

O PUNÇAMENTO NO MODEL CODE 2010

Duarte Faria, António Ramos, Válder Lúcio
FCT/UNL

1-INTRODUÇÃO

A capacidade resistente de lajes fungiformes é tipicamente governada pela sua resistência ao punçoamento:

- Rotura frágil, nomeadamente em lajes sem armadura específica e níveis moderados a altos de armadura longitudinal flexão;
- Capacidade limitada de redistribuição de esforços;

Vários modelos de cálculo foram propostos:

- Modelos empíricos (baseados em experimentação);
- Modelos mecânicos (baseados em teorias mecânicas).

Os modelos empíricos têm sido mais usados devido à sua aplicação simples (MC90, EC2 e ACI 318), apesar dos modelos mecânicos darem uma explicação mais racional do comportamento.

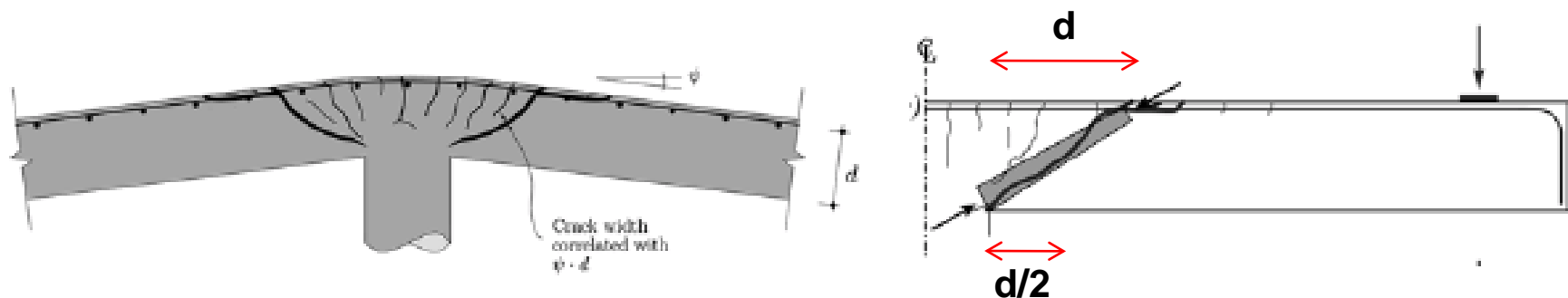
O Model Code 2010 (MC2010) o punçoamento é tratado com base num modelo mecânico desenvolvido por Muttoni (2008) e por Ruiz e Muttoni (2009), e é intitulado de CSCT (Critical Shear Crack Theory).

Tem em conta a presença ou não de armadura específica de punçoamento, betão com fibras, betão leve, lajes pré-esforçadas, reforço ao punçoamento com pré-esforço ou por introdução de novas armaduras de punçoamento.

O modelo de cálculo proposto no MC2010 foi verificado com base em dezenas de resultados experimentais.

2-FUNDAMENTOS DO MODELO

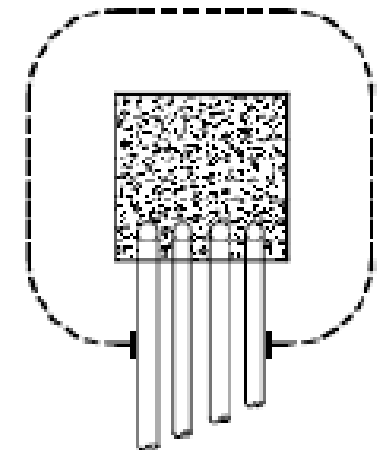
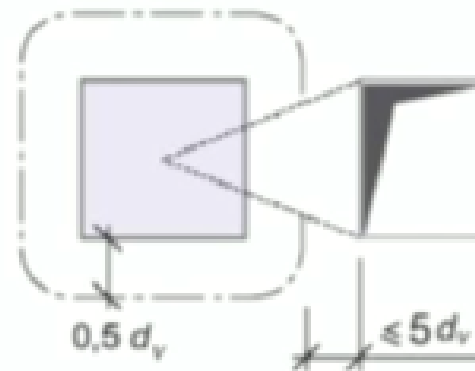
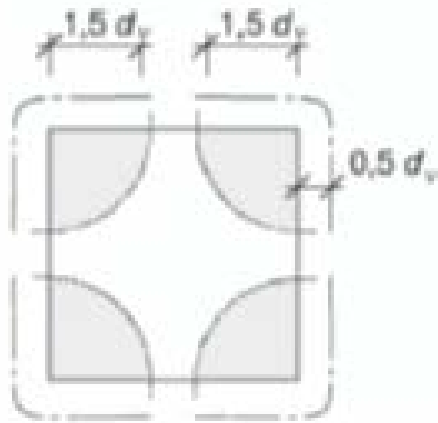
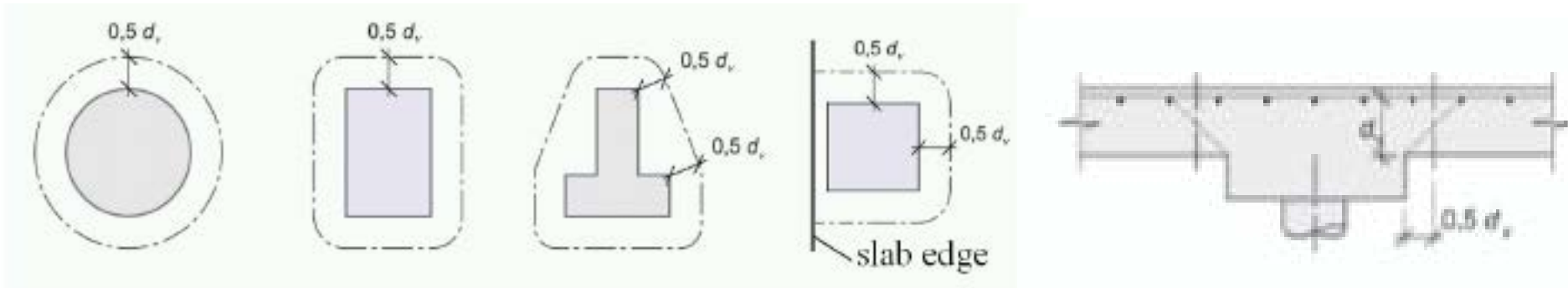
O modelo baseia-se no pressuposto de que a resistência ao corte em elementos sem armadura transversal é governada pela abertura e pela rugosidade da fissura de corte que se desenvolve na escora inclinada.



