

Joana Lobo Viegas Rodrigues

Licenciada em Ciências da Engenharia Civil

Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-esforçadas no Model Code 2010

Orientador: Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos



Dezembro de 2011

``Copyright'' Joana Lobo Viegas Rodrigues, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

PUNÇOAMENTO EM LAJES FUNGIFORMES PRÉ-ESFORÇADAS NO MODEL CODE 2010

RESUMO

Neste trabalho pretende-se estudar e quantificar a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas com base no preconizado por três normas com grande impacto a nível mundial e em particular pretende-se avaliar a nova versão do Model Code 2010, publicada em 2010.

Para o efeito foi realizada uma intensa pesquisa bibliográfica dos ensaios experimentais levados a cabo por diferentes autores no que diz respeito a lajes fungiformes com préesforço, nos últimos anos, bem como uma descrição relativa às normas e recomendações mais importantes e, em particular, uma exposição mais completa do Model Code 2010.

Tendo como base 73 modelos de ensaios experimentais realizados por diferentes autores, os valores das cargas de rotura experimentais são comparados com o EC2, ACI 318-08 e o Model Code 2010. Os resultados do estudo permitem retirar conclusões e recomendações quanto à aplicação das disposições presentes nas normas.

PUNCHING RESISTANCE OF PRESTRESSED FLAT SLABS IN MODEL CODE 2010

ABSTRACT

This work aims to study and quantify the punching resistance of prestress flat slabs according to three codes with major impact worldwide and specifically to evaluate the new version of Model Code 2010, published in 2010.

An intense data research was made, regarding the experimental results obtained by several authors in the last years related to prestress flat slabs, as well as a description about the most important codes and recommendations, in particular a more detailed explanation of the Model Code 2010.

Focusing in the experimental data available that has been developed throughout the years by several authors, the experimental punching loads are compared with EC2, ACI 318-08 and Model Code 2010. The study results allow to conclude and to make recommendations concerning the codes dispositions.

PALAVRAS-CHAVE

Punçoamento
Lajes fungiformes
Pré-esforço
Estudo experimental
Normas
ModelCode 2010

KEY-WORDS

Punching

Flat slab

Prestress

Experimental studies

Design Codes

Model Code 2010

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, o Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos, gostaria de expressar os meus agradecimentos, à orientação segura e objectiva, ao apoio e disponibilidade e, em especial, aos conhecimentos transmitidos ao longo desta fase tão importante.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil que colaboraram para a realização deste trabalho, nomeadamente o Engenheiro Duarte Faria e Engenheiro Micael Inácio pelo interesse, ajuda e preocupação.

A todos os meus amigos, quero agradecer pelo incentivo quando precisava, pelos conselhos quando pedia, pela diversão quando me era possível e acima de tudo por estarem presentes em todas as alturas da minha vida, quer durante o meu percurso pessoal, quer durante o meu percurso académico.

Ao Nico, agradeço por compreender a minha ausência, pela paciência, pelo incentivo e preocupação constantes.

Aos meus pais e irmã, agradeço do fundo do meu coração, pelo carinho, preocupação e dedicação, por nunca duvidarem que conseguiria finalizar esta etapa com sucesso e pelo apoio incondicional em todas as fases da minha vida.

NOTAÇÃO

Minúsculas Latinas

a	largura do pilar ou área carregada para os ensaios
$\mathbf{b}_{\mathbf{x}}$	dimensão do perímetro crítico na direcção x
\mathbf{b}_{y}	dimensão do perímetro crítico na direcção y
bs	corresponde à largura da banda para o cálculo da resistência média à flexão de
	dimensionamento
$\mathbf{b}_{\mathbf{u}}$	diâmetro de um círculo com a mesma superfície que a região do perímetro de
	referência.
c	diâmetro de um pilar circular
\mathbf{c}_1	dimensão na direcção x de um pilar rectangular
c ₂	dimensão na direcção y de um pilar rectangular
d	altura útil da laje
d_g	dimensão máxima do inerte
d _p	altura útil da armadura de pré-esforço
ds	altura útil da armadura ordinária
d_v	valor médio da altura útil nas direcções x e y a partir da superfície de suporte da
	laje
e	excentricidade do pré-esforço
e _u	carga excêntrica
\mathbf{f}_{cck}	tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos
\mathbf{f}_{ccm}	tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos
\mathbf{f}_{cd}	valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
\mathbf{f}_{ck}	tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
\mathbf{f}_{cm}	tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
\mathbf{f}_{ctk}	tensão característica de rotura à tracção do betão
\mathbf{f}_{ctm}	tensão média de rotura à tracção do betão
\mathbf{f}_{pu}	tensão de rotura à tracção do aço de pré-esforço
\mathbf{f}_{puk}	tensão característica de rotura à tracção do aço de pré-esforço
$f_{p0.1} \\$	tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1% do aço de pré-esforço
\mathbf{f}_{sy}	tensão limite de cedência ou tensão limite convencional de proporcionalidade a
	0.2% do aço
\mathbf{f}_{syd}	valor de cálculo da tensão limite de cedência do aço
\boldsymbol{f}_{syk}	tensão característica de cedência do aço
\mathbf{f}_{su}	tensão de rotura à tracção do aço

f _{ywd,ef}	valor efectivo de cálculo da resistência da armadura de punçoamento
h	altura útil da laje
k _e	coeficiente de excentricidade
m _{sd,x}	momento flector médio por unidade de comprimento na direcção x na largura
	b _s
m _{sd,y}	momento flector médio por unidade de comprimento na direcção y na largura
	b _s
m _{sd}	momento médio actuante por unidade de comprimento na largura bs
m _{xy}	momento de torsão por unidade de comprimento na largura b _s
m _{Pd}	momento de descompressão médio devido ao pré-esforço por unidade de
	comprimento na largura b _s
m _{Rd}	momento resistente médio de flexão por unidade de comprimento na largura b_s
r _s	distância a partir do eixo do pilar até ao local onde o momento flector radial é zero
S	espaçamento entre armaduras
Sr	afastamento radial entre camadas de armadura
u	perímetro de referência
u ₀	perímetro da área carregada
Х	altura da linha neutra
W	módulo de flexão

Maiúsculas Latinas

A_s	área de armadura ordinária
A_{sp}	área de armadura de pré-esforço
A_{sw}	área transversal da armadura específica de punçoamento
A_0	área transversal do pilar ou zona carregada
Ec	módulo de elasticidade do betão
Es	módulo de elasticidade do aço
M ₀	momento de descompressão da secção
Msd	valor de cálculo do momento actuante
M_{xSd}	momento flector à face do pilar na largura b _s
M_{ySd}	momento flector à face do pilar na largura b _s
M_{pd}	momento de descompressão total na largura b _s
Р	força de pré-esforço
Pe	força de pré-esforço por cabo
\mathbf{V}_0	carga de descompressão
\mathbf{V}_{p}	componente vertical do pré-esforço que passa no perímetro de referência
V_{eff}	força efectiva de punçoamento

V _{exp}	valor experimental da carga de rotura
V_{Rd}	valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento
V_{Rm}	valor médio do esforço resistente ao punçoamento
\mathbf{V}_{sd}	valor de cálculo do esforço de punçoamento actuante

Gregas

α	ângulo formado pelas armaduras específicas de punçoamento com o plano da laje
β_c	quociente entre o lado maior e lado menor do pilar
φ_s	diâmetro dos varões
γ	peso volúmico do betão
γ _c	coeficiente de segurança do betão
γ_s	coeficiente de segurança do aço
ρ	percentagem geométrica da armadura
ρ _p	percentagem geométrica da armadura de pré-esforço
ρ _s	percentagem geométrica da armadura ordinária
$\rho_{\mathbf{x}}$	percentagem geométrica da armadura na direcção x
ρ_Y	percentagem geométrica da armadura na direcção y
σ_{cp}	tensão média de compressão no betão devida ao pré-esforço
σ_{cx}	tensão normal no betão na secção crítica na direcção x
σ_{cy}	tensão normal no betão na secção crítica na direcção y
σ_{p}	tensão de tracção na armadura de pré-esforço
σ_{s}	tensão de tracção na armadura ordinária
σ_{sd}	tensão que pode ser mobilizada na armadura de esforço transverso
ψ	rotação da laje à volta da região de apoio fora da zona critica de fendilhação

Abreviações

ACI	American Concrete Institute
BS	British Standard
CEB	Comité Euro-International du Béton
EC2	Eurocódigo 2
FIB	Fédération Internationale du Béton
FIP	Fédération Internationale de la Précontraine
MC2010	Model Code 2010
REBAP	Regulamento de estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado

ÍNDICE DE MATÉRIAS

1	Int	rodução1
	1.1	Generalidades1
	1.2	Objectivos
	1.3	Organização da dissertação
2	Est	ado actual do problema5
	2.1	Introdução 5
	2.2	Mecanismo de rotura ao punçoamento
	2.3	Normas e Recomendações
	2.3.	1 REBAP
	2.3.	2 BS 8110
	2.3.	3 CEB-FIP Model Code de 1990 12
	2.3.	4 Eurocódigo 2 13
	2.3.	5 ACI 318-08
	2.3.	6 CEB-FIP Model Code de 2010 17
	2	2.3.6.1 Aspectos gerais do MC201017
	2	2.3.6.2 Metodologia aplicada na determinação da resistência ao punçoamento
	2	2.3.6.3 Determinação do comportamento carga-rotação da laje recorrendo aos Níveis de
	A	proximação
	2.4	Ensaios experimentais
	2.4.	1 Gerber e Burns – 1971
	2.4.	2 Pralong, Brändli e Thürlimann – 1979
	2.4.	3 Regan – 1981
	2.4.	4 Shehata – 1982 32
	2.4.	5 Kordina e Nölting – 1984, 1986 35
	2.4.	6 Hassanzadeh – 1998
	2.4.	7 Melges – 2000
	2.4.	8 Corrêa – 2001 40
	2.4.	9 Ramos – 2003
	2.4.	10 Silva – 2007

3. Análise Comparativa de Resultados	
3.1. Introdução	
3.2. Aplicação das normas e recomendações em estudo na determinação	o da resistência ao
punçoamento	
3.2.1. Considerações gerais	
3.2.2 Considerações gerais relativas às normas	
3.2.1.1. Análise pelos métodos do Eurocódigo 2	51
3.2.1.2. Análise pelos métodos do ACI 318-08	55
3.2.1.3. Análise pelos métodos do Model Code 2010	
3.2.1.4. Análise e comparação geral dos resultados	
3.3. Observações gerais	
4. Conclusões e desenvolvimentos futuros	
4.1. Introdução	
4.2. Conclusões	
4.3. Desenvolvimentos futuros	
Referências Bibliográficas	

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1- Esquema de rotura ao punçoamento numa laje de betão armado (Menétrey 1994).	7
Figura 2.2- Perímetro de referência utilizado no REBAP	8
Figura 2.3- Perímetro de referência para o BS 8110	. 10
Figura 2.4 - Perímetro de referência considerado no MC1990	. 12
Figura 2.5 – Perímetro de referência utilizado no EC2	. 14
Figura 2.6 - Perímetro de referência considerado no ACI 318-08	. 16
Figura 2.7 - Perímetro de referência considerado no Model Code 2010	. 18
Figura 2.8 – Alturas úteis da laje a utilizar no MC2010 (2010)	. 19
Figura 2.9 – Rotação da laje em redor do pilar (MC2010)	. 19
Figura 2.10 – Armadura de punçoamento na zona crítica	. 21
Figura 2.11 – Exemplo de secção para a integração dos momentos	. 24
Figura 2.12 – Planta esquemática dos modelos de Gerber e Burns	. 25
Figura 2.13 – Esquema dos ensaios de Pralong, Brändli e Thürlimann	. 27
Figura 2.14 - Esquema dos ensaios da série DT (DT1 a DT9)	. 28
Figura 2.15 - Esquema dos ensaios da série EL	. 31
Figura 2.16 - Esquema dos ensaios de Shehata	. 33
Figura 2.17 - Plana do esquema dos ensaios de Kordina e Nölting	. 36
Figura 2.18 - Esquema de ensaios do Hassanzadeh	. 37
Figura 2.19 - Esquema dos ensaios do Melges	. 39
Figura 2.20 - Esquema dos ensaios do Corrêa	. 41
Figura 2.21 - Esquema do primeiro conjunto de ensaios do Ramos	. 43
Figura 2.22 - Esquema do segundo conjunto de ensaios do Ramos	. 44
Figura 2.23 - Esquema dos ensaios do Silva	. 46
Figura 3.1- Cabos a ser considerados no cálculo do Vp (Ramos, 2007)	. 52
Figura 3.2- Distância entre o pilar até à zona de momentos nulos	. 62
Figura 3.3 - Influência da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos.	. 73
Figura 3.4 – Influência do factor k	. 73
Figura 3.5 – Influência da altura útil da laje	. 74
Figura 3.6 - Influência da percentagem geométrica de armadura de flexão	. 74
Figura 3.7 – Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço	. 75
Figura 3.8 – Influência da relação do perímetro de referência e a altura útil da laje	. 75
Figura 3.9 - Influência da tensão média de rotura á compressão do betão em provetes cilíndricos.	. 76
Figura 3.10 – Influência da altura útil	. 76
Figura 3.11 – Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço	. 77

Figura 3.12 – Influência da razão entre o perímetro de referência e a altura útil	.77
Figura 3.13 – Influência da tensão média de rotura á compressão do betão em provetes	
cilíndricos	. 78
Figura 3.14 – Influência da altura média útil	. 78
Figura 3.15 – Influência da percentagem de armadura de flexão	. 79
Figura 3.16 – Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço	. 79
Figura 3.17 – Influência da rotação da laje	. 80
Figura 3.18 – Influência da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes	
cilíndricos	. 81
Figura 3.19 – Influência da altura útil da laje	. 81
Figura 3.20 – Influência da percentagem de armadura ordinária	. 82
Figura 3.21 – Influência da tensão média de compressão no betão devida ao pré-esforço	. 82
Figura 3.22 – Influência da rotação da laje	. 83

