foi o ATENA 3D, permitindo analisar as lajes em três dimensões, tendo em conta o comportamento não linear dos materiais.

Segundo [3], o comportamento do betão foi simulado com base numa relação tensão-deformação uniaxial reduzida a partir de um estado biaxial de tensões. Para contabilizar o efeito de Poisson no comportamento uniaxial do betão foram introduzidas deformações uniaxiais equivalentes a esse estado. O ATENA 3D suporta dois modelos de fendilhação do betão: o *fixed crack model* e o *rotated crack model*. No primeiro modelo a fenda assume a direção com que inicia a sua formação, mantendo-se sempre na mesma direção apesar do aumento de carga e deformações. Se ocorrer rotação das deformações principais as tensões principais não acompanham a rotação e originam-se tensões de corte na vizinhança da fenda. No modelo de fendilhação *rotated crack model* a direção da fenda sofre uma rotação sempre que as tensões principais rodam, sendo que a direção em que o material possui maior resistência é sempre perpendicular à fenda. Na elaboração deste trabalho o modelo de fendilhação foi assumido como uma combinação entre os dois modelos, visto ser o que melhores resultados fornece, segundo Nogueira [4]. Os elementos sólidos do betão

foram simulados com elementos hexaedros com 8 nós de integração, também conhecidos por elementos *Brick*.

Os varões de armadura longitudinal foram considerados como armadura discreta. Estes foram simulados através de elementos barra, sendo simulado cada varão individualmente e foi assumido um comportamento bilinear para o aço das armaduras. Foi ainda assumida uma aderência perfeita entre os varões da armadura e o betão – *perfect bond.*, como recomendado por Nogueira [4].

Os modelos numéricos foram simulados com carregamento prescrito através da introdução de uma deformação por passo de cálculo para a carga vertical. Para a aplicação das forças axiais no plano introduziram-se as cargas através de chapas metálicas nos bordos das lajes para o caso dos modelos sujeitos a compressão. Nos modelos com tração as cargas foram aplicadas em varões de alta resistência embebidos nas lajes a meia altura desta. A redistribuição dos esforços internos nos elementos finitos devido ao comportamento não linear dos materiais, os esforços resultantes e estados de deformação foram tidas em conta satisfazendo os três critérios mecânicos: equilíbrio de esforços, compatibilidade de deformações e lei dos materiais. O processo de cálculo numérico utilizado pelo *software* para obter soluções foi o método iterativo Newton-Raphson. Os critérios de convergência das soluções numéricas foram: erro de deslocamento, erro residual, erro residual absoluto e erro de energia [3].

### **3. CALIBRAÇÃO – BENCHMARK**

Neste capítulo descrevem-se os modelos experimentais e numéricos utilizados na calibração do modelo numérico. Um total de 15 modelos de laje fungiforme maciça foram testados ao punçoamento, cinco delas estudadas e desenvolvidas por Ramos *et al.* [5]; quatro foram desenvolvidas por Regan [6] e as restantes seis fizeram parte de um estudo elaborado por Clément *et al.* [7]. Foram comparados os resultados experimentais com os numéricos, nomeadamente deslocamentos verticais e cargas de rotura, de forma a se obter validação do modelo numérico a empregar no estudo paramétrico, apresentado no capítulo seguinte.

#### **3.1 Modelos Experimentais**

Os modelos ensaiados por Ramos *et al.* [5] foram denominados de AR3 a AR7. Estes tinham dimensões de 2300x2300 mm<sup>2</sup> em planta e espessura de 100 mm, o pilar foi simulado com recurso a uma chapa metálica com seção de 200x200 mm<sup>2</sup>. O pré-esforço axial de compressão foi aplicado nos modelos nos bordos das lajes com recurso a um sistema composto por perfis metálicos ligados por cabos de pré-esforço e macacos hidráulicos. Após a aplicação das forças axiais, que se mantiveram constantes ao longo do ensaio, procedeu-se à aplicação de carga vertical. Os modelos AR3 e AR4 apenas tinham forças axiais numa direção (1D), enquanto os restantes modelos, AR5, AR6 e AR7 tinham

forças de compressão aplicadas nas duas direções (2D). Os modelos possuíam armadura longitudinal superior e inferior, nas duas direções. A armadura longitudinal superior era composta por varões 10 mm de diâmetro espaçados de 60 mm e a armadura inferior por varões 6 mm de diâmetro espaçados de 200 mm. A Fig. 1 ilustra algumas das características dos modelos AR, podendo-se obter maior detalhe em [4]. No Quadro 1 apresentam-se algumas propriedades dos modelos, no qual  $f_c$  é a tensão de resistência à compressão do betão em cilindros,  $d$  é a altura útil,  $\rho$  é a percentagem de armadura longitudinal de tração,  $\sigma_p$  é a tensão aplicada nos modelos (positivo – compressão; negativo – tração),  $f_y$  corresponde à tensão de cedência do aço das armaduras longitudinais e  $1D/2D$  traduz se os modelos têm pré-esforço em uma direção (1D) ou nas duas (2D).