A abertura da fissura crítica de corte reduz a resistência da escora inclinada, levando à rotura por punçoamento. A abertura da fenda é proporcional à rotação da laje:

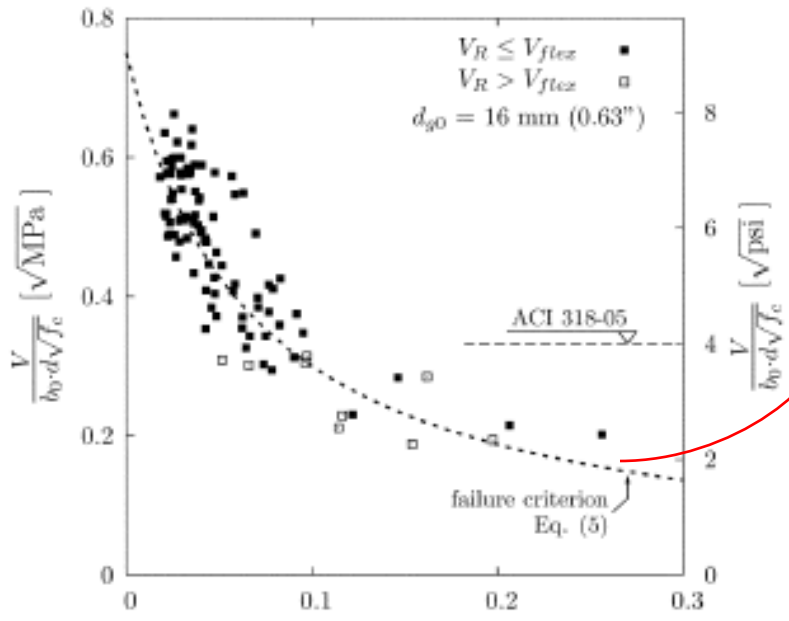
$$\omega \propto \psi d$$

Perímetro de Controlo



Cr terio de Rotura

Verificou-se que a resistência ao punçamento   proporcional   abertura da fissura. Maiores fissuras reduzem a contribui o da resistência   trac o e do interbloqueamento de agregados do beto, e conseqentemente a uma diminuic o da resistência.



Cr terio de Rotura Médio

$$\frac{V_R}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}}$$

Walraven- a capacidade de uma fissura transmitir tensões de corte pode ser estimada dividindo a abertura da mesma por $d_{g0} + d_g$

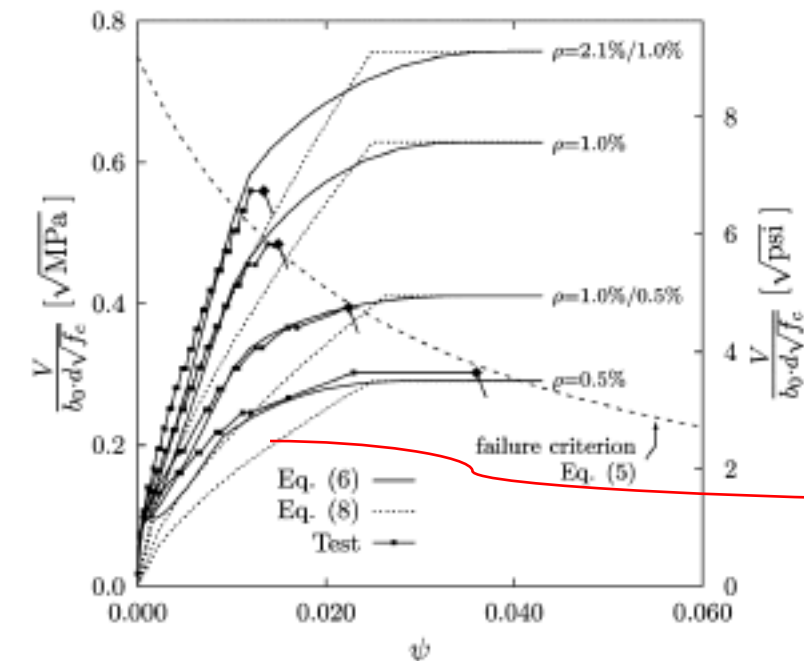
$$\frac{V_R}{b_0 d} = \sqrt{f_c} \cdot f(w, d_g)$$

Tamanho referência 16 mm

Relação Carga-Rotação

Para a aplicação da expressão anterior é necessário determinar a intersecção da mesma com o comportamento da laje, caracterizado pela relação entre a carga e a rotação da laje.

Trata-se de um processo iterativo, que permite calcular não só a carga de rotura mas também a rotação da laje na rotura.



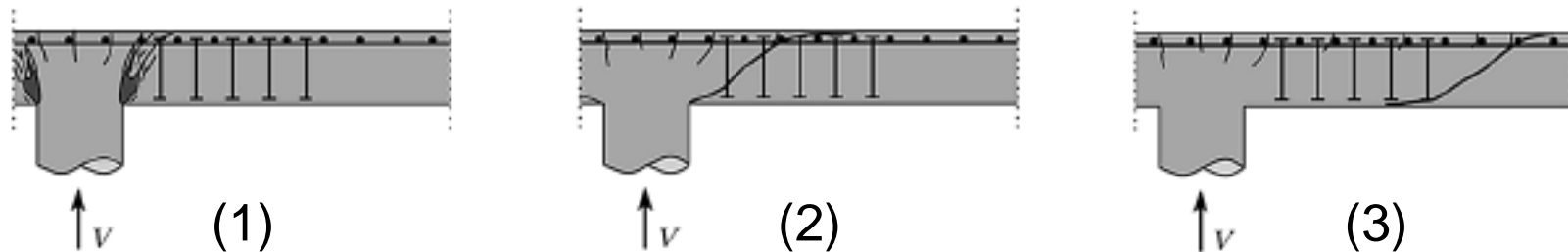
A relação carga-rotação pode ser determinada por métodos analíticos ou por fórmulas simplificadas (conservativas) derivadas dos métodos analíticos:

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{1.5}$$

3- APLICAÇÃO A LAJES COM ARMADURA DE PUNÇOAMENTO

Para a aplicação do modelo é necessário ter em conta os vários modos de rotura possíveis:

- Esmagamento da escora junto ao pilar (1);
- Punçoamento com desenvolvimento de uma fissura de corte que atravessa a zona com armaduras de punçoamento, com activação das mesmas (2);
- Punçoamento na zona exterior à das armaduras de punçoamento (3).