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 - Resultados dos ensaios de Gerber e Burns
Quadro 2.2 - Resultados dos ensaios de Pralong, Brändi e Thürlimann
Quadro 2.3 - Armadura longitudinal superior e de pré-esforço
Quadro 2.4 - Armadura transversal superior dos modelos
Quadro 2.5 - Resultados dos ensaios da série DT
Quadro 2.6 - Armadura longitudinal e superior da série EL
Quadro 2.7 - Armadura transversal superior da série EL
Quadro 2.8 - Resultados dos ensaios da série EL
Quadro 2.9 - Armadura ordinária longitudinal superior dos modelos de Shehata
Quadro 2.10 - Armadura de pré-esforço dos ensaios de Shehata
Quadro 2.11 - Resultados dos ensaios de Shehata
Quadro 2.12 - Resultados dos ensaios de Kordina e Nölting
Quadro 2.13 - Resultados dos ensaios de Hassanzadeh
Quadro 2.14 - Resultados dos ensaios de Melges 40
Quadro 2.15 - Resultados dos Ensaios de Corrêa 41
Quadro 2.16 - Resultados dos ensaios de Ramos
Quadro 2.17 - Resultados dos ensaios de Silva
Quadro 3.1 - Comparação dos resultados previstos pelo EC2 para a força efectiva de
punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores
experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2 52
Quadro 3.2 - Comparação dos resultados previstos pelo ACI 318-08 para a força efectiva de
punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores
experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 257
Quadro 3.3 - Comparação dos resultados do Nível II de Aproximação previstos pelo MC2010
para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento
com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2 62
Quadro 3.4 - Comparação dos resultados Nível III de Aproximação previstos pelo MC2010 para
a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com
os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 265
Quadro 3.5 - Síntese dos resultados obtidos pelas três normas
Quadro 3.6– Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão $V_{\text{eff}}/V_{\text{Rm}}$ para o EC2
Quadro 3.7– Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão $V_{\text{eff}}/V_{\text{Rm}}$ para o ACI
318-08

Quadro3.8 – Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão $V_{\text{eff}}/V_{\text{Rm}}$ para	
MC2010 – Nível II	.71
Quadro 3.9 – Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão $V_{\text{eff}}/V_{\text{Rm}}$ para	
MC2010 – Nível III	.71

Capítulo 1

Introdução

1.1 Generalidades

Nos dias que correm torna-se imprescindível criar elementos estruturais economicamente viáveis e esteticamente agradáveis que traduzam os avanços construtivos e tecnológicos da era. Cabe ao engenheiro evoluir de forma a acompanhar o mercado, cada vez mais competitivo, satisfazendo todos os condicionantes que advêm da concepção de estruturas inovadoras.

A introdução do pré-esforço em lajes fungiformes possibilita a execução de estruturas com vãos maiores e mais esbeltas, resultando na redução do seu peso próprio. Estas particularidades permitem reduzir os efeitos da acção sísmica, tornando-se relevante em zonas de grande sismicidade. Esta solução de lajes fungiformes pré-esforçadas, proporciona ainda um acréscimo da eficácia no que diz respeito ao controlo da deformação e fendilhação.

Embora as lajes fungiformes aparentem ser simples, o seu comportamento resistente aos esforços de flexão e corte é bastante complexo, em particular na zona de ligação laje-pilar. Posto isto, a resistência ao punçoamento é muito importante no dimensionamento destas estruturas, sendo geralmente um dos principais factores para a definição da espessura da laje a considerar ou à necessidade de recorrer a capitéis e armaduras específicas de punçoamento.

O estado limite último de punçoamento é um fenómeno que ocorre quando existem cargas concentradas importantes sobre elementos com uma espessura reduzida, como é o caso de lajes fungiformes. O punçoamento caracteriza-se pela formação de um elemento tronco cónico que resulta da interacção entre os efeitos de flexão e corte junto do pilar. Sendo um fenómeno muito delicado e onde intervêm muitos factores leva a que a sua inclusão nos métodos de cálculo seja complicada.

O punçoamento é um fenómeno que ocorre sem aviso prévio, pois trata-se de um mecanismo de colapso local associado a uma rotura frágil sem redistribuição de esforços. Esta rotura pode conduzir a um colapso progressivo da estrutura, uma vez que os apoios adjacentes ficam sobrecarregados, podendo criar novas roturas.

Os problemas inerentes à banalização da aplicação deste método construtivo associados ao punçoamento são frequentes e, como tal, é obrigatório dar continuidade ao estudo deste tema, com o intuito de aperfeiçoar as normas e recomendações existentes. Este estudo tem como pressuposto desenvolver um método fiável e rigoroso que permita prever a resistência ao punçoamento de forma segura, exacta e económica.

Vários autores têm vindo a analisar a problemática do punçoamento de forma analítica, recorrendo a variados modelos de comportamento. Contudo, a maioria das normas e recomendações internacionais existentes recorrem a expressões empíricas, fundamentadas essencialmente em resultados experimentais, para o cálculo da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes.

Assim sendo, torna-se imperativo encontrar um método fiável e rigoroso para determinar a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas. Deste modo, para avaliar o grau de rigor e fiabilidade dos novos métodos, será necessário efectuar uma análise comparativa entre os métodos existentes de cálculo do punçoamento em lajes fungiformes e os novos métodos propostos.

1.2 Objectivos

A presente dissertação surgiu da necessidade de avaliar as metodologias apresentadas no novo Model Code 2010 para o dimensionamento de estruturas de betão, no que diz respeito ao cálculo da resistência ao punçoamento. Este novo Model Code 2010 para estruturas de betão tem como finalidade servir de base a futuros regulamentos, tendo em conta os novos desenvolvimentos no que toca às estruturas de betão, o material estrutural em si e os requerimentos estruturais que permitem alcançar um comportamento óptimo da estrutura O intuito deste trabalho, enquadra-se na necessidade de criar uma resposta eficaz e rigorosa em relação à problemática do punçoamento, tornando-se essencial perceber a aplicação desta norma e todas as suas considerações, bem como determinar as diferenças face aos regulamentos em vigor com maior impacto nos dias de hoje.

A análise comparativa do Model Code 2010 irá ser efectuada, recorrendo a duas normas de dimensionamento de grande impacto a nível mundial, o Eurocódigo 2 e o ACI 318-08. Para tal, foi realizada uma pesquisa bibliográfica intensiva, relativa aos trabalhos experimentais levados a cabo por vários autores, no que diz respeito ao punçoamento em lajes fungiformes com préesforço.

1.3 Organização da dissertação

Em seguida apresenta-se a organização da dissertação, que é constituída por quatro capítulos, incluindo a Introdução e Conclusões finais.

No Capítulo 2 descreve-se o estado de conhecimento actual do problema. Inicia-se com uma breve descrição sobre o mecanismo de rotura ao punçoamento. Em seguida, expõem-se as normas e recomendações que tratam este problema, apresentando-se a metodologia de cálculo inerente às mesmas, dando mais relevo ao preconizado pelo Model Code 2010. São ainda referidos os ensaios experimentais realizados por vários autores, cujo objectivo prendeu-se com o estudo da rotura ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas.

No Capítulo 3 são apresentados os resultados obtidos pelas três normas, os pressupostos tomados para cada norma na obtenção dos resultados e finalmente realiza-se uma comparação entre as três normas ao nível dos resultados obtidos, definindo-se qual o regulamento mais fiável.

Finalmente, no Capítulo 4, apresenta-se muito sucintamente um resumo geral da dissertação, descrevendo-se as principais conclusões do estudo efectuado. São ainda apresentadas sugestões para futuros desenvolvimentos relativos ao tema em questão.

Punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas no Model Code 2010

Capítulo 2

Estado actual do problema

2.1 Introdução

As primeiras lajes fungiformes foram desenvolvidas nos Estados Unidos e Europa no início do século XX (Fürst e Marti, 1997). Estas lajes apresentavam pilares com capitel em forma de cogumelo de modo a facilitar a introdução de forças na zona de ligação laje-pilar. Devido à sua simplicidade em termos construtivos, a partir dos anos 1950, lajes fungiformes sem capitéis começaram a prevalecer no mercado. Hoje em dia, o recurso a este tipo de sistema de construção é muito comum, mesmo no caso de edifícios de pequenas dimensões.

No que diz respeito às lajes fungiformes pré-esforçadas, os primeiros estudos experimentais desenvolvidos no âmbito do problema do punçoamento, foram efectuados por Scordelis, Lin e May (1958) em 1958.

Com o aumento da construção de edifícios recorrendo a lajes do tipo fungiformes, crescem os acidentes e incidentes com este tipo de solução estrutural. Este aumento do número de acidentes gerou a necessidade de desenvolver estudos e investigações que permitam compreender melhor o fenómeno da rotura ao punçoamento.

Várias teorias analíticas, numéricas e sobretudo empíricas foram desenvolvidas por investigadores desde o início do século XX, numa tentativa de compreender o fenómeno da

rotura ao punçoamento e arranjar soluções que permitissem dar resposta aos problemas inerentes a este fenómeno.

Consequentemente, as normas existentes que permitem determinar a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas são sobretudo baseadas em formulações empíricas e existem diferenças consideráveis entre as mesmas. Recentemente, foi publicado uma nova versão do Model Code, o Model Code 2010, que traduz uma alternativa a estas normas, uma vez que as suas provisões são baseadas em modelos físicos.

Apesar da bibliografia existente relativa a lajes fungiformes com pré-esforço ser limitada, é necessário efectuar-se uma comparação entre as normas existentes com mais impacto a nível mundial e este novo Model Code 2010 da *fib* (fédération internationale du béton), permitindo definir qual traduz resultados mais credíveis.

No presente capítulo irá expor-se o mecanismo de rotura ao punçoamento, seguido da descrição das normas e recomendações que tiveram e têm maior impacto no dimensionamento de estruturas no que concerne evitar a rotura ao punçoamento, em particular o Model Code 2010, e a forma como tratam o problema.

Por último, apresentam-se os vários ensaios experimentais efectuados por diferentes autores para estudar o fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas.

2.2 Mecanismo de rotura ao punçoamento

A rotura por punçoamento é um fenómeno que ocorre quando existem cargas concentradas importantes sobre elementos com uma espessura reduzida, como é o caso de lajes fungiformes.

Em lajes fungiformes ocorre uma transferência de forças e momentos entre a laje e o pilar, o que provoca elevadas tensões junto deste, podendo levar à rotura. Caracteriza-se pela formação de um elemento tronco cónico que revela propensão para se separar do resto da laje e que resulta da interacção entre os efeitos de flexão e corte junto do pilar (Ver Figura 2.1).

O punçoamento é um fenómeno que ocorre sem aviso prévio, uma vez que se trata de um mecanismo de colapso local associado a uma rotura sem ductilidade. Esta rotura, por vezes, pode conduzir a um colapso progressivo da estrutura, já que induz um acréscimo de carga nos pilares adjacentes.



Figura 2.1- Esquema de rotura ao punçoamento numa laje de betão armado (Menétrey 1994)

O mecanismo de rotura ao punçoamento de uma laje fungiforme em betão armado ou armado pré-esforçado segue um processo em que a ocorrência de fendilhação permite diferenciar as diversas fases do comportamento da estrutura. Inicialmente o aço e o betão apresentam um comportamento elástico-linear, uma vez que o aço não entrou em cedência e o betão não apresenta fendilhação. Após esta primeira fase, surge o aparecimento da primeira fenda de flexão junto ao pilar. A fenda é tangencial ao pilar e localiza-se na face superior da laje. À medida que a carga vertical aumenta, surgem fendas radiais junto ao perímetro do pilar. Numa terceira fase, as fendas propagam-se numa superfície inclinada ao longo da espessura da laje, formando fendas de corte. Estas fendas abrem aglomerando-se numa só fenda inclinada, levando à rotura por punçoamento. Por fim, numa fase pós-rotura ao punçoamento, a fenda de corte inclinada separa a laje em duas partes, que se mantêm ligadas entre si devido à armadura inferior que atravessa o pilar.

A resistência ao punçoamento numa laje fungiforme depende essencialmente de um conjunto de parâmetros, tais como, da geometria e espessura da laje, da área carregada, da localização do pilar (central, canto e bordo), da quantidade de armadura de flexão, da classe de resistência do betão e da existência de armadura específica de punçoamento e de pré-esforço.

2.3 Normas e Recomendações

De seguida, apresenta-se um conjunto de normas e recomendações que tratam o problema do punçoamento. De entre os regulamentos apresentados apenas será efectuada uma análise comparativa entre as normas que expressam uma maior influência actualmente, o EC2 (2010), o ACI 318-08 (2008) e, em particular, a nova versão do MC 2010 (2010).

2.3.1 REBAP

O REBAP (1984), regulamento Português de 1983, foi introduzido com o intuito de melhorar a regulamentação existente e criar uma base regulamentar sobre estruturas de betão pré-esforçado. O REBAP é baseado no CEB-FIP Model Code 1978 (1978).

O presente regulamento descreve o perímetro de referência como sendo uma linha fechada envolvendo a área carregada a uma distância não inferior de d/2 e cujo perímetro é mínimo (Ver Figura 2.2).