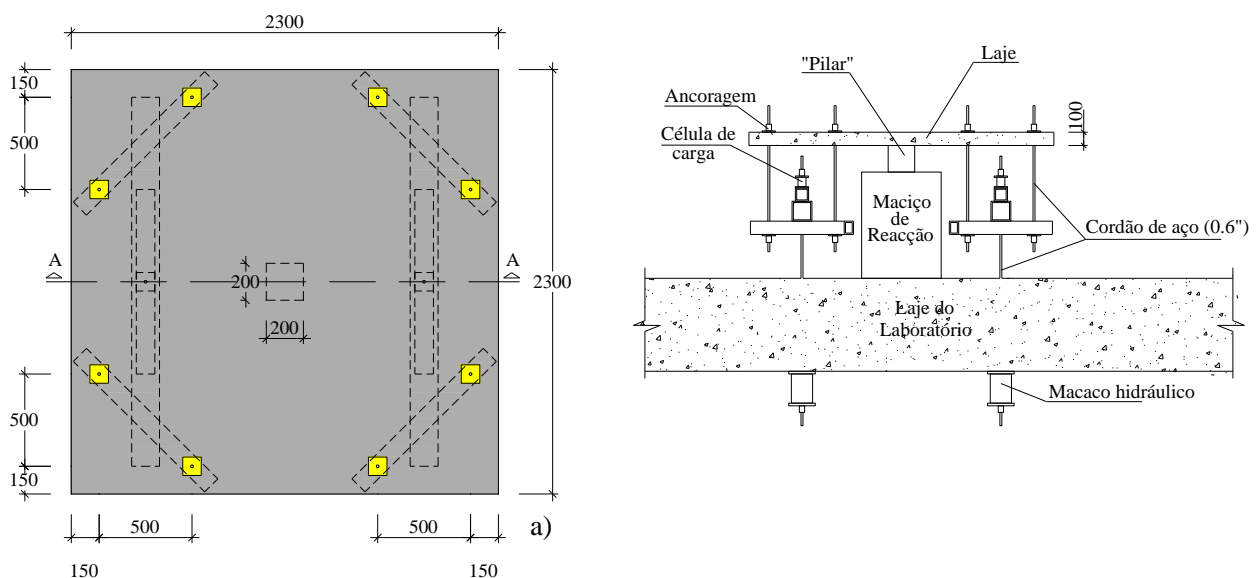


Figura 1. Vista superior e lateral dos modelos AR [mm], adaptado de Ramos *et al.* [5]

Regan [6] testou várias lajes fungiformes ao punçoamento com presença de forças axiais em apenas uma direção (1D), contemplando modelos com forças axiais de compressão e de tração. Os modelos foram denominados de BD1, BD5, BD6 e BD7. As lajes caracterizavam-se por terem  $1500 \times 1500 \text{ mm}^2$  em planta e 125 mm de espessura. As lajes apoiavam em chapas metálicas com 100 mm de largura em 2 ou 4 lados destas, como se ilustra na Fig. 2. O pilar foi simulado por uma chapa metálica com  $100 \times 100 \text{ mm}^2$  na qual um macaco hidráulico aplicava o carregamento até se atingir a rotura. A armadura longitudinal superior e inferior dos modelos compunha-se por varões de 12 mm de diâmetro espaçados a 87.5 mm, nas duas direções ortogonais. As forças axiais de compressão foram aplicadas com recurso a perfis metálicos e cabos de pré-esforço. As forças axiais de tração foram aplicadas por meio de barras de pré-esforço embebidos nos modelos até 300 mm desde o bordo para dentro da laje, a meio da espessura destes. No Quadro 1 expõem-se algumas características destes modelos.

Quadro 1. Propriedades gerais dos modelos utilizados na calibração.

Modelo	$f_c$ [MPa]	$d$ [m]	$\rho$ [%]	$\sigma_p^{(a)}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]	1D/2D
AR3	37,50	0,080	1,60%	2,00	523	1D
AR4	43,10	0,080	1,60%	3,10	523	1D
AR5	35,70	0,080	1,60%	2,00	523	2D
AR6	37,00	0,080	1,60%	1,90	523	2D
AR7	43,90	0,080	1,60%	2,70	523	2D
BD1	52,80	0,101	1,28%	7,65	530	1D
BD5	41,40	0,101	1,28%	-3,95	530	1D
BD6	43,30	0,101	1,28%	-3,95	530	1D
BD7	44,20	0,101	1,28%	-3,95	530	1D
PC5	33,80	0,201	0,80%	2,50	560	2D
PC6	34,70	0,203	1,54%	2,50	586	2D
PC7	40,50	0,201	0,78%	5,00	580	2D
PC8	41,90	0,198	1,59%	5,00	528	2D
PC9	37,20	0,210	0,77%	1,25	601	2D
PC10	37,50	0,208	1,51%	1,25	548	2D

(a) Valor positivo – compressão; valor negativo – tração.

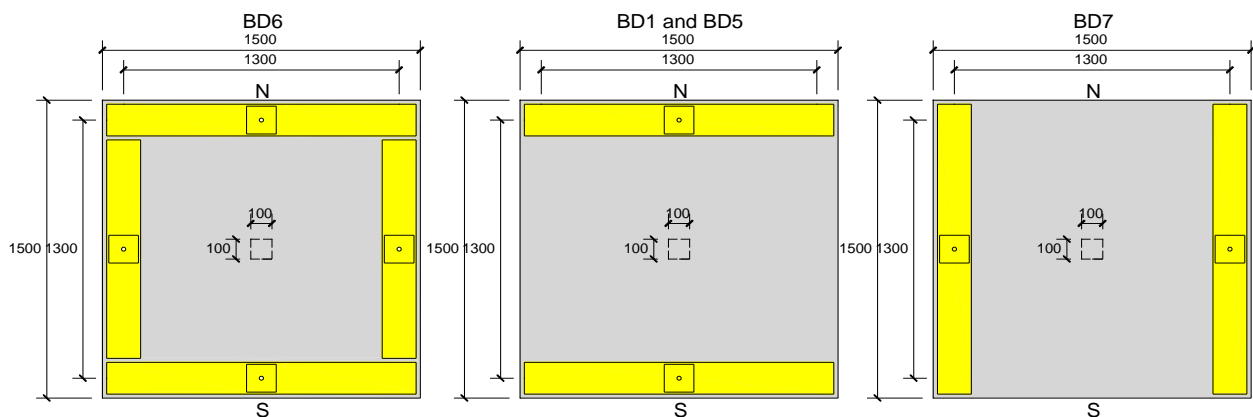


Figura 2. Vista em planta dos modelos BD [mm]. Regan [6]