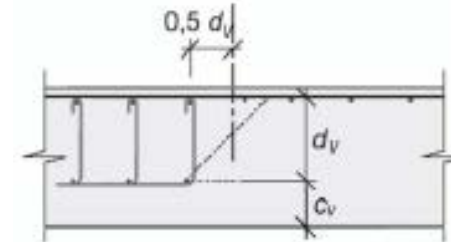
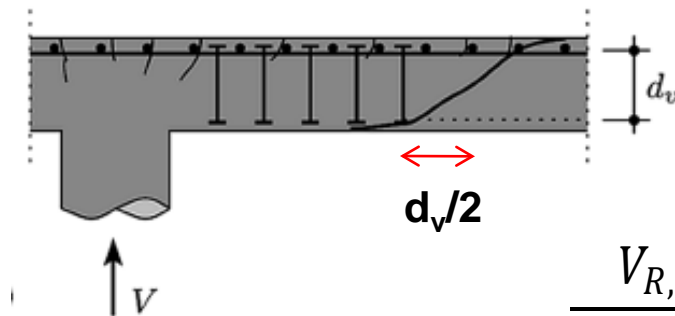


Podem surgir outros modos de rotura, tais como arrancamento das armaduras de punçoamento, rotura por flexão, que podem ser tratados usando o modelo CSCT

Punçoamento na zona exterior à das armaduras de punçoamento

Para grandes quantidades de armadura de punçoamento. Pode ser usado o critério de rotura apresentado anteriormente. Neste caso d deve ser substituído por d_v .

d_v depende da geometria e das condições de ancoragem da armadura de punçoamento.



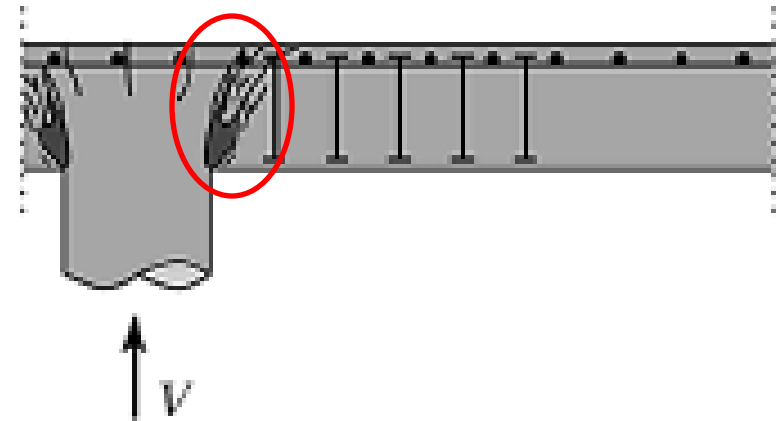
$$\frac{V_{R,out}}{b_{out} d_v \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}}$$

Conservativo, pois considera que toda a rotação está concentrada junto à fissura e na realidade parte dela dá-se na zona reforçada.

Esmagamento da escora junto ao pilar

Ocorre quando existem grandes quantidades de armadura de punçoamento.

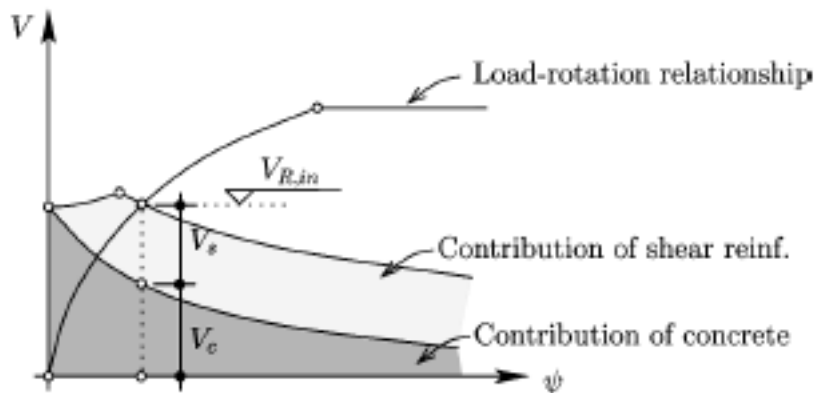
$$\frac{V_{R,crush}}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \lambda \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}}$$



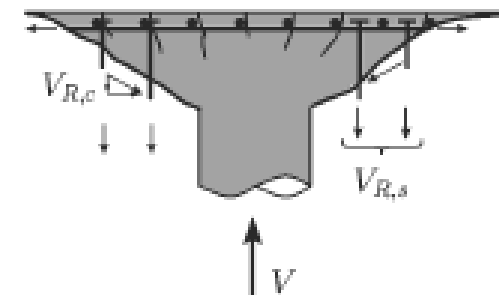
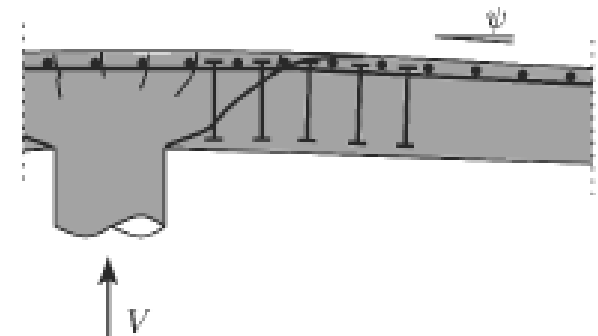
λ representa a capacidade que o sistema de armaduras verticais promove no controlo da abertura da fissura de corte. Em condições perfeitas pode atingir um valor de 3.0. Os valores normais situam-se entre 2.0 e 2.6. Deve ser obtido para cada sistema e com base em resultados experimentais.

Punçoamento com desenvolvimento de uma fissura de corte que atravessa a zona com armaduras de punçoamento, com activação das mesmas

A resistência pode ser determinada como a soma da contribuição do betão (V_c) e outra devido à contribuição das armaduras (V_s).



$$V_R = V_c + V_s$$



A contribuição do betão diminui em relação a um elemento sem armaduras, uma vez que a capacidade de rotação também aumenta. A redução no EC2 é fixa e é de 25%.