Figura 2.2- Perímetro de referência utilizado no REBAP

O valor de cálculo da resistência ao punçoamento, quando não existem armaduras específicas é o dado pela seguinte expressão:

$$V_{Rd} = \eta \tau_1 u d \tag{2.1}$$

onde,

$$n = (1.6 - d) \ge 1 \quad d \text{ em metros}$$

$$(2.2)$$

$$\tau_1 = 0.6 \frac{f_{\text{ctk}}}{\gamma_{\text{c}}} \tag{2.3}$$

u - perímetro de referência

d - altura útil da laje

 f_{ctk} – tensão característica de rotura à tracção do betão

 γ_c – coeficiente de segurança do betão com o valor de 1.5

De notar que apenas será necessário considerar o problema do punçoamento nos casos em que a área carrega é circular e o seu diâmetro não excede 3.5 d, a área carregada é rectangular e o seu perímetro não excede 11d nem excede 2 a relação entre o seu comprimento e a sua largura. Fora fora destes limites será necessário considerar, em geral, um problema de esforço transverso.

No caso em que a laje esteja sujeita a tensões de compressão devidas ao pré-esforço, o valor de cálculo do esforço resistente de punçoamento será calculado através da Expressão 2.1 multiplicada pelo seguinte factor:

$$1 + \frac{M_0}{M_{sd}} \le 2 \tag{2.4}$$

onde,

M₀ - momento de descompressão da secção

 M_{sd} – valor de cálculo do momento actuante

O momento de descompressão da secção define-se pela seguinte expressão:

$$M_0 = \sigma_{cp}.w \tag{2.5}$$

onde,

 σ_{cp} – tensão média de compressão no betão devida ao pré-esforço

w - módulo de flexão

No caso de existirem armaduras específicas de punçoamento, para o cálculo do esforço resistente ao punçoamento utiliza-se a seguinte expressão:

$$V_{\rm Rd} = \frac{4}{3} \frac{A_{\rm sw}}{\rm s} f_{\rm syd} \, {\rm sen} \, \alpha \tag{2.6}$$

onde,

 f_{syd} – valor de cálculo da tensão de cedência do aço limitada a 350 MPa

 α – ângulo formado pelo plano da laje e as armaduras específicas de punçoamento

Asw - área num perímetro em torno do pilar de armadura específica de punçoamento

s – espaçamento entre armaduras

O valor do esforço resistente obtido pela expressão anterior, não pode exceder 1.6 vezes o valor obtido pela Expressão 2.1.

Nesta situação, em que existem armaduras específicas de punçoamento, o valor de cálculo do esforço resistente é independente das tensões de compressão no plano da laje que se originam, em particular pelo pré-esforço.

2.3.2 BS 8110

BS 8110 (1985) é o regulamento britânico que considera para o perímetro de referência o menor rectângulo que se encontra a uma distância mínima de 1.5d do pilar ou área carregada. (Ver Figura 2.3)



Figura 2.3- Perímetro de referência para o BS 8110

O valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento, sem armadura específica, pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$V_{\rm Rd} = \frac{0.79}{\gamma_{\rm c}} \left(\frac{f_{\rm cck}}{25}\right)^{1/3} \left(\frac{400}{\rm d}\right)^{1/4} (100\rho)^{1/3} \rm{u} \, d$$
(2.7)

Quando se tem armadura específica de punçoamento, o valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento toma a seguinte expressão:

$$V_{Rd} = \frac{0.79}{\gamma_c} \left(\frac{f_{cck}}{25}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{400}{d}\right)^{\frac{1}{4}} (100\rho)^{\frac{1}{3}} u \, d + 0.87 A_{sw} f_{syd} sen \, \alpha$$
(2.8)

onde,

$$\frac{400}{d} \ge 1 \quad \text{com d em mm} \tag{2.9}$$

$$\frac{f_{cck}}{25} \ge 1 \quad e \quad f_{cck} \le 40 \text{ MPa}$$

$$(2.10)$$

$$0.87A_{sw}f_{syd} \operatorname{sen} \alpha \ge 0.4 \, \mathrm{u} \, \mathrm{d} \tag{2.11}$$

 γ_c – coeficiente de segurança do betão com valor de 1.25

 f_{cck} – tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos

 α – ângulo formado entre o plano da laje e armaduras específicas de punçoamento

- u perímetro de referência
- d altura útil da laje

Em relação a lajes fungiformes pré-esforçadas, não existe, nesta norma, nenhum método para estimar o esforço resistente ao punçoamento. Contudo, sugere-se a utilização de um método formalizado por Regan (1985) para lajes fungiformes pré-esforçadas com cabos aderentes, em que as Expressões 2.13 e 2.14 são utilizadas, recorrendo a uma percentagem geométrica de armadura de:

$$\rho_{eq} = \frac{A_s + A_{sp}}{b d}$$
(2.12)

O valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento obtém-se, somando a carga de descompressão, V_0 , que resulta da aplicação da carga que anularia a tensão de compressão originada pelo pré-esforço. Desta forma, as expressões a utilizar são as seguintes:

$$V_{Rd} = \frac{0.79}{\gamma_c} \left(\frac{f_{cck}}{25}\right)^{1/3} \left(\frac{400}{d}\right)^{1/4} \left(100\rho_{eq}\right)^{1/3} u \, d + V_0$$
(2.13)

$$V_{Rd} = \frac{0.79}{\gamma_c} \left(\frac{f_{cck}}{25}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{400}{d}\right)^{\frac{1}{4}} (100\rho_{eq})^{\frac{1}{3}} u \, d + 0.87 A_{sw} f_{syd} sen \, \alpha + V_0$$
(2.14)

Sendo, as Expressões 2.13 e 2.14 correspondentes ao valor de cálculo do pré-esforço sem armadura específica de punçoamento e com armadura específica de punçoamento, respectivamente.

2.3.3 CEB-FIP Model Code de 1990

No CEB-FIP Model Code 1990 (1993) o problema do punçoamento em lajes fungiformes préesforçadas não é abordado, sendo necessário recorrer a uma publicação que trata em particular este tema. Mais tarde foram desenvolvidas algumas recomendações (FIP, 1998) relativas ao dimensionamento de lajes fungiformes pré-esforçadas, as quais foram publicadas em 1998.

Neste documento a componente vertical das forças de desvio e a compressão originadas pelo pré-esforço, consideram-se no lado da acção e o valor de cálculo do valor resistente ao punçoamento é determinado de acordo com o Model Code 1990 para lajes fungiformes com armadura ordinária.

A presente norma considera que o perímetro de referência em redor da área carregada encontrase a uma distância de 2d e cujo perímetro é mínimo (ver Figura 2.4).



Figura 2.4 - Perímetro de referência considerado no MC1990

O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas adquire a seguinte expressão:

$$V_{\rm Rd} = 0.12 \,\xi (100 \,\rho \,f_{\rm ck})^{1/3} {\rm u} \,{\rm d} \tag{2.15}$$

onde,

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} d em mm$$
 (2.16)

$$\rho = \sqrt{\rho_{\rm ly} \, \rho_{\rm lz}} \le 0.02 \tag{2.17}$$

 ρ_{ly} , ρ_{lz} – percentagens geométricas das armaduras (aderentes) de flexão da laje, segundo y e z, considerando como valor médio de cálculo uma distância de 2d a partir do pilar e para cada um dos lados do mesmo.

 f_{ck} – valor característico da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos limitada a 50 MPa.

u - perímetro de referência

d - altura útil da laje

No caso da existência de armaduras específicas de punçoamento, utiliza-se a seguinte expressão:

$$V_{Rd} = 0.09 \,\xi (100 \,\rho \,f_{ck})^{1/3} u \,d + 1.5 \frac{d}{s_r} A_{sw} \,f_{syd} \,\text{sen}\,\alpha \tag{2.18}$$

onde,

 s_r – afastamento radial entre camadas de armadura

- f_{syd} valor de cálculo da tensão de cedência do aço limitado a 300 MPa
- u perímetro de referência
- d altura útil da laje

Para a resistência ao punçoamento, tem-se como limite máximo o seguinte valor:

$$V_{Rd} \le 0.5 f_{cd2} u_0 d$$
 (2.19)

onde,

$$f_{cd_2} = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd}$$
(2.20)

 $f_{cd}-valor$ de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

2.3.4 Eurocódigo 2

O Eurocódigo 2 (2010) considera, para o perímetro de referência, u, uma distância de 2d a partir da área carregada. Este perímetro de contorno deve ter um comprimento mínimo (ver Figura 2.5).

Adopta-se para a altura útil média da laje a seguinte expressão:

$$d = \frac{(d_y + d_z)}{2}$$
(2.21)

sendo d_y e d_z as alturas úteis da armadura em duas direcções ortogonais.



Figura 2.5 – Perímetro de referência utilizado no EC2

O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas é dado pela seguinte expressão:

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} u \, d + k_1 \sigma_{cp} u \, d \ge (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \, u \, d$$
(2.22)

onde,

$$C_{\rm Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_{\rm c}} \tag{2.23}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2.0 \text{ (d em mm)}$$
 (2.24)

 f_{ck} – tensão característica da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos [MPa]

 γ_c – coeficiente de segurança do betão com valor de 1.5

$$\rho_{\rm l} = \sqrt{\rho_{\rm ly}, \rho_{\rm lz}} \le 0.02 \tag{2.25}$$

onde, ρ_l corresponde à percentagem geométrica de armadura longitudinal e ρ_{ly} , ρ_{lz} - percentagens geométricas das armaduras (aderentes) de flexão da laje, segundo y e z, considerando como valor médio de cálculo uma distância de 3d a partir do pilar e para cada um dos lados do mesmo

 $k_1 = 0,1$ - valor recomendado

u – perímetro de referência a 2d do pilar (u = $4(c + \pi d)$ para pilares com secção quadrada e u = $\pi(c + 4d)$ para pilares com secção circular)
$v_{\min} = 0.035 \, k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \tag{2.26}$

A tensão normal no betão é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{\rm cp} = \frac{\left(\sigma_{\rm cy} + \sigma_{\rm cz}\right)}{2} \tag{2.27}$$

onde,

 $\sigma_{cy} = \frac{N_{Edy}}{A_{cy}} e \sigma_{cz} = \frac{N_{Edz}}{A_{cz}}$, sendo N_{Ed} o esforço axial actuante, (positivo quando se tratar de

compressão). Ac é a área de betão associada ao esforço axial considerado;

No caso de existirem armaduras específicas, o valor da resistência ao punçoamento toma a seguinte expressão:

$$V_{\text{Rd,c}} = 0.75 V_{\text{Rd,c}} + 1.5 \left(\frac{d}{S_{\text{r}}}\right) A_{\text{sw}} f_{\text{ywd,ef}} \frac{\text{sen}\alpha}{(\text{u d})}$$
(2.28)

onde,

 A_{sw} – área de armadura de punçoamento num perímetro em volta do pilar

 $\boldsymbol{s}_r - \boldsymbol{e}\boldsymbol{s} \boldsymbol{p} \boldsymbol{a} \boldsymbol{c}$ and $\boldsymbol{o}\boldsymbol{s}$ perímetros de armadura de punçoamento

 $f_{ywd,ef}$ – valor efectivo de cálculo da resistência da armadura de punçoamento dada por: $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d \le f_{ywd}$ [MPa] e o d em [mm]

 α – ângulo entre a armadura de punçoamento e o plano da laje (considera-se d/_s = 0.67 quando se utiliza uma linha de barras inclinadas)

- u perímetro de referência
- d média das alturas úteis [mm]

2.3.5 ACI 318-08

O ACI 318-08 (2008) considera, para o perímetro de referência, u, uma distância de d/2 a partir do pilar ou área carregada (ver Figura 2.6).



Figura 2.6 - Perímetro de referência considerado no ACI 318-08

O ACI 318-08 apresenta expressões diferentes para determinar o valor da resistência ao punçoamento. Para lajes fungiformes sem pré-esforço, a resistência ao punçoamento define-se pelo menor valor que se obtém de três expressões:

$$V_{Rd} = \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \frac{\sqrt{f_{ck}} u d}{12} \gamma_c$$
(2.29)

$$V_{\rm Rd} = \left(2 + \frac{\alpha_{\rm s}d}{u_1}\right) \frac{\sqrt{f_{\rm ck}}u\,d}{12}\,\gamma_{\rm c} \tag{2.30}$$

$$V_{\rm Rd} = \frac{1}{3} \sqrt{f_{\rm ck}} u \, \mathrm{d} \, \gamma_{\rm c} \tag{2.31}$$

onde,

u – perímetro de referência a d/2 do pilar (u = 4(c + d) para pilares com secção quadrada e u = $\pi(c + d)$ para pilares com secção circular)

 f_{ck} – tensão característica da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos ($f_{ck} \le$ 35 MPa)

 β_c – quociente entre o lado maior e lado menor do pilar

 γ_c – coeficiente de segurança do betão (0.75)

 α_s – igual a 40 para pilares interiores, 30 para pilares de bordo e 20 para pilares de canto

No caso de lajes fungiformes pré-esforçadas, o ACI 318-08 prevê a seguinte expressão para calcular o valor de resistência ao punçoamento:

$$V_{Rd} = \left(\beta_p \gamma_c \sqrt{f_{ck}} + 0.3\sigma_{cp}\right) u d + V_P$$
(2.32)

onde,

 β_p – menor valor entre 0.29 e $\left(\alpha_s \frac{d}{u} + 1.5\right)/12$

 σ_{cp} – tensão de compressão no betão devido ao pré-esforço, como média nas duas direcções (mínimo 0.9 MPa e máximo 3.5 MPa)

V_P - componente vertical do pré-esforço que passa no perímetro de referência.

Para o caso em que são utilizadas armaduras específicas de punçoamento, determina-se o valor de cálculo do esforço resistente recorrendo à seguinte expressão:

$$V_{Rd} = \left(\frac{1}{6}\sqrt{f_{ck}}u \,d + A_{sw}f_{syd}sen \,\alpha\right)\gamma_c$$
(2.33)

sendo,

$$A_{sw}f_{syd}sen \alpha \le \frac{1}{3}\sqrt{f_{ck}}u d$$
(2.34)

Asw - área de armadura de punçoamento num perímetro em torno do pilar

Nestas duas expressões a tensão de cedência do aço utilizado na armadura de punçoamento encontra-se limitada ao valor de 414 MPa.