Os restantes modelos utilizados para a calibração foram elaborados e estudados por Clément *et al.* [7]. Denominados no estudo de PC5 a PC10. Os modelos estavam sujeitos a forças de compressão nas duas direções (2D). A sua dimensão em planta era de 3000x3000 mm<sup>2</sup> e espessura de 250 mm. O pilar foi simulado por uma placa metálica quadrada com 260 mm de lado. Na Fig. 3 ilustra-se um esquema da vista em planta dos modelos. Cada par de modelos possuía a mesma força axial mas variava-se a percentagem de armadura, como se pode observar no Quadro 1, sendo que os modelos com percentagem geométrica de armadura próxima de 0,75% eram constituídos por uma

armadura superior composta por varões de 12 mm de diâmetro espaçados a 125 mm, os modelos restantes, com percentagem de armadura aproximadamente de 1.50%, tinham uma armadura constituída por varões de 20 mm de diâmetro, espaçados a 100 mm. As armaduras longitudinais foram distribuídas nas duas direções. A armadura longitudinal inferior consistia em varões com 10 mm de diâmetro espaçados a 100 mm, nas duas direções ortogonais. Para maior detalhe deve de ser consultada respetiva referência. As forças de compressão foram aplicadas através de chapas metálicas instaladas nos bordos da laje com dimensões de 250x520 mm<sup>2</sup> recorrendo a um sistema composto por vigas metálicas e cabos de pré-esforço ligados a macacos hidráulicos.

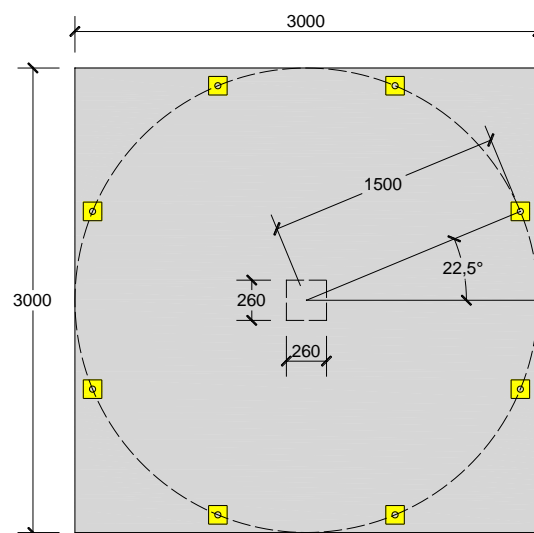


Figura 3. Vista em planta dos modelos da série PC [mm]. Clément *et al.* [7]

Nas campanhas experimentais, acima descritas, foram inicialmente aplicadas as forças axiais no plano médio das lajes e posteriormente os modelos foram carregadas perpendicularmente ao plano dos mesmos até se atingir a rotura.

### 3.2 Modelos Numéricos

Os modelos numéricos foram elaborados tendo em conta as geometrias apresentadas no ponto anterior e seguindo as especificações de cada modelo.

Na elaboração dos modelos numéricos, aproveitou-se a simetria dos modelos experimentais de forma a se poupar tempo e esforço computacional apenas se procedendo à modelação de  $\frac{1}{4}$  de laje. Introduziram-se, nas faces correspondentes aos eixos de simetria, as condições de fronteira necessárias para garantir a conformidade dos modelos. A malha de elementos finitos foi composta por elementos *Brick* com 8 nós de integração, função de interpolação linear, sendo refinada na zona junto ao pilar até aproximadamente uma distância de 3 vezes a espessura do modelo desde a face do pilar.

As propriedades do betão definidas pelo utilizador para a caracterização do material, no *software* utilizado, foram determinadas com base em valores experimentais, nomeadamente

a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos,  $f_c$ . A resistência à tração do betão,  $f_{ctm}$ , e o módulo de elasticidade,  $E_c$ , foram determinados segundo as recomendações indicadas no regulamento EC2 [1], equações 1 e 2, respetivamente. As equações 3 e 4, presentes no MC1990 [8] foram utilizadas para a obtenção da energia de fratura,  $G_F$ .

$$f_{ctm} = 0,30 \times (f_c - 8)^{2/3} \quad (1)$$

$$E_c = 9,923 \times f_c^{0,3} \quad (2)$$

$$G_F = G_{F0} \cdot \left( \frac{f_{ctm}}{10} \right)^{0,7} \quad (3)$$

$$G_{F0} = \begin{cases} 0,025; & dg = 8 \text{ mm} \\ 0,030; & dg = 16 \text{ mm} \\ 0,058; & dg = 32 \text{ mm} \end{cases} \quad (4)$$

No Quadro 2, apresentam-se os valores obtidos que caracterizam o material betão para cada modelo utilizado na fase de calibração.