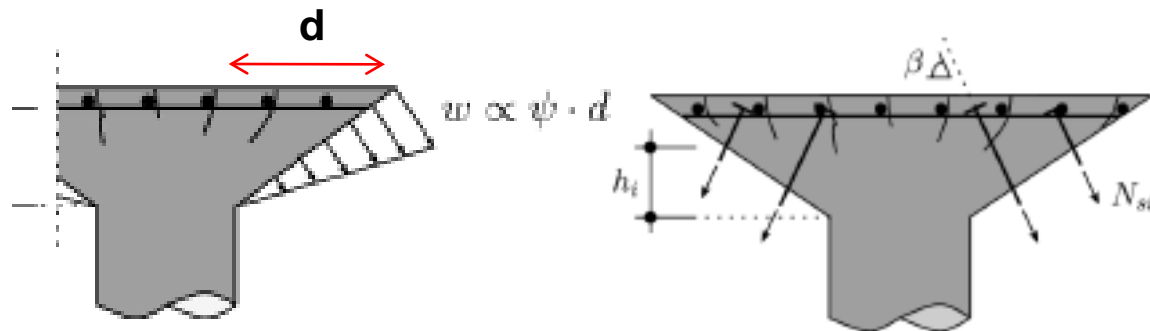
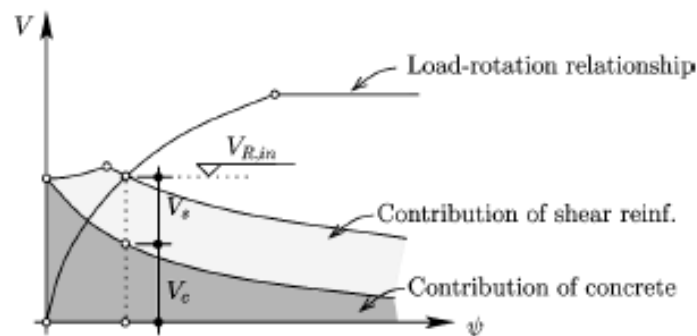
V_c pode ser estimado pela expressão das lajes sem armadura:

$$\frac{V_c}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}}$$

V_s deve ser determinado de acordo com:

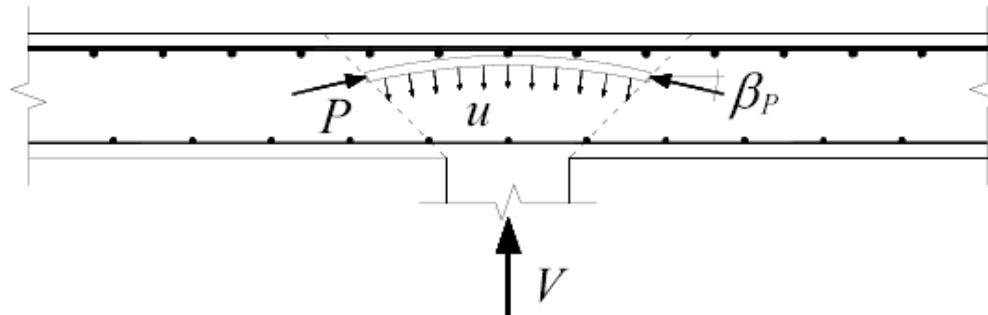
$$V_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{Si} \cdot A_{Si} \cdot \sin \beta_i \quad \psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{1.5}$$

σ_{Si} pode ser calculado aproximadamente por: $\sigma_{Si} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{yw}$



4-APLICAÇÃO A LAJES PRÉ-ESFORÇADAS

São consideradas as forças de desvio dentro do perímetro de controlo de punçoamento.



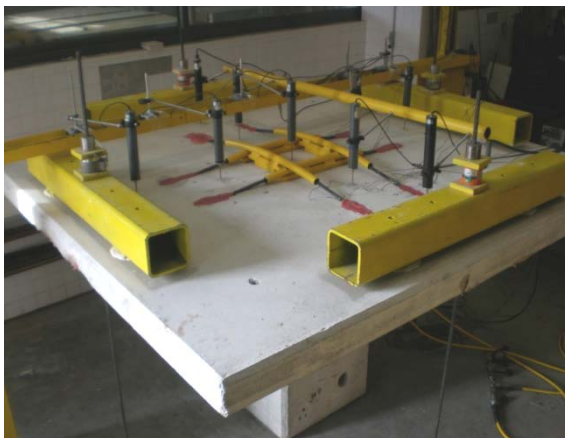
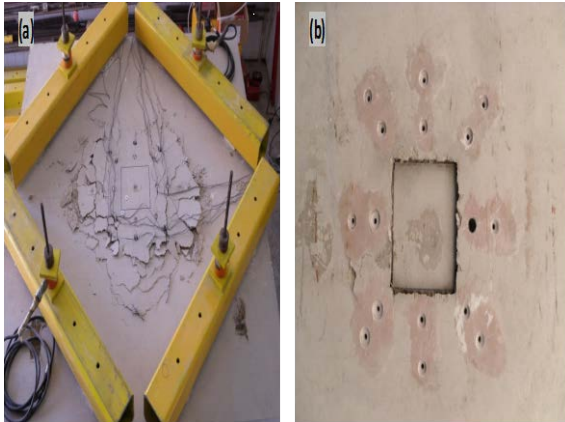
$$\frac{V_R}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}}$$

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_s - m_p}{m_R - m_p} \right)^{1.5}$$

Momento de descompressão
devido ao pré-esforço

$$V_R \leq V_{eff}$$

5-COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS



| Carga de Rotura | | EC2 | ACI 318-08 | MC2010 |
|--|---------|------|------------|--------|
| Lajs Refer. (14 lajes) | Average | 0,95 | 1,26 | 1,14 |
| Lajes Refor. Parafusos (7 lajes) | Average | 1,05 | 1,15 | 1,11 |
| Lajes Refor. PE (69 Lajes) | Average | 1,10 | 1,34 | 1,28 |

6-EXPRESSÕES DE CÁLCULO

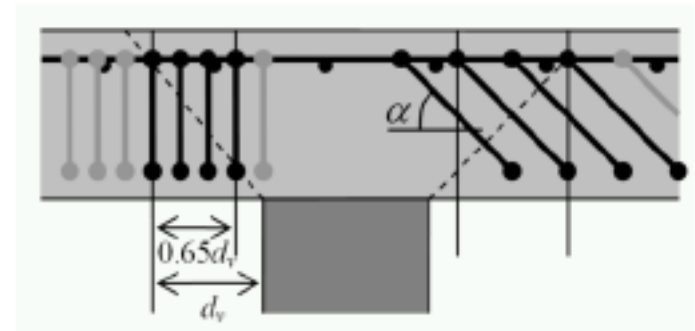
$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$$

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_o d \rightarrow k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \psi d} \leq 0.6 \rightarrow k_{dg} = \frac{32}{16 + d_d} \geq 0.75$$

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{swd} \rightarrow \sigma_{Si} = \frac{E_S \cdot \psi}{6} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \left(\sin \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd}$$