2.3.6 CEB-FIP Model Code de 2010

2.3.6.1 Aspectos gerais do MC2010

O primeiro Model Code sobre estruturas de betão foi publicado no ano de 1978 e surgiu através da cooperação entre o CEB (Comité Euro-International du Béton) e a FIP (Fédération Internationale de la Précontrainte), que tinham como propósito definir novas directrizes de investigação, criar recomendações de dimensionamento e condensar a informação existente.

Este primeiro Model Code permitiu converter a informação existente em documentos, possibilitando às comissões de vários países, incluindo Portugal, instituir ou melhorar as recomendações a nível das estruturas de Betão.

O CEB/FIP Model Code 1990 sucedeu ao Model Code 1978 e foi considerado um importante passo na conciliação dos regulamentos internacionais existentes, tendo sido a base para o Eurocódigo referente às estruturas de betão.

Doze anos após o aparecimento do Model Code 1990 surgiu a ideia de começar a preparar um novo Model Code.

O formato do Model Code 2010 é análogo aos documentos anteriores, em particular na sequência lógica dos tópicos abordados, uma vez que os critérios de dimensionamento são apresentados seguidos dos requerimentos estruturais. São, ainda, apresentadas explicações acompanhadas de diagramas específicos, regras alternativas simplificadas, pequenas explicações acerca dos critérios de dimensionamento e requerimentos estruturais e referências a outras fontes. Nestas fontes englobam-se os Boletins da fib, da FIB e outros documentos.

Este novo Model Code 2010 para estruturas de betão tem como fim servir de base a futuros regulamentos, tendo em conta os novos desenvolvimentos no que toca às estruturas de betão, o material estrutural em si e os requerimentos estruturais que permitem alcançar um comportamento óptimo da estrutura.

2.3.6.2 Metodologia aplicada na determinação da resistência ao punçoamento

Ao contrário das versões anteriores do Model Code, que se baseiam em fórmulas empíricas, as previsões para determinar a resistência ao punçoamento no Model Code 2010, baseiam-se num modelo físico. A teoria que serve de base a este novo Model Code 2010, é a Teoria da Rotura Crítica por Corte.

O Model Code 2010 (2010) indica que o perímetro de referência, u, encontra-se a uma distância de $0.5d_v$, a partir da região de suporte ou da área carregada e deverá ser traçado de forma a ter um comprimento mínimo (Ver Figura 2.7).



Figura 2.7 - Perímetro de referência considerado no Model Code 2010

A altura útil da laje a partir da superfície de suporte da laje, d_v , e a altura útil para efeitos de cálculo, d, correspondem às distâncias na seguinte figura:



Figura 2.8 - Alturas úteis da laje a utilizar no MC2010 (2010)

O MC2010 define como ψ o parâmetro que corresponde à rotação da laje, fora da zona crítica de fendilhação, em redor da região do pilar.



Figura 2.9 – Rotação da laje em redor do pilar (MC2010)

Para lajes fungiformes (ou sapatas), o esforço transverso de dimensionamento equivale ao valor da reacção do pilar menos a soma das reacções aplicadas na zona do perímetro de referência, tal como, as forças de desvio dos cabos de pré-esforço.

A expressão para o cálculo da resistência ao punçoamento, de acordo com o Model Code 2010, apresenta-se de seguida:

$$V_{\rm Rd} = V_{\rm Rd,c} + V_{\rm Rd,s} \tag{2.35}$$

O valor da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas, pode ser obtido pela seguinte expressão;

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} u \, d_v$$
(2.36)

onde,

 f_{ck} – tensão característica de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos [MPa].

 γ_c – coeficiente de segurança do betão com valor de 1.5

u – perímetro de referência a 0.5 d do pilar (u = k_e . (4c + dv π) para pilares com secção quadrada e u = $k_e \pi(c + dv)$ para pilares com secção circular)

 d_v – valor médio da altura útil nas direcções x e y a partir da superfície de suporte da laje k_e – coeficiente de excentricidade dado por: $k_e = \frac{1}{1+e_u/b_u}$, sendo e_u a carga excêntrica e b_u o diâmetro de um círculo com a mesma superfície que a região do perímetro de referência.

O parâmetro k_{ψ} depende das deformações da laje à volta da região de apoio e calcula-se através da seguinte expressão:

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.6.\psi. d. k_{dg}} \le 0.6$$
(2.37)

onde,

 ψ – rotação da laje à volta da região de apoio fora da zona crítica de fendilhação.

$$k_{dg} = \frac{48}{16 + d_g}$$
(2.38)

em que d_g corresponde à máxima divisão do agregado em mm

O valor de cálculo do esforço resistente proveniente dos estribos, portanto com armadura específica de punçoamento, pode ser determinado recorrendo à seguinte expressão:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sd} \sin\alpha$$
(2.39)

onde,

 $\sum A_{sw}$ – somatório da área de secção transversal das armaduras de esforço transverso ancoradas e intersectadas pela potencial superfície de colapso dentro da zona correspondente a 0.35 d_v e d_v a partir da face da região de apoio (Ver Figura 2.10)

 α - ângulo formado pelas armaduras específicas de punçoamento e o plano da laje

 σ_{sd} – tensão que pode ser mobilizada na armadura de esforço transverso : $\sigma_{sd} = \frac{E_s \psi}{6} \le f_{syd}$, em que E_s é o módulo de elasticidade do aço [MPa] e f_{ywd} é o valor de cálculo da tensão limite de cedência do aço.



Figura 2.10 - Armadura de punçoamento na zona crítica

2.3.6.3 Determinação do comportamento carga-rotação da laje recorrendo aos Níveis de Aproximação

Existe um conjunto de diferentes métodos que permitem determinar o comportamento cargarotação da laje, necessário no cálculo da resistência ao punçoamento.

O Model Code 2010 apresenta várias expressões analíticas para calcular a rotação da laje em torno da região de apoio. Estas expressões referem-se a diferentes níveis de aproximação, Nível I, Nível II, Nível III. Existe ainda outro nível, o Nível IV de Aproximação, em que a rotação, ψ , pode ser calculada com base numa análise não linear da estrutura.

Nível I de Aproximação

O Nível I de Aproximação, aplica-se a lajes fungiformes uniformes projectadas de acordo com uma análise elástica e sem redistribuição significativa dos esforços internos. Neste nível, assume-se que $m_{sd} = m_{Rd}$, traduzindo-se numa aproximação segura no que diz respeito ao prédimensionamento da resistência ao punçoamento. Esta aproximação implica que a resistência da laje seja dominada pela sua capacidade de flexão. A expressão seguinte determina o valor da rotação para este nível de aproximação:

$$\psi = 1.5. \frac{r_s}{d} \frac{f_{syd}}{E_s}$$
(2.40)

onde, r_s corresponde à distância a partir do eixo do pilar até ao local onde o momento flector radial é zero, ou, no caso de lajes fungiformes com geometria regular, $r_s \approx 0,221$ (largura do vão).

Nível II de Aproximação

O Nível II de Aproximação aplica-se a lajes onde as redistribuições de momentos flectores são consideradas significativas para o cálculo das armaduras de flexão. É, ainda, recomendado para lajes irregulares ou lajes onde a relação entre os comprimentos dos vãos se encontra fora do intervalo 0.5 a 2.0. A expressão que permite obter o valor da rotação para este nível de aproximação é a seguinte:

$$\psi = 1.5. \frac{r_s}{d} \frac{f_{syd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1.5}$$
(2.41)

onde,

 r_s – distância a partir do eixo do pilar até ao local onde o momento flector radial é zero

 f_{syd} – valor de cálculo da tensão limite de cedência do aço

E_s-módulo de elasticidade do aço

m_{sd} – momento médio actuante por unidade de comprimento na largura da banda, b_s

 m_{Rd} – momento médio resistente de flexão por unidade de comprimento na largura da banda,

bs

 $b_s = 1,5.\sqrt{r_{s,x}.r_{s,y}} \le L_{lim}$ e corresponde à largura da banda para o cálculo da resistência média à flexão de dimensionamento

O valor do m_{Sd} pode ser obtido através de expressões, que permitem obter um resultado aproximado do mesmo. Para pilares interiores o m_{sd} pode ser obtido aproximadamente por:

$$m_{sd} = \frac{V_{sd}}{8}$$
(2.42)

Relativamente a pilares de bordo, m_{Sd} toma o valor de $\frac{V_{Sd}}{4}$, quando os cálculos são efectuados considerando, para o cálculo de m_{Rd} , que as armaduras superiores são paralelas ao bordo do pilar, e o valor de $\frac{V_{Sd}}{8}$, quando os cálculos são realizados, tendo em consideração o menor valor entre a armadura superior e armadura inferior perpendiculares ao bordo do pilar, para o cálculo de m_{Rd} . Para pilares de canto, m_{Sd} toma o valor de $\frac{V_{Sd}}{2}$, quando no cálculo de m_{Rd} se considera para as armaduras superiores e inferior dispostas nas duas direcções, o menor valor.

No caso de lajes pré-esforçadas, o regulamento em estudo, propõe uma substituição para a expressão referida em 2.40:

$$\psi = 1.5. \frac{r_s}{d} \frac{f_{syd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd} - m_{Pd}}{m_{Rd} - m_{Pd}}\right)^{1.5}$$
(2.43)

Onde m_{Pd} corresponde ao momento de descompressão médio devido ao pré-esforço por unidade de comprimento na largura da banda.

Nível III de Aproximação

No Nível III de Aproximação substitui-se, na Expressão 2.43 o coeficiente 1.5 por 1.2, caso o r_s e o m_{sd} sejam calculados para lajes fungiformes que utilizem modelos elástico-lineares em que:

$$\mathbf{m}_{\mathrm{sd},\mathrm{x}} = \mathbf{m}_{\mathrm{x}} \pm |\mathbf{m}_{\mathrm{xy}}| \tag{2.44}$$

$$m_{sd,y} = m_y \pm |m_{xy}| \tag{2.45}$$

onde,

m_{sd,x} - momento flector médio por unidade de comprimento na direcção x na largura b_s

m_{sd,y} - momento flector médio por unidade de comprimento na direcção y na largura b_s

 m_{xy} – momento de torsão médio por unidade de comprimento na largura b_s

m_x – momento elástico actuante na direcção x

m_v - momento elástico actuante na direcção y

Os momentos anteriores determinam-se na borda do pilar maximizando o m_{sd} . (Ver Figura 2.11).



Figura 2.11 - Exemplo de secção para a integração dos momentos

2.4 Ensaios experimentais

Vários estudos e ensaios experimentais relativos ao problema do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas têm vindo, ao longo dos anos, a evoluir significativamente. No trabalho em questão, os resultados obtidos através dos ensaios experimentais irão permitir realizar uma análise comparativa com os valores obtidos pelas normas em estudo. Desta forma, apresentam-se os ensaios experimentais efectuados por: Gerber e Burns (1971); Pralong, Brändli e Thürlimann (1979); Regan (1981) Shehata (1982); Kordina e Nölting (1984, 1986); Hassanzadeh (1998); Melges (2000); Corrêa (2001); Ramos (2003); Silva (2007). Os ensaios irão ser apresentados cronologicamente.

2.4.1 Gerber e Burns – 1971

Gerber e Burns (1971) realizaram ensaios sobre dez modelos de lajes fungiformes préesforçadas com 178 mm de espessura e 3658 mm de lado. Quatro dos modelos pretendiam simular lajes executadas pelo método de "lift slabs" e os restantes modelos construções "in situ". Relativamente aos quatro modelos realizados pelo método de "lift slabs", estes continham troços de pilares monolíticos cuja secção transversal era quadrada com 305 mm de lado (C1 a C4). Cada modelo continha seis cabos de pré-esforço dispostos em cada direcção, com uma força aproximada de 187 kN por cabo. O traçado dos cabos de pré-esforço era trapezóidal com excentricidade máxima no centro do modelo. Nos modelos foram utilizados cabos de pré-esforço não aderentes, à excepção do modelo L7, em que eram aderentes. A tensão de rotura à tracção do aço das armaduras de pré-esforço, f_{pu} , era de 1724 MPa e a tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1% do aço de pré-esforço, $f_{p0.1}$, era de 1448 MPa. Apenas foi utilizada armadura ordinária nos modelos C2, C3, L2 e L3.

Os modelos eram suportados por pilares ou colares de aço e carregados por meio de quatro macacos hidráulicos que se encontravam a uma distância de 813 mm do centro da laje, como mostra a Figura 2.12.



Figura 2.12 - Planta esquemática dos modelos de Gerber e Burns

No Quadro 2.1 encontra-se um resumo dos resultados experimentais. Em todos os modelos a rotura deu-se por punçoamento.

Modelo	f _{ccm} (MPa)	A _s (mm ²)	d _s (mm)	f _{sy} (MPa)	d _p (mm)	f _{p0.2} (MPa)	V _{exp} (kN)
C1	45.7	-	-	-	133	1448	789
C2	39,7	792	152	423	139	1448	857
C3	42,4	792	152	582	140	1448	902
C4	42,5	-	-	-	133	1448	813
L1	45,7	-	-	-	102	1448	878
L2	38,8	792	121	423	107	1448	891
L3	39,7	792	121	582	109	1448	935
L4	41,6	-	-	-	102	1448	857
L7	43,1	-	-	-	102	1448	893

Quadro 2.1 - Resultados dos ensaios de Gerber e Burns

A_s – área de armadura ordinária

d_s – altura útil da armadura ordinária

d_p – altura útil da armadura de pré-esforço

2.4.2 Pralong, Brändli e Thürlimann – 1979

Pralong et al (1979) realizaram ensaios em três modelos de lajes com geometria octogonal e apoiados em troços de pilar betonados conjuntamente com a laje. Os modelos tinham 2750 mm de lado e os pilares 300 mm de diâmetro. Os carregamentos eram efectuados em oito pontos sobre um círculo de 2600 mm de diâmetro. Na Figura 2.13 é possível ver a geometria do modelo e os pontos de carregamentos.