Em todos os modelos numéricos, foram introduzidos os pontos de monitorização correspondentes ao monitoramento aplicado nos modelos experimentais, em termos de cargas e de deslocamentos verticais [5-7].

Quadro 2. Propriedades do betão utilizados no modelo numérico.

Modelo	$f_c$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_c$ [GPa]	$G_F$ [N/m]
AR3	37,5	2,86	29,43	63,06
AR4	43,1	3,22	30,69	69,51
AR5	35,7	2,75	29,00	60,93
AR6	37,0	2,83	29,32	62,47
AR7	43,9	3,26	30,86	70,41
BD1	52,8	3,78	32,62	80,13
BD5	41,4	3,11	30,32	67,58
BD6	43,3	3,23	30,73	69,74
BD7	44,2	3,28	30,92	70,75
PC5	33,8	2,62	28,53	58,64
PC6	34,7	2,68	28,76	59,73
PC7	40,5	3,06	30,12	66,55
PC8	41,9	3,14	30,43	68,15
PC9	37,2	2,84	29,36	62,71
PC10	37,5	2,86	29,43	63,06

### 3.3 Comparação de Resultados

#### 3.3.1 Deslocamentos verticais

Neste tópico apresenta-se a comparação entre os deslocamentos verticais dos modelos da série AR e da série PC. Não são apresentados para os modelos da série BD porque os resultados experimentais não estão disponíveis. Os deslocamentos comparados para a série AR foram o D1 e o D2, sendo no caso experimental a média desse com o equivalente da mesma linha de simetria (D1-D5 e D2-D4). Esta comparação foi assim definida devido a apenas se modelar  $\frac{1}{4}$  dos modelos na análise numérica. Os deslocamentos verticais da série PC,  $D_{pc}$ , foram estimados desde da rotação dos modelos. Na Fig. 4 indicam-se o posicionamento das leituras efetuadas. Apenas se apresentarão alguns gráficos de cada série de modelos, devido à limitação de espaço na publicação, ilustrados na Fig. 5.

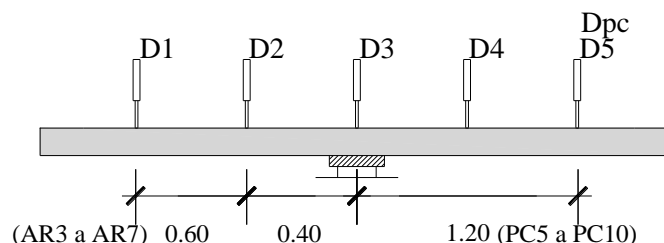


Figura 4. Posicionamento dos defletómetros dos modelos experimentais [m].

Tal como pode ser observado nos exemplos da Fig. 5, o comportamento observado experimentalmente foi simulado com boa concordância pela análise numérica, na maioria dos modelos usados para calibração, podendo ser considerados os resultados como bons. Tendo em conta todas as análises, pode-se observar que (1) na série AR, a maioria dos modelos numéricos apresentaram uma capacidade de deformação última maior que a verificada experimentalmente e que (2) em alguns modelos da série PC, nomeadamente os modelos PC7, PC8 e PC9, pode observar-se alguma discrepância entre o comportamento numérico e experimental, essencialmente na fase inicial do ensaio, facto que pode ser justificado pelo comportamento força-deslocamento vertical ter sido estimado com base nas curvas força-rotação, e essa aproximação apresentar alguns erros.