Coeficiente que tem em conta a distribuição não uniforme de tensões de corte

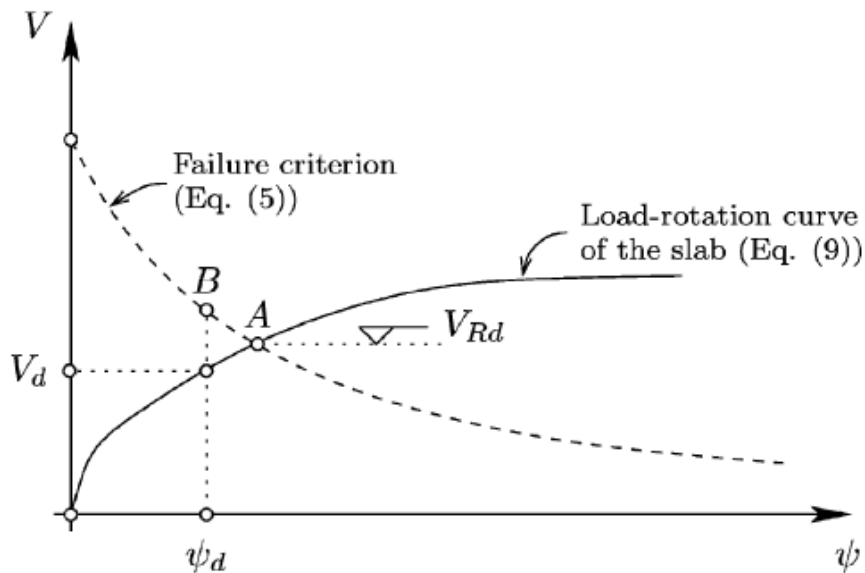
$$A_{sw} k_e f_{ywd} \geq 0.5 \cdot V_{Ed}$$



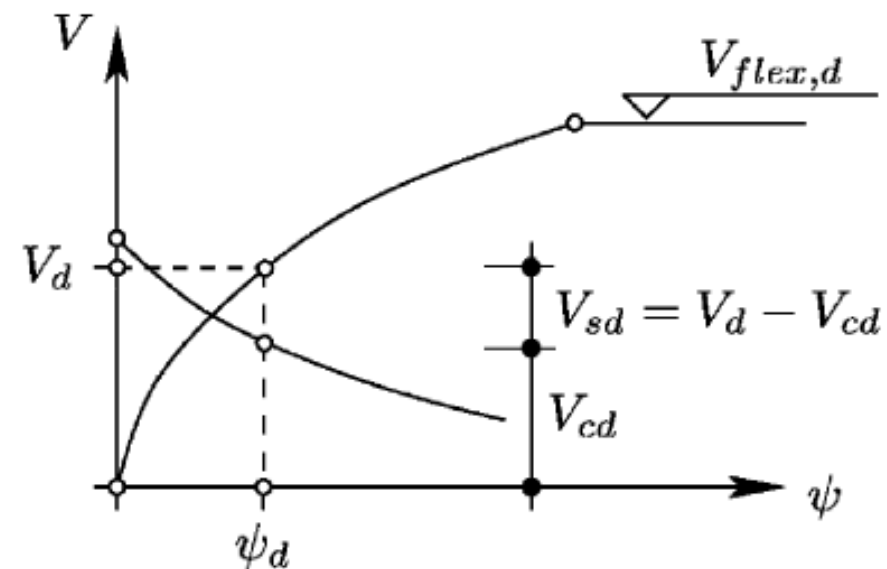
$$V_{Rd,max} = k_{sys} k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_o d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_o d_v$$

$k_{sys} = 2.4$ para estribos
 $k_{sys} = 2.8$ para sistemas pré-fabricados

Sem Armaduras de Punçoamento



Com Armaduras de Punçoamento



Se $V_B > V_{Ed}$ o cálculo é seguro e conservativo. Caso contrário, é necessário fazer alterações.

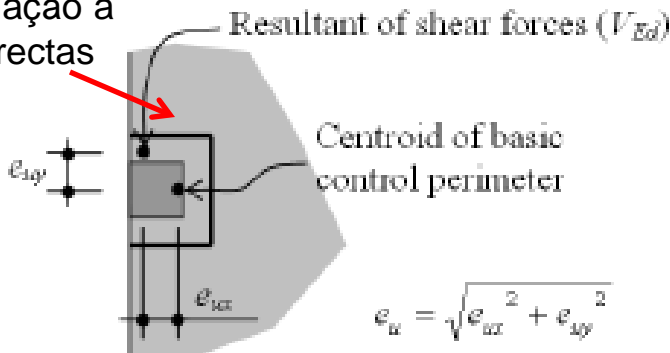
7-PUNÇAMENTO COM TRANSMISSÃO DE MOMENTOS

A distribuição de tensões de corte na zona do pilar deixa de ser constante. A distribuição dos momentos flectores e conseqüentemente da abertura das fissuras que potencialmente dão origem à rotura por punçamento deixam de ser constantes ao longo do perímetro de controlo.

A influência da distribuição não uniforme de tensões de corte no perímetro de controlo pode ser tida em conta reduzindo o perímetro de controlo básico usando um coeficiente k_e , de acordo com o seguinte:

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u}$$

Aproximação a linhas rectas



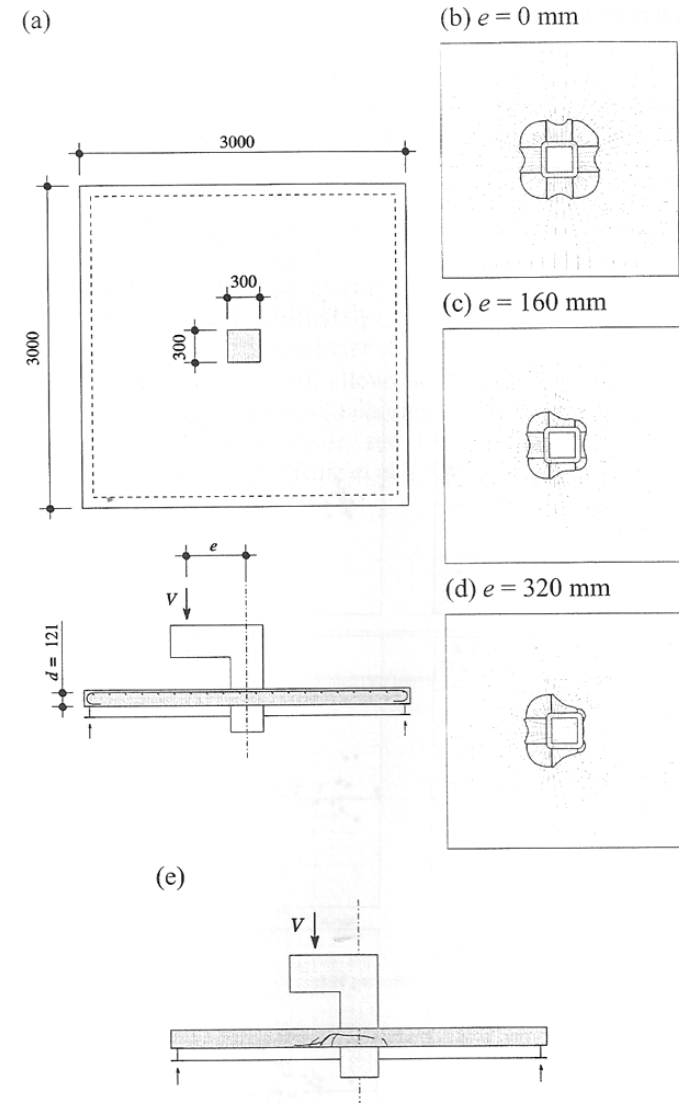
Pode ser tomado como 0.90 para pilares interiores, 0.70 para pilares de bordo, 0.65 para pilares de canto, em casos em que a acção sísmica não seja importante.