Os modelos tinham uma armadura ordinária disposta em anéis com varões de 8 mm afastados de 100 mm, com excepção do modelo P7 em que os varões eram de 16 mm. A tensão de cedência da armadura era de 540 MPa.



Figura 2.13 – Esquema dos ensaios de Pralong, Brändli e Thürlimann

Os cabos de pré-esforço dos modelos tinham um traçado parabólico, sendo o pré-esforço em cada modelo composto por um conjunto de seis monocordões de 0.6", em cada direcção, espaçados de 100 mm e concentrados junto ao pilar. Nos pontos de aplicação das cargas a excentricidade era nula, e sobre o pilar era máxima. Os valores das excentricidades máximas estão referidos no Quadro 2.2.

Nos modelos P7 e P8 o pré-esforço era não aderente, já no modelo P9 era aderente. A tensão de rotura à tracção era de 1803 MPa e a tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1% do aço de pré-esforço era de 1679 MPa.

Em todos os modelos ocorreu rotura por punçoamento. Os resultados destes ensaios encontramse no Quadro 2.2.

Modelo	f _{ccm} (MPa)	h (mm)	A _{sp} (mm ²)	d _p (mm)	e (mm)	A _s (mm ²)	d _s (mm)	σ _{cp} (MPa)	V _{exp} (kN)
P7	36,5	175	859	129	41	4826	157	2,08	767
P8	34,3	176	859	138	50	1206	162	2,14	687
P9	38,4	182	859	139	48	1206	168	2,01	813

Quadro 2.2 - Resultados dos ensaios de Pralong, Brändi e Thürlimann

onde,

- A_{sp} área de armadura de pré-esforço
- e excentricidade do pré-esforço

2.4.3 Regan - 1981

Regan (1981), a pedido do Departamento de Transportes Inglês, ensaiou um conjunto de lajes pré-esforçadas divididas em séries de ensaios. Para o trabalho em questão, somente as séries DT e EL se revelam importantes analisar.

Em relação à série DT, era constituída por dez modelos de lajes com forma geométrica rectangular, com 1500 de largura, 3040 de comprimento e 225 mm de espessura, excluindo o modelo DT10 que tinha 2120 mm de comprimento. O vão transversal e longitudinal era de 914 mm e 2740 mm, respectivamente, exceptuando o modelo DT10 que tinha um vão longitudinal de 1840 mm. Esta série pretendia simular a área junto ao pilar de uma laje de ponte à escala de aproximadamente 1/4. Na Figura 2.14 é possível ver o esquema dos ensaios levados a cabo por Regan.



Figura 2.14 - Esquema dos ensaios da série DT (DT1 a DT9)

Os modelos tinham armadura ordinária inferior nas duas direcções ortogonais, sendo composta por varões com 8 mm de diâmetro, afastados de 120 mm entre si. Como a armadura superior variava, os dados encontram-se nos Quadros 2.3 e 2.4.

Todos os modelos encontravam-se sujeitos ao pré-esforço na direcção longitudinal, com excepção do modelo DT1, que não era pré-esforçado. As lajes desta série eram constituídas por doze monocordões de 18 mm de diâmetro e de 12,7 mm de diâmetro, no caso do modelo DT8, com afastamento de 120 mm entre si e uma secção transversal de 223 mm² e de 112 mm² (modelo DT8). Os cabos de pré-esforço eram aderentes, contudo no modelo DT9, não houve injecção da bainha. O traçado descrevia um trajecto circular com excentricidade nula junto à linha de reacção e máxima no centro do modelo.

Modelo	A _s (mm ²)	d _s (mm)	f _{sy} (MPa)	A _{sp} (mm ²)	d _p (mm)	f _{p0.2} (MPa)	d (mm)	ρ _s (%)	ρ _p (%)
DT1	6032	197	675	-	-	-	197	1,79	-
DT2	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT3	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT4	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT5	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT6	653	206	510	2676	169	1478	172	0,26	1,05
DT7	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT8	2614	197	518	1344	156	1616	172	1,01	0,52
DT9	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04
DT10	653	206	510	2676	169	1478	172	0,25	1,04

Quadro 2.3 - Armadura longitudinal superior e de pré-esforço

(1) $d = (A_s f_{sy} d_s + A_{sp} f_{p0.2} d_p) / (A_s f_{sy} + A_{sp} f_{p0.2})$

Quadro 2.4 - Armadura transversal superior dos modelos

Modelo	A _s (mm ²)	d _s (mm)	A _s f _{sy} (kN)	ρ _s (%)
DT1	2545	183	1318	0,71
DT2	2545	196	1318	0,64
DT3	2545	196	1318	0,64
DT4	2545	196	1318	0,64
DT5	2545	196	1327	0,56
DT6	3016	194	1555	0,8
DT7	2545	196	1318	0,64
DT8	2545	183	1318	0,71

DT9	2545	196	1318	0,64
DT10	3588	196	1858	1,03

onde,

 ρ_s – percentagem geométrica de armadura ordinária

A carga foi aplicada verticalmente com recurso a um macaco hidráulico, mediante uma placa de aço quadrada que se encontrava no centro e abaixo do modelo.

Das dez lajes ensaiadas da série DT oito obtiveram rotura por punçoamento e duas por flexão, especificamente, a DT3 por ter uma área carregada de 300x300 mm² e a DT7 que tinha armadura específica de punçoamento. No Quadro 2.5 encontram-se os resultados obtidos pelo autor.

					Carga de F	endilhação	
Modelo	a (mm)	f _{ccm} (Mpa)	σ _{cp} (MPa)	e (mm)	Transversal (kN)	Longitudinal (kN)	V _{exp} (kN)
DT1	150	54,5	0	0	312	-	780
DT2	150	50,1	8,9	56	468	468	832
DT3	300	54,0	8,9	56	572	520	962
DT4	150	59,0	2,8	56	312	364	715
DT5	150	58,2	8,9	56	-	468	910
DT6	150	53,7	8,9	54	520	416	832
DT7	150	56,5	8,9	56	520	468	988
DT8	150	57,0	2,2	43	260	260	676
DT9	150	56,2	8,9	56	520	520	806
DT10	150	54,7	8,9	56	-	-	832

Quadro 2.5 - Resultados dos ensaios da série DT

A série EL era composta por cinco modelos, com uma espessura de 180 mm, uma largura de 1250 mm e um vão longitudinal de 915, excluindo o modelo EL1 que tinha 1295 mm e o EL3 que tinha 645 mm. Os pilares possuíam uma forma quadrangular com dimensões de 150x150 mm², à excepção do modelo EL4, em que o troço de pilar tinha 250 mm de lado.



Figura 2.15 - Esquema dos ensaios da série EL

Comparativamente, a série EL, a nível geométrico era bastaste semelhante à série DT, a diferença residia na presença de um troço de pilar monolítico de betão armado na série EL.

A face inferior era constituída por armadura ordinária, em ambas as direcções ortogonais, com varões de 8 mm de diâmetro afastados 150 mm entre si. Tal como na série DT, a quantidade de armadura da face superior era variável (Quadro 2.7)

Os modelos obtiveram uma rotura por punçoamento junto ao pilar, ressalvando o modelo EL1 que obteve por flexão e o modelo EL4 que obteve por corte junto dos bordos. Os resultados encontram-se no Quadro 2.8.

Modelo	A _s (mm ²)	d _s (mm)	f _{sy} (MPa)	A _{sp} (mm ²)	d _p (mm)	f _{p0.2} (MPa)	d (mm) ⁽¹⁾	ρ _s (%)	ρ _p (%)
EL1-EL5	416	161	510	1650	125	1576	128	0.26	1.01
(1) $d = (A_s f_{sy} d_s + A_{sp} f_{p0.2} d_p) / (A_s f_{sy} + A_{sp} f_{p0.2})$									

Quadro 2.6 - Armadura longitudinal e superior da série EL

Modele	As	ds	\mathbf{f}_{sy}	ρ_s
WIUUEIU	(\mathbf{mm}^2)	(mm)	(k N)	(%)
EL1	1006	153	510	0,22
EL2	1649	152	490	0,52
EL3	2375	151	530	1,07
EL4	1649	152	490	0,52
EL5	1649	152	490	0,52

Quadro 2.7 - Armadura transversal superior da série EL

Quadro 2.8 - Resultados dos ensaios da série EL

Modelo	a (mm)	b (mm)	f _{ccm} (MPa)	σ _{cp} (MPa)	V _{exp} (kN)
EL1	150	1295	49,9	8	475
EL2	150	915	48,3	8	608
EL3	150	645	47,9	8	645
EL4	250	915	54,7	8	715
EL5	150	915	38,7	8	510

2.4.4 Shehata - 1982

Shehata (1982), levou a cabo um conjunto de seis ensaios de modelos de lajes com forma geométrica quadrangular com os cantos recortados. Na Figura 2.16 é possível ver a geometria dos modelos. A espessura da laje era de 175 mm, tinha 2350 mm de lado e 1840 mm de vão nas duas direcções. Os modelos pretendiam simular uma laje fungiforme de um protótipo de um edifício, na zona de momentos negativos em redor de um pilar interior até à zona de momentos nulos, a uma escala de $\frac{1}{2}$.

O carregamento foi aplicado por meio de um macaco hidráulico a uma placa de aço com 150 mm de lado, que transmitia ao centro do modelo uma força de 1850 kN. As reacções nos bordos foram aplicadas à laje através de quatro barras de aço de alta resistência que passavam por quatro orifícios, impedindo o deslocamento vertical dos bordos.



Figura 2.16 - Esquema dos ensaios de Shehata

A armadura ordinária na face inferior era constituída por varões de 8 mm de diâmetro afastados de 120 mm em ambas as direcções. Na face superior, a armadura era igual à da face inferior, excepto os modelos SP2 e SP3 (ver Quadro 2.9). No modelo SP3 a armadura superior ordinária era constituída por varões de 16 mm de diâmetro espaçados de 65 mm na zona central de bandas com largura igual a seis vezes a espessura do modelo, sendo constituída, fora destas zonas, por varões com o mesmo diâmetro mas espaçados de 125 mm. No modelo SP2, a armadura ordinária superior consistia em varões de 8 mm de diâmetro afastados de 120 mm na direcção dos cabos de pré-esforço, e na direcção que não tinha pré-esforço aplicado, de varões de 16 mm de diâmetro espaçados de 125 mm nas zonas restantes do modelo.

Modele	As	d _s	\mathbf{f}_{sy}	ρ _s (%)		
WIGUEIO	(\mathbf{mm}^2)	(mm)	(MPa)	(1)	(2)	
SP1	905	157	510	0,281	0,266	
SP2 ⁽³⁾	3169	147	518	1,40	1,12	
SP2 ⁽⁴⁾	905	135	510	0,290	0,29	
SP3	4222	139	518	2,220	1,16	
SP4	905	157	510	0,281	0,266	
SP5	905	157	510	0,281	0,266	
SP6	905	157	510	0,281	0,266	

Quadro 2.9 - Armadura ordinária longitudinal superior dos modelos de Shehata

⁽¹⁾ Largura 6h da zona central ⁽²⁾ Em toda a laje;

⁽³⁾ Direcção não pré-esforçada ⁽⁴⁾ Direcção pré-esforçada

Os modelos foram pré-esforçados nas duas direcções, com excepção do modelo SP2 que apenas tinha pré-esforço numa direcção e do modelo SP3 que não era pré-esforçado. O pré-esforço era não aderente com monocordões de 15.2 mm de diâmetro e descreviam um traçado aproximadamente trapezoidal, sendo a excentricidade máxima no centro do modelo. O número e a distribuição dos monocordões variavam, concentrando-se, especialmente, nas zonas correspondentes às bandas com largura de seis vezes a espessura da laje. No Quadro 2.10 encontram-se os valores do pré-esforço.

Quadro 2.10 - Armadura de pré-esforço dos ensaios de Shehata

Modelo	A _{sp} (mm ²)	d _p (mm)	f _{p0.2} (MPa)	ρ _p (%)	
SP1	1485	135	1576	0,66	0,55
SP2	1485	135	1576	0,66	0,55
SP4	1815	135	1576	0,86	0,67
SP5	1815	135	1576	0,86	0,67
SP6	1320	135	1576	0,49	0,49

Os modelos ensaiados obtiveram rotura por punçoamento. Os valores obtidos pelo autor encontram-se no Quadro 2.11.

Modele	f _{ccm}	σ_{cp}	σ_{cp}		Carga de fe	endilhação	Vexp
Modelo	(MPa)	(MPa)		(mm)	x (kN)	y (kN)	(kN)
SP1	45,6	5,14	4,5	47	416	416	988
SP2	58,0	5,14	4,5	37	312	208	624
SP3	46,5	0,00	0	-	104	104	416
SP4	52,1	7,20	5,5	47	468	468	884
SP5	51,1	3,60	3,5	47	416	416	780
SP6	53,1	4,00	4,0	47	312	312	728

Quadro 2.11 - Resultados dos ensaios de Shehata

2.4.5 Kordina e Nölting – 1984, 1986

Kordina e Nölting (1984,1986) ensaiaram um conjunto de oito modelos de lajes fungiformes com dimensões de 2400 mm de lado e uma espessura de 150 mm. O pilar era circular e tinha um diâmetro de 200 mm. Na Figura 2.17 é possível ver a planta dos ensaios levados a cabo pelos autores.