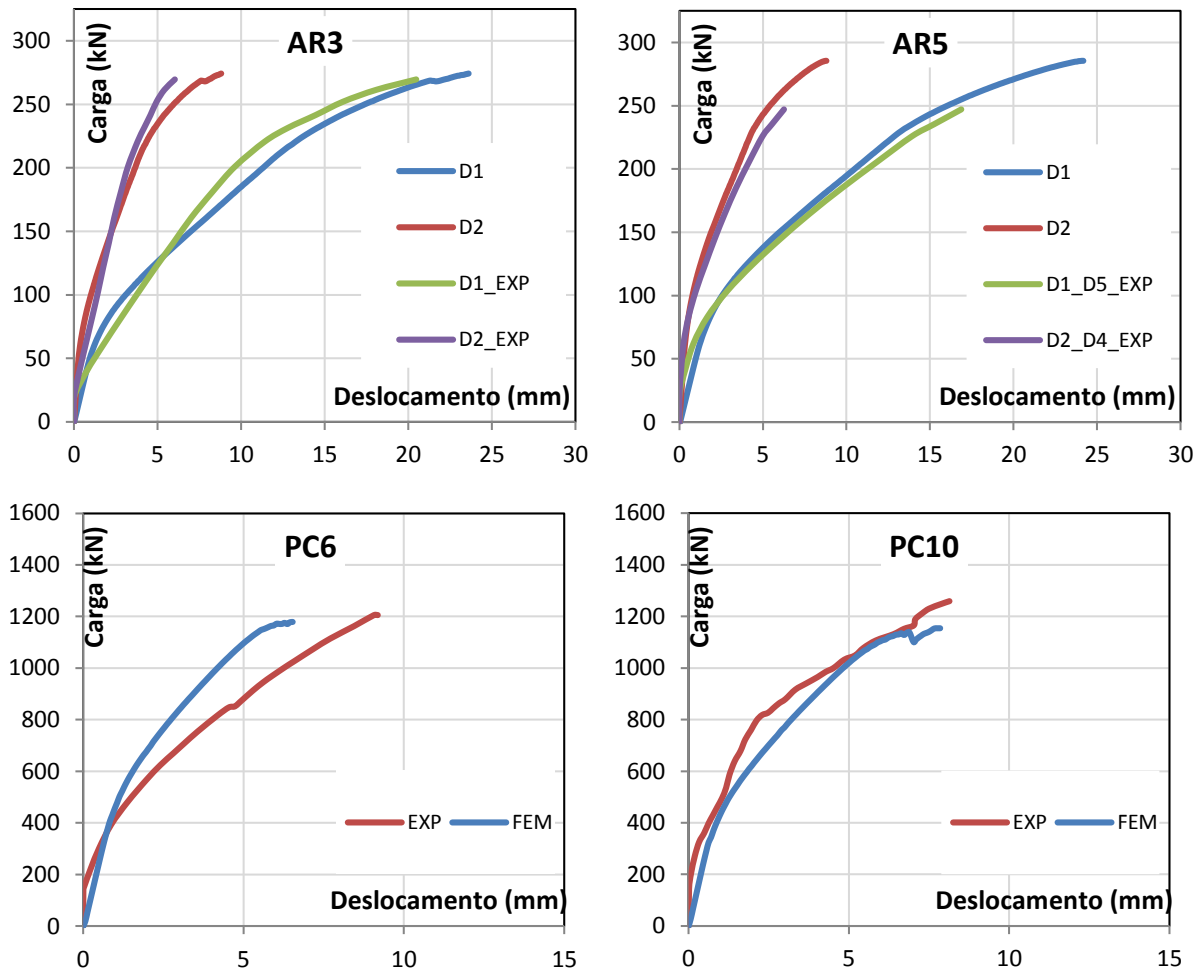


Figura 5. Comportamento de alguns modelos da série AR e PC – Carga-Deslocamento.

### 3.3.2 Cargas de rotura

O segundo ponto de comparação para validação do modelo numérico foi a avaliação entre as cargas de rotura experimentais e numéricas verificadas nos ensaios. No quadro 3 apresentam-se as cargas de rotura experimental,  $V_{EXP}$ , as obtidas numericamente,  $V_{FEM}$ , a relação entre estas, a média e o coeficiente de variação (COV) de cada campanha experimental. Apresentam-se, também, os valores da média e do COV de todos os modelos utilizados na calibração do modelo numérico.

Ao analisar o quadro 3, e observando cada uma das campanhas experimentais de forma independente, observa-se que as lajes da série AR mostraram um rácio  $V_{EXP}/V_{FEM}$  de 0.90 com um COV de 0.06, os modelos da série BD apresentaram num rácio médio de 1.02 com COV de 0.08 e as lajes da série PC exibiram uma média do rácio de 1.03 com COV de 0.05. Verifica-se, assim, que as cargas de rotura numérica dos modelos foram ligeiramente sobrestimadas, na totalidade dos modelos AR, enquanto nas outras séries, BD e PC, a

previsão numérica fixou-se, em média, um pouco abaixo da carga de rotura experimental. No geral, a média da relação entre as cargas de rotura experimentais e numéricas resultou em 0.99 com um COV de 0.08.

Dos resultados observados nas Fig. 5 e no Quadro 3, pode afirmar-se que as previsões numéricas revelaram capacidade para prever com boa precisão o comportamento e cargas de rotura dos modelos utilizados no estudo, visto a grande diversidade de características dos modelos, que contemplavam forças axiais no plano nas duas ou apenas numa direção, de tração e de compressão.

#### 4. ESTUDO PARAMÉTRICO

Neste tópico apresenta-se um estudo paramétrico da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes através de análise numérica, com base no modelo numérico e *software* apresentados anteriormente. Foram desenvolvidos 165 modelos numéricos que simularam a zona de lajes fungiformes adjacentes a um pilar interior. Os parâmetros variados neste estudo paramétrico foram as forças de compressão e tração na laje (2D), a espessura da laje e a resistência à compressão do betão.

Quadro 3. Valores das cargas de rotura ao punçoamento experimentais e numéricas.

Modelo	$V_{EXP}$ [kN]	$V_{FEM}$ [kN]	$V_{EXP} / V_{FEM}$		
			Rácio	Média	COV
AR3	270	274,24	0,98	0,90	0,06
AR4	252	292,52	0,86		
AR5	251	285,52	0,88		
AR6	250	288,08	0,87		
AR7	288	309,40	0,93		
BD1	293	289,48	1,01	1,02	0,08
BD5	208	215,04	0,97		
BD6	225	237,92	0,95		
BD7	221	194,24	1,14		
PC5	1141	1079,20	1,06	1,03	0,05
PC6	1205	1178,80	1,02		
PC7	1370	1436,40	0,95		
PC8	1494	1457,20	1,03		
PC9	1105	1045,60	1,06		
PC10	1259	1154,00	1,09		
Todos os modelos				0,99	0,08

#### 4.1 Variáveis de estudo, geometria e materiais

No estudo paramétrico, como já referido acima, foram variados três parâmetros e tomaram-se outros como constantes, nomeadamente a percentagem longitudinal de armadura, igual a 1%, e a dimensão do pilar com secção de 300x300 mm<sup>2</sup>.

As variáveis utilizadas no estudo foram a espessura da laje,  $h$  (200, 250, 300, 350 e 400 mm), a resistência do betão à compressão em provetes cilíndricos,  $f_c$  (25, 35, 45 e 55 MPa), e a força axial aplicada ao modelo ( $i$  a valer T de tração ou C de compressão em MPa),  $\sigma_i$  (1T, 0,5T, 0, 2C, 4C, 6C e 8C MPa).