e_u representa a excentricidade da carga em relação ao centróide do perímetro de controlo básico e b_u é o diâmetro de um círculo com a mesma área que a região correspondente ao perímetro de controlo básico.

O aumento da abertura da fissura que potencialmente leva à rotura por punçoamento é tida em conta na expressão que relaciona a carga com a rotação, uma vez que o valor de m_s aumenta com o aumento dos momentos transferidos.

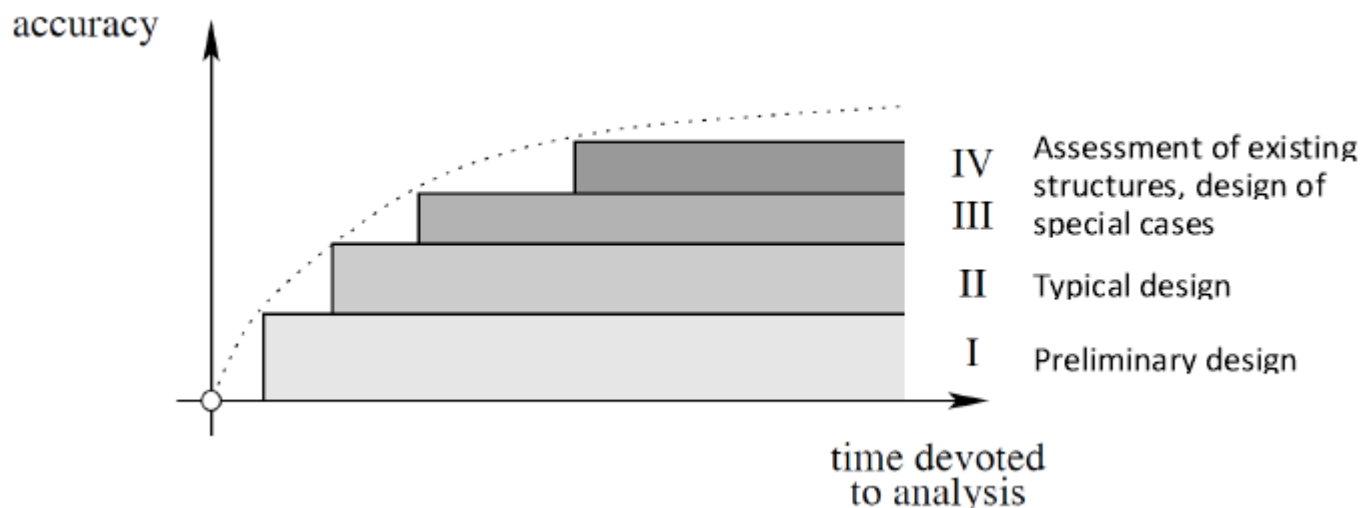
$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{1.5}$$

A verificação ao punçoamento com a abertura de fissura máxima (usando o maior m_s) é conservativa.



8-NÍVEIS DE APROXIMAÇÃO

Uma vez que a teoria CSCT é baseada num modelo físico, a precisão da estimativa da resistência ao punçoamento depende do nível de aproximação das hipóteses iniciais. Assim, no MC2010 foram implementados 4 níveis de aproximação:



Este tipo de abordagem propõe que se adoptem hipóteses simplificadas e conservadoras, mas com uma boa precisão, sem dispender grandes esforços de cálculo.

Nível I

$$r_s = 0.22L \text{ e } 0.5 \leq L_x/L_y \leq 2.0$$

Nível I



$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Nível II

$$r_s = 0.22L \text{ e } 0.5 \leq L_x/L_y \leq 2.0$$

Nível II



$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5}$$

Pilares Interiores

$$m_{Sd} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right)$$

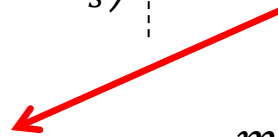
Pilares de Bordo

$$m_{Sd} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{4}$$

Pilares de Canto

$$m_{Sd} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{2}$$

Armaduras long. paralelas
ao bordo



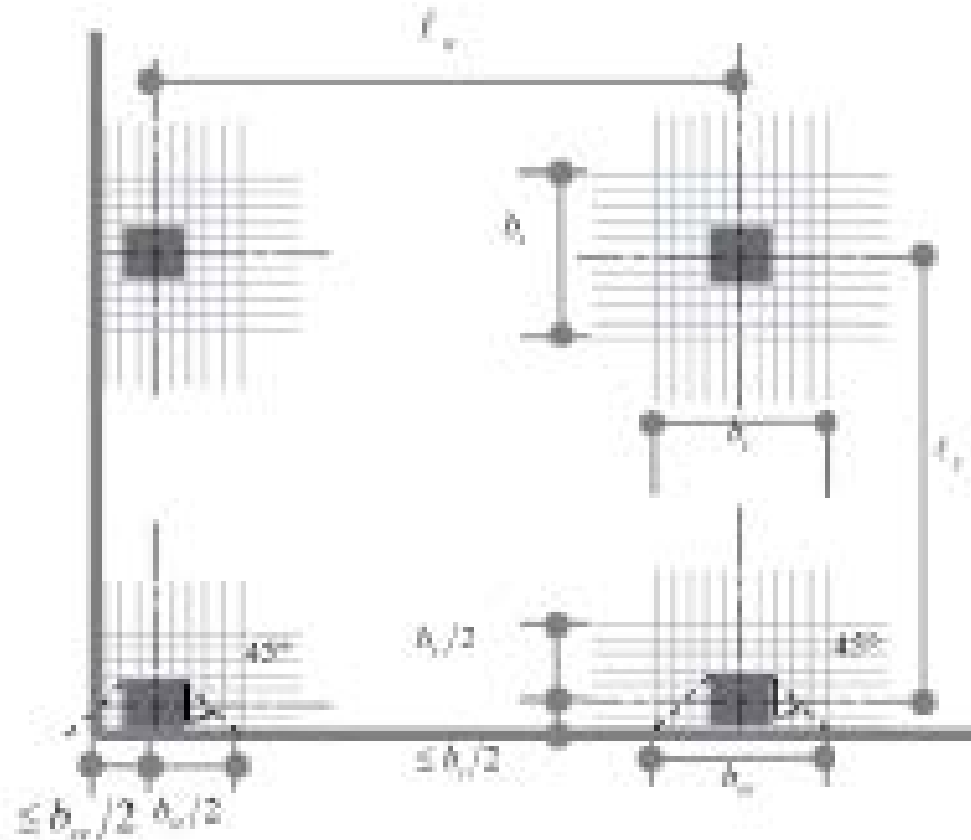
$$m_{Sd} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right)$$