O carregamento foi aplicado por meio de um macaco hidráulico que transmitia a força ao centro do modelo. As reacções nos modelos foram aplicadas com recorrendo a dezasseis barras de aço de alta resistência, impedindo o deslocamento vertical dos bordos.

O pré-esforço consistia em dez monocordões dispostos em cada direcção, encontrando-se quatro desses monocordões concentrados perto da zona exterior da laje. Na laje V6 o pré-esforço era horizontal, encontrando-se a uma altura h/2. Nas restantes lajes o pré-esforço descrevia um traçado curvo com excentricidade máxima no centro do modelo. Os cabos de pré-esforço eram aderentes em todos os modelos. Somente a laje V5 não era pré-esforçada, contendo apenas armadura ordinária.

A armadura ordinária foi aplicada em ambas as direcções, variando de modelo para modelo.



Figura 2.17 - Plana do esquema dos ensaios de Kordina e Nölting

No Quadro 2.12 é possível visualizar os resultados obtidos pelo autor. Todos os modelos tiveram rotura por punçoamento.

Modelo	a (mm)	f _{cm} (MPa)	d (mm)	ρ (%)	d _p (mm)	σ _{cp} (MPa)	V _{exp} (kN)
V1	200	33,6	128	0,62	113,5	1,70	450,0
V2	200	36,0	126	0,90	113,5	1,66	525,0
V3	200	36,0	128	0,62	113,5	3,09	570,0
V 5	200	36,8	126	0,90	0	0,00	349,5
V6	200	30,4	128	0,62	75	1,77	375,0
V7	200	31,2	128	0,62	113,5	1,77	475,0
V8	200	35,2	128	0,62	113,5	1,77	518,0

Quadro 2.12 - Resultados dos ensaios de Kordina e Nölting

2.4.6 Hassanzadeh – 1998

Hassanzadeh (1998) realizou ensaios sobre um conjunto de dez modelos, com o intuito de simular a zona de momentos negativos junto de um pilar interior até à linha de momentos nulos. Três dos dez ensaios cingiam-se ao estudo da substituição da armadura ordinária por fibras de aço, desta forma não foram tidos em consideração para o trabalho.

Os ensaios encontravam-se divididos em duas séries: série A e série B. Na série A, os três modelos ensaiados, tinham uma largura de 2600 mm, uma espessura, h, de 180 mm e estavam apoiados num troço de pilar com forma circular e diâmetro de 250 mm.

A armadura utilizada na série A era composta por nove varões com diâmetro de 10 mm em cada direcção ortogonal, tanto na face superior como na face inferior. A tensão de cedência do aço era de 606 MPa.

Relativamente ao pré-esforço, este era composto por seis monocordões não aderentes em cada direcção de 15.7 mm de diâmetro. A tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1% do aço de pré-esforço era de 1729 MPa e a tensão de rotura à tracção de 1852 MPa. Os monocordões, no modelo A1, tinham um trajecto parabólico, um afastamento entre si de 100 mm e estavam concentrados sobre o pilar. A altura útil a meio do modelo era, numa direcção de 161 mm e de 141 mm na outra. Os modelos A2 e A3 eram semelhantes, a diferença residia no facto de, no caso do modelo A3, este conter uma armadura específica de punçoamento. Nestes modelos os monocordões foram colocados a uma distância d da face do pilar. Na Figura 2.18 é possível visualizar a disposição dos ensaios.



Figura 2.18 - Esquema de ensaios do Hassanzadeh

Relativamente à série B, a única diferença relativa aos modelos, era a sua espessura, h, passando de 180 mm para 220 mm e os cantos da laje serem chanfrados.

A armadura ordinária utilizada tinha, em cada direcção ortogonal, dezoito varões de 10 mm de diâmetro, a que corresponde a uma percentagem geométrica de armadura de 0.286%. A tensão de cedência do aço era de 582 MPa.

Os modelos B2 e B3 foram pré-esforçados, estando os monocordões centrados junto ao pilar, tal como no modelo A1. Os monocordões apresentavam um traçado horizontal no modelo B2 e no modelo B3 o traçado dos monocordões era parabólico, sendo que tinham uma altura útil a meio do modelo de 201 mm numa direcção e de 181 mm na outra. O modelo B4 tinha um traçado parabólico, estando os monocordões situados a uma distância de d da face do pilar. Ao primeiro modelo da série B não foi aplicado pré-esforço.

Doze barras Dywidag de 26.5 mm de diâmetro impossibilitavam o deslocamento vertical dos bordos dos modelos. A carga vertical era aplicada num troço de pilar monolítico, mediante um macaco hidráulico.

Todos os modelos obtiveram rotura por punçoamento, exceptuando o modelo A3 que obteve rotura por flexão. No Quadro 2.13 encontram-se os resultados obtidos pelos autores.

Modelo	f _{ccm} (MPa)	d (mm)	ρ _s (%)	ρ _p (%)	ρ (%)	σ _{cp} (MPa)	V _{exp} (kN)
A1	38,8	150	0,181	0,46	0,641	2,79	668
A2	35,9	150	0,181	0,453	0,634	2,74	564
A3	37,2	150	0,181	0,523	0,761	3,17	912
B1	51,2	190	0,286	0	0,286	0	439
B2	48,8	190	0,286	0,364	0,65	2,12	827
B3	48,3	190	0,286	0,38	0,666	2,21	1113
B4	50,6	190	0,286	0,341	0,627	1,99	952

Quadro 2.13 - Resultados dos ensaios de Hassanzadeh

2.4.7 Melges – 2000

Melges (2000) ensaiou seis modelos de lajes com forma geométrica quadrangular de 2500 mm de lado e 160 mm de espessura, com os cantos recortados. O vão era de 2100 mm nas duas direcções.

Apenas três modelos foram pré-esforçados, M4, M5 e M6, sendo os restantes três constituídos por armadura ordinária (M1, M2, M3). Os modelos M2, M3, M5 e M6 possuíam armadura específica de punçoamento.

Os bordos dos modelos encontravam-se ligados à laje de reacção através de um sistema de tirantes e vigas metálicas. O carregamento foi aplicado ao modelo por dois macacos hidráulicos, de baixo para cima, de forma a igualar os pesos próprios da laje e das vigas metálicas. A força era aplicada ao centro da laje mediante uma placa de aço quadrada com 180 mm de lado e 120 mm de espessura. A resistência média de compressão do betão foi de 50 MPa. Na Figura 2.19 é possível ver um esquema do ensaio.



Figura 2.19 - Esquema dos ensaios do Melges

A armadura ordinária superior, utilizada nos modelos M1, M2 e M3 consistia em varões de 16 mm de diâmetro espaçados de 10 mm entre si nas duas direcções ortogonais e a inferior era constituída por varões de 8 mm de diâmetro afastados de 10 mm em ambas as direcções. Os modelos M4, M5 e M6 eram, também, armados nas duas direcções, diferindo dos modelos anteriores na armadura ordinária superior, em que o diâmetro dos varões era de 12.5 mm.

Apenas os modelos M4, M5 e M6 eram pré-esforçados. O pré-esforço consistia em oito cabos em cada direcção com 12.85 mm de diâmetro e descreviam um traçado parabólico. Na zona central do modelo, a armadura ordinária e o pré-esforço encontravam-se intercalados, relativamente à direcção y, já na direcção x o pré-esforço encontrava-se posicionado abaixo da armadura ordinária.

A armadura específica de punçoamento consistia em conectores tipo pino e encontrava-se presente nos modelos M2, M3, M5 e M6, sendo os modelos M2 e M3 constituídos por duas linhas de conectores e os modelos M5 e M6 por três.

No Quadro 2.14 encontram-se os resultados obtidos pelo autor.

	а	f	h	01	f	E.	d_	е	G	V
Modelo	(mm)	(MPa)	(mm)	(%)	(MPa)	(GPa)	(mm)	(mm)	(MPa)	(kN)
M1	180	26,6	127	1,58	590,4	190	0	0	0	442
M2	180	49,9	126	1,60	590,4	190	0	0	0	864
M3	180	48,5	125	1,61	508,3	190	0	0	0	906
M4	180	51,9	135	0,91	651,4	201	40,1	40	1,95	773
M5	180	59,4	133	0,92	651,4	201	40,1	40	1,97	1104
M6	180	51,6	132	0,93	651,4	201	40,1	40	2,01	1078

Quadro 2.14 – Resultados dos ensaios de Melges

2.4.8 Corrêa – 2001

Corrêa (2001) ensaiou modelos de lajes com forma geométrica quadrangular com 2000 mm de lado e 1600 mm de vão. Os modelos tinham todos uma espessura de 130 mm e o pilar 150 mm de lado. Na Figura 2.20 é possível visualizar a geometria dos ensaios.

As reacções no modelo foram aplicadas à laje através de oito barras de aço de alta resistência, estando os modelos suportados por uma placa de aço. A força no modelo foi aplicada mediante

um macaco hidráulico que transmitia a carga de forma vertical ao centro da laje. Na Figura 2.20 é possível ver o esquema de ensaios.

Os modelos foram pré-esforçados em ambas as direcções, à excepção do modelo LP1 que não era pré-esforçado. Nos modelos LP2 e LP3 o traçado dos cabos de pré-esforço era horizontal com uma altura efectiva de h/2 e nos modelos LP4, LP5 e LP6 o traçado era parabólico. Os cabos de pré-esforço eram não aderentes em todos os modelos pré-esforçados.

Todos os modelos tinham a mesma quantidade de armadura ordinária nas duas direcções.



Figura 2.20 - Esquema dos ensaios do Corrêa

Em todos os modelos a rotura deu-se por punçoamento. No Quadro 2.15 encontram-se os resultados obtidos pelo autor.

Modelo	a (mm)	f _{cm} (MPa)	d (mm)	d _p (mm)	σ _{cp} (MPa)	ρ _l (%)	V _{exp} (kN)
LP1	150	50,7	105	0	0	1,17	327
LP2	150	52,4	105	65	2,19	1,17	355
LP3	150	52,4	105	65	4,28	1,17	415
LP4	150	50,7	105	81	0,8	1,17	390
LP5	150	50,7	105	81	1,33	1,17	475
LP6	150	52,4	105	81	1,76	1,17	437

Quadro 2.15 - Resultados dos Ensaios de Corrêa

2.4.9 Ramos - 2003

Ramos (2003) ensaiou quinze modelos de laje fungiforme maciça pré-esforçada em escala reduzida, divididos em dois conjuntos: seis modelos (AR2 a AR7) foram ensaiados para o estudo do efeito da compressão devida ao pré-esforço na resistência ao punçoamento e nove modelos (AR8 a AR16) foram testados para avaliar o efeito da força de desvio provocada pela inclinação dos cabos de pré-esforço na resistência ao punçoamento.

Os modelos pretendiam simular a zona da laje junto ao pilar até à linha onde os momentos flectores eram nulos.

Geometricamente, os modelos tinham a forma de um quadrado com 2300 mm de lado e 100 mm de espessura. A laje era suportada por uma placa de aço com 200x200 mm², dimensões transversais, simulando o pilar central. Na Figura 2.21 é possível ver o esquema dos ensaios levados a cabo pelo autor.

A carga vertical de punçoamento era aplicada ao modelo por dois macacos hidráulicos. A carga era transmitida ao topo do modelo através de cordões de aço de alta resistência, que se encontravam ancorados mediante oito placas de aço de dimensões 100x100x20 mm³. Estes cordões suspendiam quatro vigas metálicas, que por sua vez, continham sobre si mais duas vigas metálicas onde era aplicada uma carga a meio vão. Foram utilizadas células de carga para o controlo da força de compressão

A armadura longitudinal inferior dos modelos era constituída por doze varões com diâmetro de 6 mm, em ambas as direcções, afastados de 20 mm. A armadura longitudinal superior consistia em trinta e nove varões de 10 mm de diâmetro em cada direcção, espaçados de 6 mm. A altura útil era de 80 mm.



Figura 2.21 - Esquema do primeiro conjunto de ensaios do Ramos

No modelo AR2 não foi aplicada compressão no seu plano, servindo apenas para estudo comparativo relativamente à resistência ao punçoamento em lajes fungiformes e fungiformes pré-esforçadas. Nos modelos AR3 e AR4 o pré-esforço era centrado após a aplicação de uma força de compressão no plano da laje.

O pré-esforço do modelo AR3 consistia em quatro cordões de aço de alta resistência de 0.6'' e no modelo AR4 em oito cordões. Os cordões encontravam-se tensionados por macacos hidráulicos.

Nos modelos AR5, AR6 e AR7 as forças de compressão no plano da laje deram-se nas duas direcções ortogonais e no início dos ensaios. Os modelos eram pré-esforçados por oito cordões

de aço de alta resistência de 0.6'' na direcção N-S e por quatro cordões de aço de alta resistência de 0.6'' na direcção E-W. Os cordões encontravam-se tensionados por macacos hidráulicos.

Os modelos do segundo conjunto de ensaios, em termos geométricos, eram semelhantes aos do primeiro conjunto de ensaios. Tinham como armadura de pré-esforço, quatro monocordões não aderentes de 12,7 mm de diâmetro em ambas as direcções, excluindo o modelo AR9, que não era pré-esforçado. O traçado dos monocordões era trapezoidal. No decorrer do ensaio a força de pré-esforço manteve-se constante, sendo o pré-esforço aplicado por macacos hidráulicos.





Figura 2.22 - Esquema do segundo conjunto de ensaios do Ramos

A carga vertical de rotura por punçoamento foi aplicada através de um macaco hidráulico. Oito cabos de aço de alta resistência impediam os deslocamentos verticais junto aos bordos dos modelos, mediante oito placas que serviam de ancoragem aos cabos. Os cabos atravessavam o modelo, suspendendo quatro vigas metálicas. As vigas encontravam-se ancoradas na laje de reacção do laboratório mediante varões, impedindo o seu deslocamento vertical.