As dimensões dos modelos foram dependentes da respetiva espessura. Recorrendo à relação, orientada para lajes fungiformes maciças,  $h = L/30$  e aproximando a linha de momentos nulos a 22% do vão,  $L$ . As dimensões dos modelos foram ligeiramente acrescentadas para lá dessa linha de modo a se poder colocar os apoios (chapas metálicas com 100x100x20 mm<sup>3</sup>). No Quadro 4 apresentam-se as dimensões dos modelos do estudo paramétrico.

Quadro 4. Dimensões dos modelos do estudo paramétrico.

$h$ [m]	$L$ [m]	$0,22 \times L$ [m]	$L_{\text{modelo}}$ [m]	$d$ [m]
200	6,00	1,32	1,50	0,165
250	7,50	1,65	1,80	0,215
300	9,00	1,98	2,10	0,265
350	10,50	2,31	2,40	0,315
400	12,00	2,64	2,70	0,365

As forças de compressão foram aplicadas através de chapas metálicas nas faces exteriores dos modelos equivalentes às tensões assumidas previamente, enquanto que as forças axiais de tração foram aplicadas através de varões de alta resistência embebidos na laje com as forças aplicadas no sentido contrário à laje na ponta de cada varão.

De forma a haver coerência na classificação das características do betão utilizado no estudo paramétrico as características foram calculadas segundo as equações 1 a 4 com base no valor de  $f_c$ .

A armadura longitudinal inferior consistia na recomendação da norma EC2 [1] e a armadura superior foi assumida com varões de um determinado diâmetro,  $d_\phi$ , espaçados a 100 mm de forma a se ter uma percentagem de 1.00% na secção.

Foram monitorizados os pontos de aplicação das cargas, carregamento vertical e horizontal, e os deslocamentos verticais, sob os eixos de simetria, nos pontos correspondentes a distâncias de 0.5, 1.0 e 1.5 metros do centro dos modelos, nas duas direções ortogonais. Os deslocamentos apresentados nos resultados serão medidos a 1.0 m do centro do pilar.

## 4.2 Análise dos resultados

Dada a extensão de modelos numéricos analisados no estudo, no presente apenas se apresentam alguns elementos apesar das conclusões serem tiradas com base em todos os modelos.

### 4.2.1 Comportamento dos modelos numéricos

#### Influência das forças axiais no plano

Na Fig. 6 apresenta-se o comportamento dos modelos numéricos aquando da variação das forças axiais no plano. Mostra-se assim, a influência das forças no plano nas duas direções ortogonais, em modelos com a mesma espessura e a mesma classe de betão.

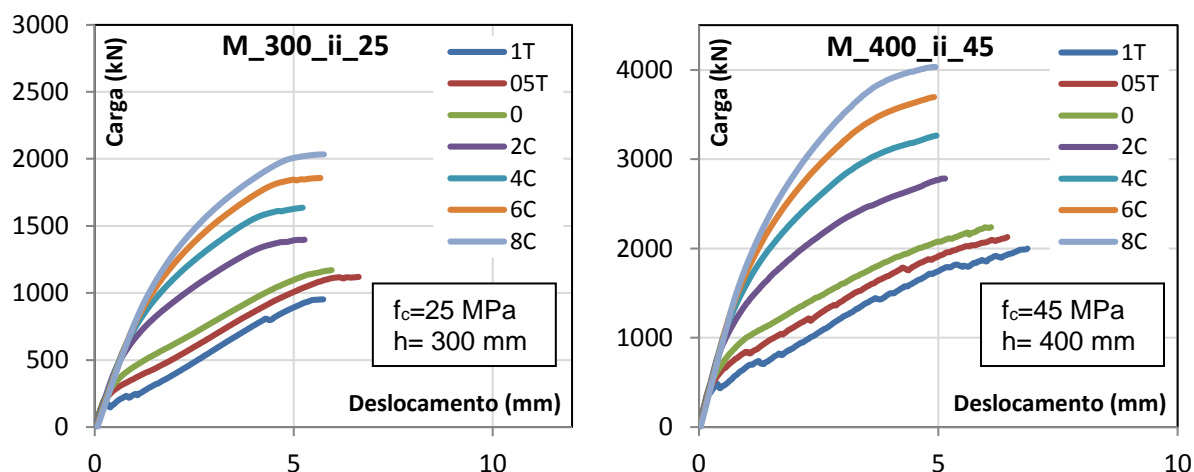


Figura 6. Gráficos carga-deslocamento – influência das forças axiais no plano.

Verifica-se que a presença de forças de tração no plano das lajes provocaram uma diminuição das cargas de rotura. Em geral, quanto maior o valor da tensão de tração, maiores são as deformações que se observam para o mesmo nível de carga vertical aplicada, dado o maior grau de fendilhação do betão. No caso dos modelos com forças de compressão, dá-se o contrário, sendo que o aumento destas leva a um aumento da resistência ao punçoamento.

#### Influência da espessura da laje

Na Fig. 7 apresenta-se, dois exemplos, da influência da espessura da laje no comportamento ao punçoamento para diferentes níveis de forças axiais e resistência à compressão do betão. Observou-se que ao se aumentar a espessura da laje a previsão numérica da resistência ao punçoamento aumenta, seguida de uma diminuição da capacidade de deformação. Verifica-se, ainda, que ao aumentar a espessura dos modelos a fase de resposta elástica da laje aumenta.