Armaduras long.
perpendiculares ao bordo

$$b_s = 1.5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min}$$

limitado também de acordo com a
figura



Lajes Pré-Esforçadas - Nível II

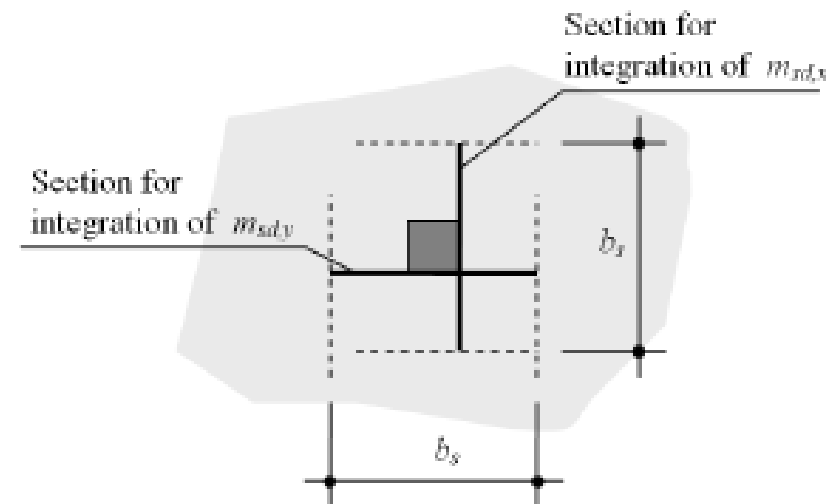
$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd} - m_{pd}}{m_{Rd} - m_{pd}} \right)^{1.5}$$

Nível III

- para lajes irregulares;
- r_s deve ser calculado de acordo com um modelo elástico-linear (deverá ser no mínimo $=0.67b_{sr}$);
- ~~$0.5 \leq L_x/L_y \leq 2.0$;~~
- m_{sd} calculado de acordo com um modelo elástico-linear, tomado como o valor médio do momento usado para calcular as armaduras longitudinais de flexão ao longo de um banda de largura b_s ;

$$b_s = 1.5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min}$$

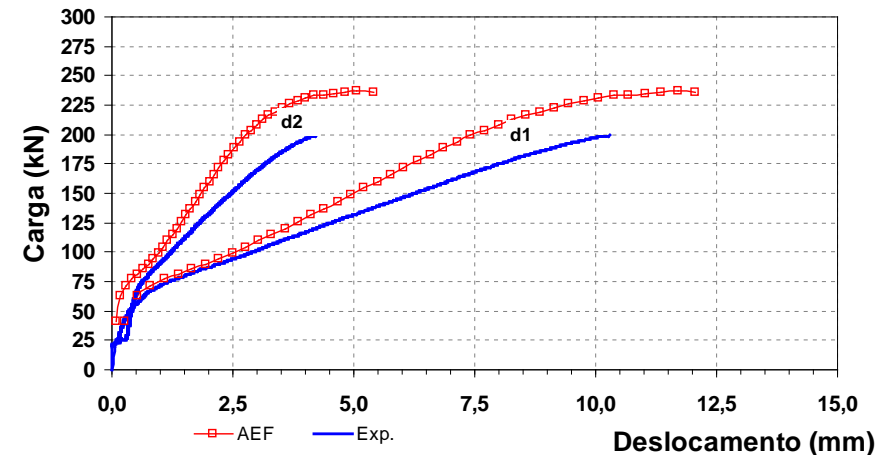
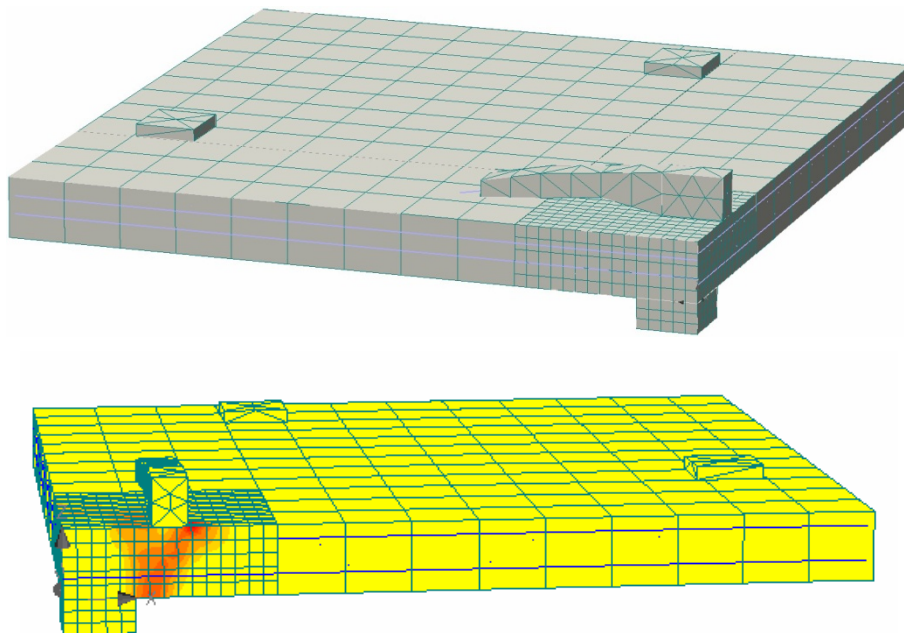
Nas expressões de ψ relativas ao Nível II substituir **1.5** por **1.2**.



Nível IV

O valor da rotação da laje ψ pode ser determinado de acordo com uma análise não linear, tendo em conta a fissuração, efeito de “tension-stiffening”, cedência das armaduras, etc..