A armadura superior era igual aos modelos anteriores e a inferior era constituída por doze varões de 6 mm de diâmetro afastados 20 mm entre si, em ambas as direcções.

No Quadro 2.16 encontram-se os resultados obtidos pelo autor. Em todos os modelos a rotura deu-se por punçoamento.

Modelo	d (mm)	f _{ccm} (MPa)	P _{médio} kN	e (mm)	σ _{cp} (MPa)	V _p (kN)	V _{exp} (kN)
AR2	80,0	48,9	0	0	0	0	258
AR3	80,0	46,8	232	0	1,0	0	270
AR4	80,0	53,9	352	0	1,55	0	252
AR5	80,0	44,6	468	0	2,0	0	251
AR6	80,0	46,2	456	0	1,95	0	250
AR7	80,0	54,8	637,5	0	2,75	0	288
AR8	80,6	52	448	40,3	1,95	72,2	380
AR9	81,9	46,4	0	0	0	0	251
AR10	80,8	51,8	348	40,5	1,51	0	371
AR11	80,6	47,5	239	41,9	1,04	56,4	342
AR12	77,0	39,1	448	36,75	1,95	47	280
AR13	79,9	40,6	446	38,3	1,94	0	261
AR14	79,5	35,2	431	35,15	1,87	0	208
AR15	79,7	39,6	445	36,85	1,93	0	262
AR16	80,3	38,2	442	41,45	1,92	73,4	351

Quadro 2.16 - Resultados dos ensaios de Ramos

 $f_{cm} = 0.8 f_{ccm}$ com $f_{ccm} < 60 MPa$

$$f_{\rm ctm} = 1.4 \left(\frac{f_{\rm cm} - 8}{10}\right)^{2/3}$$
(2.47)

(2.46)

2.4.10 Silva - 2007

Silva (2007) ensaiou dezasseis modelos de lajes quadradas com dois metros de lado e uma espessura aproximada de 125 mm (no Quadro 2.17 discriminam-se as espessuras dos modelos). Os modelos eram suportados por placas de aço finas, que se encontravam sobre uma célula de carga e um macaco hidráulico, o qual transmitia a carga de forma vertical ao centro da laje. As reacções obtiveram-se em oito pontos do modelo. Na Figura 2.23 é possível ver estes mecanismos de carga e a secção típica dos modelos.

A força dos cordões foi medida através das células de carga e os valores usados para o cálculo de σ_{cp} foram os valores imediatamente antes do carregamento vertical.

Os modelos foram pré-esforçados por cordões com 12,7 mm de diâmetro, em ambas as direcções, tendo os modelos A1, B1, C1, D1, B3, C3, A3 um conjunto de doze cordões e os modelos A4, A2, B2, C2, D4, D2, B4, C4, D3 um conjunto de oito cordões. Na Figura 2.23 é possível ver a disposição dos cabos de pré-esforço.



Figura 2.23 - Esquema dos ensaios do Silva

A armadura ordinária encontrava-se uniformemente distribuída na face superior e inferior dos modelos, tendo os bordos dos modelos armadura em U.

A tensão de compressão do betão para cilindros variou entre os 37.8 MPa e os 44.1 MPa.

O carregamento foi aplicado de forma monotónica até atingir a rotura. Em todos os modelos a rotura deu-se por punçoamento.

Modelo	h (mm)	a (mm)	f _{cm} (MPa)	d (mm)	ρ _l (%)	d _p (mm)	σ _{cp} (Mpa)	V _{exp} (kN)
A1	125	100	37,8	109	0,62	90,8	3,31	380,0
A2	127	100	37,8	113	0,47	96,8	2,14	315,0
A3	128	100	37,8	109	0,62	85,7	3,16	352,7
A4	129	100	37,8	104	0,51	86,3	1,98	321,0
B1	124	200	40,1	114	0,60	97,5	3,39	582,5
B2	124	200	40,1	110	0,48	93,8	2,23	488,0
B3	124	200	40,1	108	0,63	90,3	3,12	519,8
B4	124	200	40,1	106	0,50	89	2,16	458,8
C1	126	300	41,6	111	0,61	93,5	3,33	720,0
C2	122	300	41,6	105	0,50	89	2,26	556,7
C3	124	300	41,6	106	0,64	90	3,48	636,6
C4	123	300	41,6	102	0,52	84,8	2,31	497,1
D1	124	200	44,1	100	0,68	83,2	3,34	497,1
D2	123	200	44,1	106	0,50	89,8	2,23	385,2
D3	125	200	44,1	103	0,51	89,8	2,27	395,2
D4	125	300	44,1	111	0,48	94,8	2,22	531,5

Quadro 2.17 - Resultados dos ensaios de Silva

Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-esforçadas no Model Code 2010

Capítulo 3

Análise Comparativa de Resultados

3.1 Introdução

De acordo com a bibliografia disponível, existem várias possibilidades de dimensionar uma estrutura recorrendo a diferentes normas e recomendações. Estas normas e recomendações requerem um estudo e uma análise de forma a garantir o seu grau de credibilidade e de aperfeiçoamento relativamente aos resultados produzidos pelas mesmas.

O presente capítulo tem como finalidade apresentar e analisar os resultados obtidos, através do preconizado pelas várias normas, comparando-os com os resultados experimentais relativos ao fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas descritos no Capítulo 2. Em particular, pretende analisar a nova versão do Model Code 2010, que surgiu em 2010, no que diz respeito à determinação do valor médio do esforço resistente ao punçoamento.

Desta forma, os valores das cargas de rotura de punçoamento experimentais referidos no Capítulo 2 foram comparados com os valores previstos pelo EC2 (2010), pelo ACI318-08 (2008) e o Model Code 2010 (2010).

3.2 Aplicação das normas e recomendações em estudo na determinação da resistência ao punçoamento

3.2.1 Considerações gerais

Os valores das cargas de rotura de punçoamento obtidas experimentalmente nos ensaios realizados com o intuito de estudar o fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas descritos no Capítulo 2, foram comparados com os valores dos esforços resistentes previstos pelo EC2 (2010), ACI 318-08 (2008) e Model Code 2010 (2010).

Estas comparações são efectuadas tendo em conta vários parâmetros e pressupostos.

Nesta análise, referente aos ensaios experimentais referidos no Capítulo 2, apenas foram tidos em conta os ensaios que obtiveram rotura por punçoamento e que não tinham armadura específica de punçoamento. Todos os restantes ensaios não foram tidos em consideração. A serie L dos ensaios de Gerber e Burns (1978) também não foi tida em consideração neste trabalho, uma vez que simulavam lajes executadas pela técnica de "lift slab".

O resumo dos resultados obtidos para cada norma encontra-se nos Quadro 3.1 a Quadro 3.4 e a comparação geral dos resultados obtidos entres as três normas encontra-se no Quadro 3.5.

Foi, ainda, realizada uma análise estatística dos resultados obtidos em que se obteve o valor médio da razão V_{eff}/V_{Rm} e V_{exp}/V_{Rm} (no caso do ACI 318-08), o seu desvio padrão e o coeficiente de variação (Quadro 3.6, Quadro 3.7, Quadro 3.8 e Quadro 3.9).

3.2.2 Considerações gerais relativas às normas

Na determinação do valor médio de esforço resistente ao punçoamento (V_{Rm}), os coeficientes parciais de segurança não foram tidos em consideração, sendo utilizados valores médios das características dos materiais.
3.2.2.1 Análise pelos métodos do Eurocódigo 2

O EC2 define como perímetro de referência, u, a uma distância 2d do pilar (conforme a Figura 2.4), correspondendo o d à altura útil média das armaduras aderentes nas duas direcções ortogonais.

O cálculo do valor médio do esforço resistente pelo EC2 foi obtido recorrendo à seguinte expressão:

$$V_{\rm Rm} = 0.18 \, {\rm k} (100 \rho_{\rm l} f_{\rm cm})^{1/3} \, {\rm u}_1 \, {\rm d} + 0.15 \sigma_{\rm cp} {\rm u}_1 {\rm d} \tag{3.1}$$

onde,

f_{cm} - valor médio da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos [MPa]

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} (d \text{ em mm})$$
 (3.2)

$$\rho_{l} = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \tag{3.3}$$

em que, ρ_{ly} , ρ_{lz} correspondem às percentagens geométricas das armaduras (aderentes) de flexão da laje, segundo y e z, considerando como valor médio de cálculo igual à dimensão do pilar mais 3d para cada lado do mesmo.

Para o perímetro de referência considerou-se que: $u = 4(c + \pi d)$ para pilares com secção quadrada e $u = \pi(c + 4d)$ para pilares com secção circular.

A tensão normal no betão é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{\rm cp} = \frac{\left(\sigma_{\rm cy} + \sigma_{\rm cz}\right)}{2} \tag{3.4}$$

em que, σ_{cy} e $\sigma_{cz}~$ correspondem às tensões normais no betão na direcção y e z [MPa]

Na determinação do k e da percentagem de armadura geométrica, a considerar na Expressão 3.1, considerou-se que não seriam limitados, de forma a obter-se um valor médio no cálculo da resistência ao punçoamento.

Outros aspectos a considerar passam pela determinação da componente vertical da força de préesforço, V_p , que se traduz por forças radiais no betão quando é tensionado, sempre que os cabos de pré-esforço mudam de direcção. Na determinação do V_p , considerou-se, para efeitos de cálculo, que apenas o cabos localizados a uma distância inferior a 0,5d_p do perímetro do pilar são contabilizados no cálculo da resistência ao punçoamento (Ramos, 2007). Segundo Ramos (Ramos, 2007), e de acordo com a Figura 3.1 verifica-se que os cabos de pré-esforço dispostos a uma distância inferior a 0,5d_p da zona carregada, levam à diminuição da força efectiva de punçoamento.



Figura 3.1- Cabos a ser considerados no cálculo do Vp (Ramos, 2007)

A força efectiva de punçoamento (V_{eff}), é definida pelo EC2 pela seguinte expressão:

$$V_{\rm eff} = V_{\rm exp} - V_{\rm p} \tag{3.5}$$

No Quadro 3.1 encontra-se uma síntese dos resultados obtidos, relativos aos ensaios levados a cabo para o estudo do fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas descritos no Capítulo 2, na determinação da resistência ao punçoamento prevista pelo EC2.

Quadro 3.1 - Comparação dos resultados previstos pelo EC2 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} /V _{Rm}
Gerber e	C2	705,3	857	811,0	1,15
Burns	C3	595,4	902	855,1	1,44
	P7	703,3	767	725,3	1,03
Pralong et al	P8	512,6	687	633,3	1,24
	P9	563,1	813	762,8	1,35

Quadro 3.1 a - Comparação dos resultados previstos pelo EC2 para a força efectiva de punçoamento e valor
médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no
Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} /V _{Rm}
	DT1	828,4	780	780,0	0,94
	DT2	1.019,3	832	817,7	0,80
Regan DT	DT4	811,2	715	710,5	0,88
	DT5	1.043,2	910	895,7	0,86
	DT6	1.045,2	832	818,2	0,78
	DT8	771,0	676	673,4	0,87
	DT9	1.039,5	806	791,7	0,76
	DT10	1.085,8	832	800,3	0,74
	EL2	610,4	608	595,6	0,98
Regan EL	EL3	647,4	645	620,0	0,96
	EL5	581,0	510	497,6	0,86
	SP1	608,9	988	877,7	1,44
	SP2	492,3	624	580,6	1,18
Shehata	SP4	684,8	884	749,1	1,09
	SP5	561,3	780	694,2	1,24
	SP6	596,1	728	629,9	1,06
Kordina e	V1	392,1	450	389,2	0,99
	V2	430,8	525	465,6	1,08
	V3	459,2	570	459,5	1,00
	V5	364,0	349,5	349,5	0,96
Nolting	V6	384,6	375	375,0	0,98
	V7	387,3	475	411,7	1,06
	V8	400,1	518	454,7	1,14
	A1	443,8	668	617,6	1,39
	A2	433,7	564	564,0	1,30
	B1	499,3	439	439,0	0,88
Hassanzadeh	B2	683,1	827	827,0	1,21
	B3	689,6	1113	1.041,7	1,51
	B4	677,4	952	952,0	1,41
	M1	415,4	442	441,6	1,06
Melges	M4	566,2	773	754,0	1,33

Quadro3.1 b - Comparação dos resultados previstos pelo EC2 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} /V _{Rm}
	LP1	336,8	327	327,0	0,97
Corrêa	LP2	406,7	355	355,0	0,87
	LP3	469,9	415	415,0	0,88
	LP4	360,9	390	385,2	1,07
	LP5	377,0	475	467,0	1,24
	LP6	393,7	437	426,4	1,08
	AR2	269,1	258	258,0	0,96
	AR3	279,8	270	270,0	0,96
	AR4	300,4	252	252,0	0,84
	AR5	290,0	251	251,0	0,87
	AR6	292,4	250	250,0	0,86
	AR7	319,4	288	288,0	0,90
	AR8	276,6	380	307,8	1,11
Ramos	AR9	270,1	251	251,0	0,93
	AR10	276,8	371	314,6	1,14
	AR11	268,3	342	301,9	1,13
	AR12	241,2	280	247,1	1,02
	AR13	252,6	261	261,0	1,03
	AR14	239,8	208	208,0	0,87
	AR15	250,1	262	262,0	1,05
	AR16	248,7	351	277,7	1,12
	A1	330,1	380	370,7	1,12
	A2	290,7	315	303,9	1,05
	A3	325,7	352,7	352,7	1,08
	A4	256,9	321	321,0	1,25
	B1	436,0	582,5	545,5	1,25
Silvo	B2	352,2	488	455,7	1,29
Silva	B3	399,3	519,8	506,6	1,27
	B4	335,2	458,8	445,7	1,33
	C1	501,0	720	678,0	1,35
	C2	401,9	556,7	519,2	1,29
	C3	482,5	636,6	617,0	1,28
	C4	392,0	497,1	481,2	1,23

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V_{eff}/V_{Rm}
	D1	380,5	497,1	481,6	1,27
C'1	D2	346,0	385,2	371,1	1,07
Suva	D3	336,2	395,2	395,2	1,18
	D4	430,8	531,5	487,3	1,13

Quadro3.1 b - Comparação dos resultados previstos pelo EC2 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

De acordo com o EC2, obteve-se os resultados para o valor médio da força resistente ao punçoamento, sem limitação do valor k. Os resultados alcançados são bastante próximos dos experimentais, sendo o valor médio da razão V_{eff}/V_{Rm} de 1,09. Considerou-se neste cálculo todos os resultados dos ensaios presentes no Quadro 3.1.