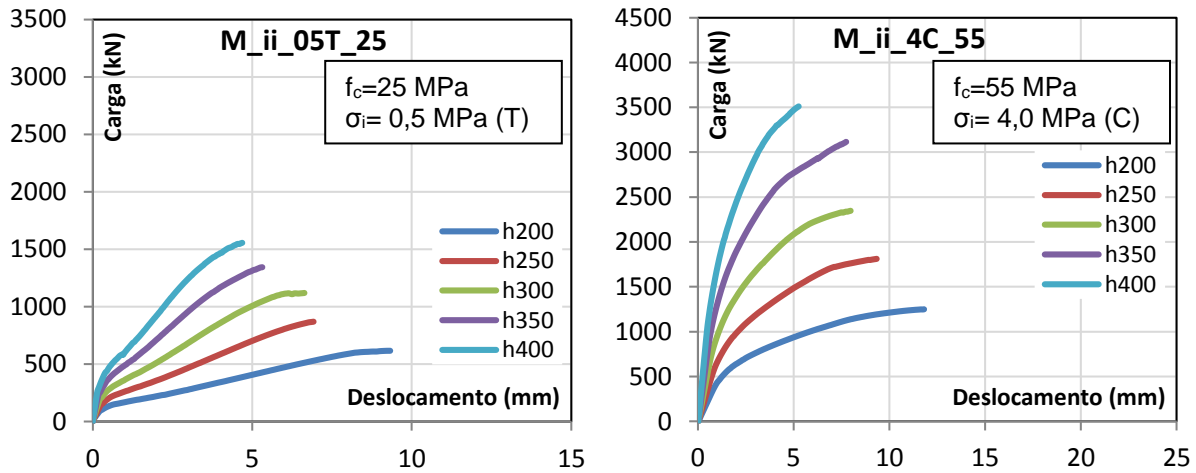


Figura 7. Gráficos carga-deslocamento – influência da espessura da laje.

### Influência da resistência do betão à compressão

Os dois exemplos apresentados na Fig. 8 ilustram a influência da resistência do betão à compressão na resistência ao punçoamento. Verificou-se que com o aumento da resistência do betão as previsões numéricas para a capacidade de carga aumentaram. Observou-se que a fase de resposta elástica prolonga-se até patamares de carga superiores consoante a resistência do betão aumenta. Finalmente, verificou-se que com o aumento da classe de resistência do betão, maiores foram os deslocamentos na rotura previstos pela análise numérica, sendo esta tendência mais marcada para lajes com menos espessura.

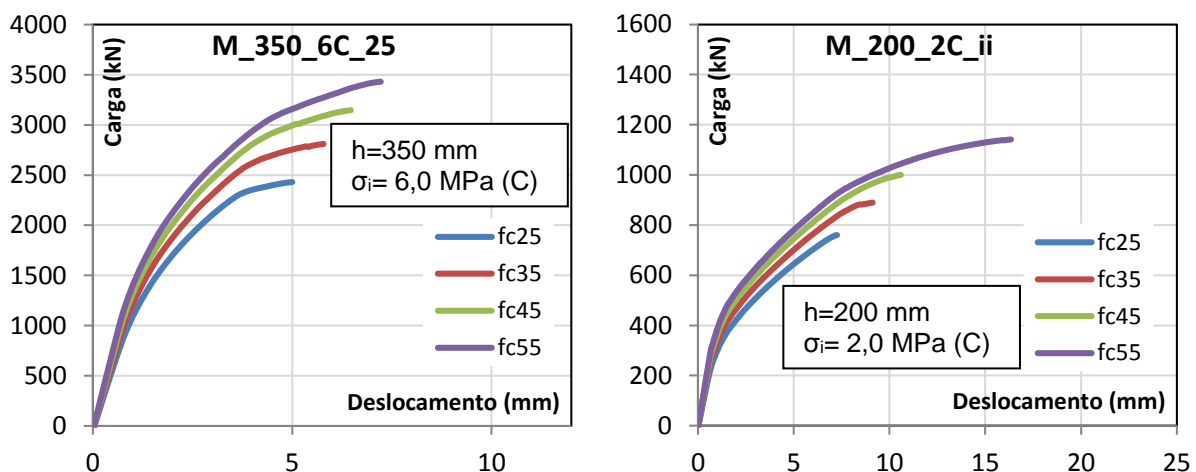


Figura 8. Gráficos carga-deslocamento – influência da resistência à compressão do betão.

#### 4.2.2 Cargas de rotura

No quadro 5 apresenta-se a média da relação entre as cargas numéricas de rotura ao punçoamento obtidas,  $V_{FEM}$ , e as cargas previstas utilizando as metodologias preconizadas no EC2 [1],  $V_{R,EC2}$  e no MC2010 [2] (níveis de aproximação III e IV,  $V_{R,MC2010\_III}$  e  $V_{R,MC2010\_IV}$ , respetivamente). Compararam-se ainda os resultados experimentais com uma expressão desenvolvida por Clément *et al.* [7] (nível de aproximação III,  $V_{Cl\_III}$ ). Apresentam-se ainda o coeficiente de variação, COV, e o percentil 5% de cada relação. No cálculo da resistência ao punçoamento foram utilizados os valores médios das propriedades dos materiais e não foram considerados os coeficientes parciais de segurança.

Quadro 5. Relação entre as previsões numéricas e as previsões das normas correntes.