Este tipo de análise permite também determinar o valor da carga máxima de punçãoamento.



9-ARMADURA DE INTEGRIDADE – PÓS-COLAPSO

Armaduras necessárias para prevenir o colapso progressivo da estrutura.

**Wolverhampton,
Reino Unido – 1997**



**Sesimbra,
Portugal – 2003**

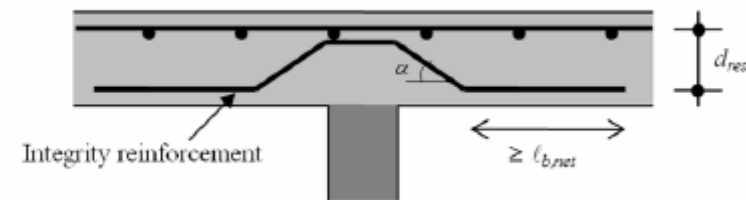
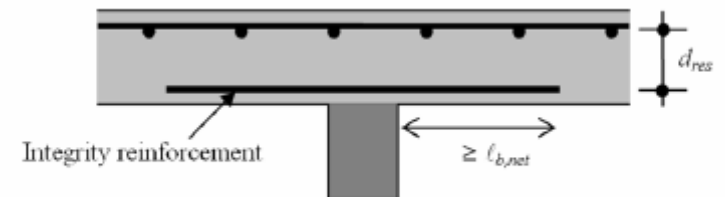


Combinação Acidental
$$V_{Rd,int} = \sum A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{f_t}{f_y} \right)_k \cdot \sin \alpha_{ult} \leq \frac{0.5 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} d_{res} b_{int}$$

• A_s é a soma das áreas das secções transversais das armaduras desenvolvidas para além da área carregada na face comprimida da laje;

• α_{ult} é o ângulo das armaduras de integridade em relação ao plano da laje na pós-rotura (função do tipo de aço e da sua geometria- 20° a 25° nos casos mais comuns);

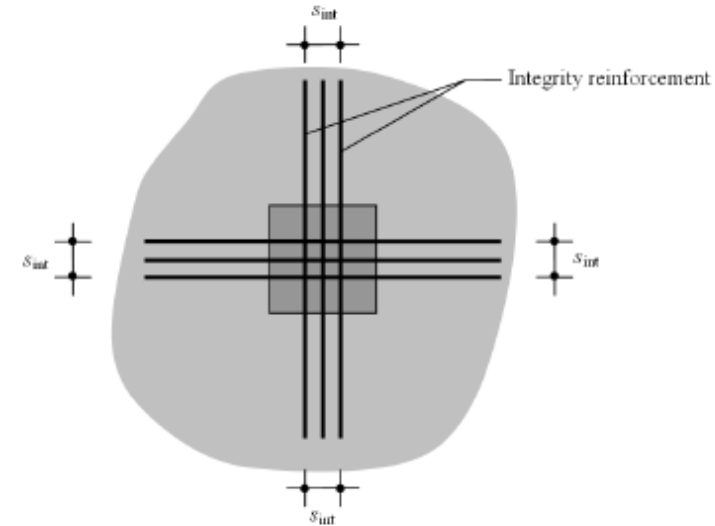
• d_{res} é a distância do eixo da armadura de integridade e as armaduras longitudinais de flexão;



• b_{int} é o perímetro de controlo activado pela armadura de integridade após a rotura por punçoamento;

$$b_{int} = \sum \left(s_{int} + \frac{\pi}{2} d_{res} \right)$$

A soma refere-se às armaduras activadas nos bordos da área carregada e s_{int} é igual à largura do grupo de armaduras.

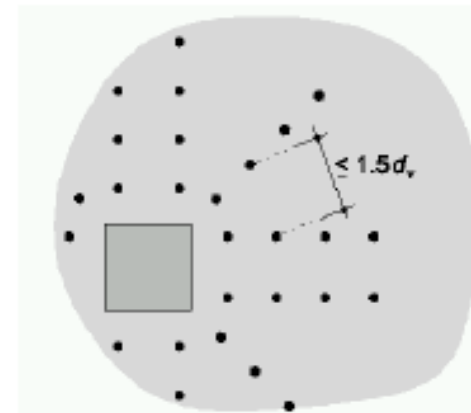
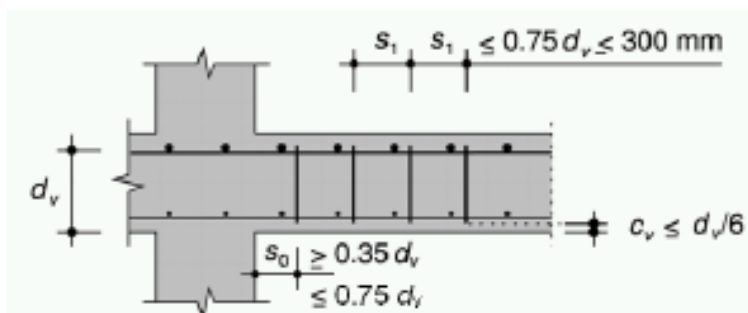


A armadura de integridade deve ser composta no mínimo por 4 varões colocados sobre a área carregada com um comprimento de amarração mínimo, podendo-se considerar também os cordões de pré-esforço. O diâmetro dos varões deverão ser inferiores a $0.12d_{res}$, por forma a poderem ser totalmente activados.

10-PORMENORIZAÇÃO

As regras atrás são válidas desde que se cumpra o seguinte:

- Devem haver pelo menos 2 perímetros de punçoamento;
- A geometria e tipo de armadura de punçoamento garante uma correcta ancoragem em ambas as extremidades;
- A distância entre o 1º perímetro de armadura e a face do pilar for $\geq 0.35d$ e $\leq 0.75d$;
- O espaçamento máximo entre perímetros de armadura não deve exceder $0.75d$ nem 300 mm;
- A distância máxima entre elementos da armadura não deve exceder $1.5d$;
- O recobrimento máximo das armaduras na face comprimida não deve exceder $d/6$;



O diâmetro máximo da armadura de punçoamento (ϕ_{\max}) não deve exceder o seguinte:

| d (mm) | ϕ_{\max} (mm) |
|---------------|--------------------------------------|
| <160 | ----- |
| 160-180 | 14 |
| 181-220 | 16 |
| 221-260 | 18 |
| 261-340 | 20 |
| 341-600 | 25 |
| >601 | 30 |

11-EXEMPLO DE CÁLCULO

Exemplo de Cálculo

http://ibeton.epfl.ch/MC2010Punching/default_e.asp

AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia - Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior através do Projecto PTDC/ECM/114492/2009.