	$V_{FEM}/V_{R,EC2}$	$V_{FEM}/V_{R,MC2010\_III}$	$V_{FEM}/V_{R,MC2010\_IV}$	$V_{FEM}/V_{Cl\_III}$
Média	1,09	1,48	1,33	1,19
COV	0,114	0,131	0,104	0,097
Percentil (5%)	0,90	1,16	1,14	1,01

No quadro 5 observa-se que a previsão do EC2 [1] apresenta a melhor aproximação média aos resultados obtidos (média de 1.09 com COV de 0.114), mas com um valor do percentil de 5% abaixo da unidade, o que revela falta de conservadorismo. As previsões da resistência ao punçoamento segundo o MC2010 [2] para nível III e nível IV de aproximação, apresentam valores um pouco conservativos, sendo estes mais conservativos para as previsões associadas ao nível III, mas com o percentil 5% destas previsões superiores a 1, ou seja algo conservadores. Por último, a previsão com base na equação proposta por Clément *et al.* [7] foi a que apresentou melhores resultados com um percentil 5% de 1.01.

#### 4.2.3 Forças axiais 1D/2D

Em paralelo com o estudo paramétrico, analisou-se ainda o efeito das forças axiais aplicadas nas duas ou apenas numa das direções dos modelos. Comparou-se a carga de rotura normalizada,  $V_{Norm} = V_{FEM} / (db_0 \sqrt{f_c})$  (onde  $b_0$  perímetro de referência a  $0,5d$  do da face do pilar), com as tensões axiais médias normalizadas,  $\sigma_c / f_c^{1/2}$ . Observando a Fig. 9 verifica-se que não houve diferenças significativas entre as previsões numéricas dos modelos com tensões axiais médias idênticas, tal como se pode observar nas linhas de tendência de FEM\_1d e FEM\_2d que estão praticamente sobrepostas. No entanto, verifica-se uma tendência ligeira de com o aumento das tensões axiais médias, a resistência dos modelos com forças nas duas direções ser ligeiramente superior, quando comparados com os modelos com tensões axiais apenas numa direção.

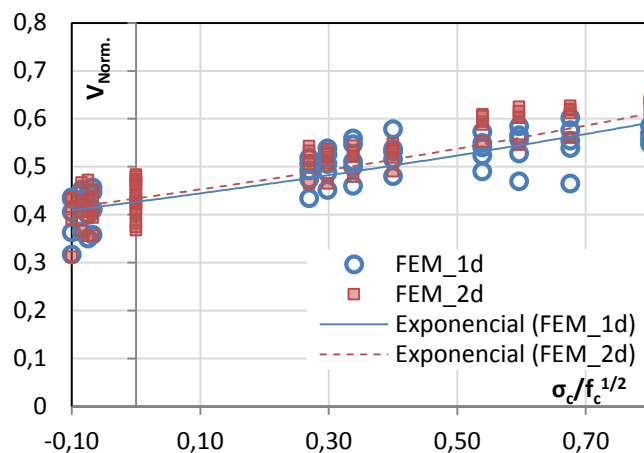


Figura 8. Relação das resistências previstas numericamente com forças 1D e 2D.

## 5. CONCLUSÃO

De acordo com os resultados obtidos, na fase de calibração dos modelos, pode concluir-se que o *software* ATENA 3D, com os parâmetros bem definidos/calibrados, tem a capacidade de prever de forma realística o comportamento de lajes fungiformes ao punçoamento, com presença de forças axiais 1D e 2D. Sendo as principais conclusões:

1. O aumento das forças axiais em tração diminui a resistência ao punçoamento, originando maiores deformações;
2. Quanto maior a força axial de compressão, maior é a resistência ao punçoamento;
3. O aumento da espessura da laje conduz a uma maior resistência ao punçoamento, porém a capacidade de deformação das lajes diminui;
4. Ao se aumentar a classe de resistência do betão, a resistência ao punçoamento e a capacidade de deformação aumentam;
5. A comparação da previsão dos resultados numéricos com os previstos utilizando o preconizado pelas normas atuais denota que a filosofia do MC2010 com as alterações propostas por Clément *et al.* [7] são as que melhores resultados apresentam.

## AGRADECIMENTOS

O trabalho descrito neste artigo foi realizado no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. A esta instituição agradecemos os meios colocados à disposição. Este trabalho recebeu ainda apoio da Fundação para a Ciência e a Tecnologia – Ministério da Educação e Ciência através do Projeto EXPL/ECM – EST/1371/2013.

## REFERÊNCIAS

- [1] NP EN 1992-1-1 – *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. 2010.
- [2] Fédération Internationale du Béton: *Model Code 2010*. First complete draft. Bulletin 56. Volume 2. Lausanne. 2010.
- [3] Červenka, V.; Jendele, L.; Červenka, J. – *ATENA Program Documentation Part 1 - Theory*. Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2010.
- [4] Nogueira, J. P. M. - *Modelação numérica do punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011.
- [5] Ramos, A.; Lúcio, V.; Regan, P. – *Punching of flat slabs with in-plane forces*. *Engineering Structures* 33, 2011, pp. 894-902.
- [6] Regan, P. – *Punching Shear in prestressed concrete slab bridges*. London: Structures Research Group, Polytechnic of Central London, 1983.
- [7] Clément, T.; Ramos, A.; Ruiz, M.; Muttoni, A. – *Influence of prestressing on the punching strength of post-tensioned slabs*. *Engineering Structures*, Volume 72, Abril 2014, p. 56-69.
- [8] CEB-FIP; Fédération Internationale du Béton – *Model Code 1990 – Design Code*. Lausanne, 1993.