Determinou-se igualmente média para a razão V_{eff}/V_{Rm} no caso de lajes fungiformes sem préesforço (DT1, V6, B1, M1, LP1, AR2, AR9), obtendo-se um valor médio de 0,96 e, portanto, ligeiramente contra segurança.

3.2.2.2 Análise pelos métodos do ACI 318-08

O ACI 318-08 (2008) considera, para o perímetro de referência, u, limitado a uma distância de d/2 a partir do pilar ou área carregada.

Na determinação da resistência ao punçoamento para lajes fungiformes sem pré-esforço, recorreuse às expressões seguintes, sendo considerado o menor valor dado por elas:

$$V_{\rm Rm} = \left(2 + \frac{4}{\beta_{\rm c}}\right) \frac{\sqrt{f_{\rm cm}} u_1 d}{12} \tag{3.6}$$

$$V_{\rm Rm} = (2 + \frac{\alpha_{\rm s} d}{u_1}) \frac{\sqrt{f_{\rm cm}} u_1 d}{12}$$
(3.7)

$$V_{\rm Rm} = \frac{1}{3}\sqrt{f_{\rm cm}}u_1 d \tag{3.8}$$

onde,

f_{cm} - tensão média da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos [MPa]

 β_c – quociente entre o lado maior e lado menor do pilar

 α_s – igual a 40 para pilares interiores

Para o perímetro de referência, u, a d/2 do pilar, considerou-se u = 4(c + d) para pilares com secção quadrada e u = $\pi(c + d)$ para pilares com secção circular.

No caso de lajes fungiformes pré-esforçadas, recorreu-se à Expressão 3.9 prevista pelo ACI 318-08 para determinar o valor médio da resistência ao punçoamento:

$$V_{\rm Rm} = \left(\beta_{\rm p}\sqrt{f_{\rm cm}} + 0.3\sigma_{\rm cp}\right)u_1 d + V_{\rm P} \tag{3.9}$$

onde,

 β_p – menor valor entre 0.29 e $\left(\alpha_s \frac{d}{u_1} + 1.5\right)/12$

 σ_{cp} – tensão de compressão no betão devido ao pré-esforço, como média nas duas direcções

V_P - componente vertical do pré-esforço que passa no perímetro de referência.

Segundo o ACI 318-08 tanto o efeito da compressão, como o da componente vertical do préesforço, V_P , que passa dentro do perímetro de referência define-se do lado da resistência. Este perímetro encontra-se a uma distância de d/2 do pilar

A presente norma indica um valor mínimo e máximo para a tensão de compressão no betão devido ao pré-esforço aplicado nas duas direcções (σ_{cp}) de 0,86 MPa e 3,5 MPa, respectivamente, e um valor máximo para tensão média da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos de 43 MPa. Contudo, na análise efectuada, não foram considerados valores limites, utilizando os dados dos autores sem qualquer tipo de limitação.

De referir, que nos comentários do ACI 318-08, estas limitações aplicadas à Expressão 3.9, devemse exclusivamente ao facto de haver muito pouca informação experimental disponível fora destes intervalos.

Na Expressão 3.9 o cálculo da tensão de compressão no betão devido ao pré-esforço, σ_{cp} , é definido como sendo a média nas duas direcções, limitando os casos em que apenas existe préesforço numa só direcção, reduzindo bastante o seu campo de aplicação. Para não excluir parte dos ensaios, decidiu-se utilizar esta expressão no cálculo da resistência ao punçoamento dos modelos com compressão numa só direcção. Assim sendo, considerou-se, nos casos em que apenas existe pré-esforço numa direcção, que a tensão de compressão do betão devido ao pré-esforço era metade do valor aplicado na direcção que continha pré-esforço.

O Quadro 3.2 apresenta uma síntese dos resultados obtidos da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas previstos pelo ACI 318-08 e a razão V_{exp}/V_{Rm}, para cada um dos modelos referidos no Capítulo 2.

Quadro 3.2 - Comparação dos resultados previstos pelo ACI 318-08 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no

Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{exp} /V _{Rm}
Conhon o Duung	C2	857	643,7	1,33
Gerber e Burns	C3	902	659,9	1,37
	P7	767	538,3	1,42
Pralong et al	P8	687	564,8	1,22
	P9	813	547,5	1,49
	DT1	780	589,7	1,32
	DT2	832	801,2	1,04
	DT4	715	608,0	1,18
Degen DT	DT5	910	829,0	1,10
Regan DI	DT6	832	803,7	1,04
	DT8	676	547,8	1,23
	DT9	806	958,7	0,84
	DT10	832	799,8	1,04
	EL2	608	500,7	1,21
Regan EL	EL3	645	507,5	1,27
	EL5	510	470,0	1,09
	SP1	988	708,3	1,39
	SP2	624	455,8	1,37
Shehata	SP4	884	813,9	1,09
	SP5	780	645,7	1,21
	SP6	728	693,9	1,05
	V1	450	349,1	1,29
	V2	525	347,8	1,51
	V3	570	460,9	1,24
Kordina e Nölting	V5	349,5	260,9	1,34
	V6	375	274,1	1,37
	V7	475	346,4	1,37
	V8	518	359,6	1,44

Capítulo 2

Quadro 3.2 a - Comparação dos resultados previstos pelo ACI 318-08 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{exp} /V _{Rm}
	A1	668	512,6	1,30
Hassanzadeh	A2	564	447,9	1,26
	B1	439	560,3	0,78
	B2	827	642,9	1,29
	B3	1113	718,7	1,55
	B4	952	641,4	1,48
Malaaa	M1	441,6	268,1	1,65
Meiges	M4	772,6	476,4	1,62
	LP1	327	254,2	1,29
	LP2	355	328,8	1,08
Compôs	LP3	415	395,9	1,05
Correa	LP4	390	250,4	1,56
	LP5	475	269,8	1,76
	LP6	437	287,2	1,52
	AR2	258	186,8	1,38
Ramos	AR3	270	186,0	1,45
	AR4	252	212,3	1,19
	AR5	251	209,0	1,20
	AR6	250	210,5	1,19
	AR7	288	246,1	1,17
	AR8	380	241,4	1,57
	AR9	251	187,4	1,34
	AR10	371	225,7	1,64
	AR11	342	201,7	1,70
	AR12	280	171,2	1,64
	AR13	261	147,8	1,77
	AR14	208	136,8	1,52
	AR15	262	145,6	1,80
	AR16	351	217,6	1,61
	A1	380	263,2	1,44
	A2	315	245,5	1,28
	A3	352,7	248,9	1,42
C'1	A4	321	201,7	1,59
Siiva	B1	582,5	447,6	1,30
	B2	488	375,8	1,30
	B3	519,8	382,9	1,36
	B4	458,8	336,2	1,36

Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{exp} /V _{Rm}
	C1	720	567,5	1,27
	C2	556,7	472,6	1,18
Silva	C3	636,6	522,1	1,22
	C4	497,1	437,1	1,14
	D1	497,1	367,8	1,35
	D2	385,2	351,5	1,10
	D3	395,2	325,4	1,21
	D4	531,5	519,0	1,02

Quadro 3.2 b - Comparação dos resultados previstos pelo ACI 318-08 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

De acordo com ACI 318-08, obtiveram-se os resultados da razão V_{exp}/V_{Rm} para cada um dos modelos de lajes fungiformes pré-esforçadas e sem pré-esforço. A relação entre a força efectiva e o valor médio da força de resistência ao punçoamento é de 1,33. É notório que esta norma traduz resultados obviamente conservadores.

Para o caso das lajes fungiformes sem pré-esforço (DT1, V6, B1, M1, LP3, AR2, AR9), obteve-se uma razão V_{exp}/V_{Rm} de 1,30, valor conservador.

3.2.2.3 Análise pelos métodos do Model Code 2010

O Model Code 2010 (2010) indica que o perímetro de referência, u, encontra-se a uma distância de $0.5d_v$, a partir da região de suporte ou da área carregada. O d_v , corresponde ao valor médio da altura útil nas direcções x e y, sem contabilizar com a reentrância do pilar na laje. Nos cálculo considerou-se um d_v igual ao d, já que o pilar se encontra à face da laje.

O valor do esforço resistente atribuído ao betão pode ser obtido pela expressão seguinte:

$$V_{Rd} = k_{\psi} \sqrt{f_{ck} u_1 d_v} \tag{3.10}$$

onde,

f_{cm} - tensão média de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos [MPa].

 ψ – rotação da laje à volta da região de apoio fora da zona crítica de fendilhação

u – perímetro de controlo de referência a $0.5d_v$ do pilar (u = k_e. (4c + dv π) para pilares com secção quadrada e u = k_e π (c + dv) para pilares com secção circular)

O parâmetro k_{ψ} depende das deformações da laje à volta da região de apoio e calcula-se através da Expressão 3.11.

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.6.\psi.d.k_{dg}}$$
(3.11)

onde,

$$k_{dg} = \frac{48}{d_{g0} + d_g},\tag{3.12}$$

em que, d_g corresponde à máxima dimensão do agregado em mm e d_{g0} é o tamanho de referência, que toma o valor de 16 mm.

As Expressões 3.10 e 3.11, definidas pelo MC2010, são expressões de dimensionamento, como o objectivo deste trabalho é comparar resultados experimentais com os resultados obtidos das normas, foram utilizadas as expressões definidas por Muttoni (Muttoni, 2008) que traduzem valores médios, permitindo desta forma a comparação de resultados. A Expressão 3.13 define a resistência ao punçoamento em valores médios.

$$\frac{V_{\rm Rm}}{u_1.\,d.\,\sqrt{f_{\rm cm}}} = \frac{3/4}{1+15\frac{\psi.\,d}{d_{\rm g0}+d_{\rm g}}} \tag{3.13}$$

Desta forma, recorreu-se a um processo iterativo para determinar a resistência média ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas utilizando o preconizado pelo MC2010

Relativamente ao Nível I de Aproximação, optou-se por não incluir este nível no estudo, visto tratar-se de um método que tem como objectivo realizar uma análise preliminar em termos de dimensionamento.

No Nível II de Aproximação aplicou-se a Expressão 3.14, que permite obter o valor da rotação para lajes fungiformes pré-esforçadas:

$$\psi = 1.5. \frac{r_s}{d} \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd} - m_{Pd}}{m_{Rd} - m_{Pd}}\right)^{1.5}$$
(3.14)

onde,

 r_s – distância a partir do eixo do pilar até ao local onde o momento flector radial é zero

 $b_s = 1,5.\sqrt{r_{s,x}.r_{s,y}} \le L_{lim}$ e corresponde à largura da banda para o cálculo da resistência média à

flexão de dimensionamento

 m_{sd} – momento médio actuante por unidade de comprimento na largura da banda (b_s)

m_{Rd} – momento médio resistente de flexão por unidade de comprimento na largura da banda (b_s)

Para determinar o valor do momento médio actuante por unidade de comprimento, considerou-se $m_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{8}$, que permite obter um resultado aproximado no caso de pilares interiores sem transferência de momentos.

O momento resistente de flexão médio por unidade de comprimento na largura b_s , m_{Rd} , determinou-se recorrendo à Expressão 3.15:

$$m_{Rd} = \rho. d^2. f_{sy.} \left(1 - \frac{\rho. f_{sy}}{2. f_{cm}} \right)$$
(3.15)

O momento de descompressão médio devido ao pré-esforço por unidade de comprimento na largura b_s , m_{Pd} , foi calculado em valores totais na largura b_s , recorrendo à Expressão 3.16 que entra em conta com a tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço e com o efeito da excentricidade dos cabos de pré-esforço:

$$M_{pd} = \sigma_{cp}.w + P.e \tag{3.16}$$

Correspondendo M_{pd} ao momento de descompressão na largura b_s , e à excentricidade do préesforço, σ_{cp} à tensão média no betão devido ao pré-esforço na largura b_s , P ao valor da força de pré-esforço.

O módulo de flexão, w, é dado pela seguinte expressão:

$$w = \frac{I_c}{y} = > w = \frac{b_s \cdot h^2}{6}$$
 (3.17)

Para o Nível III de Aproximação substituiu-se, na Expressão 3.14 o coeficiente 1.5 por 1.2, e o valor do m_{sd} foi estimado com base no método das linhas de rotura da laje.

A Figura 3.2 define a distância entre o pilar até à zona de momentos nulo, que foi utilizada nos cálculos para determinar a resistência ao punçoamento



Figura 3.2- Distância entre o pilar até à zona de momentos nulos

No que se refere a lajes fungiformes com geometria rectangular, o MC2010 não define a metodologia a aplicar na determinação da resistência ao punçoamento. Desta forma, optou-se por calcular o valor da rotação da laje, ψ , para cada direcção ($\psi_x \in \psi_y$), obter a sua média e determinar o valor da resistência ao punçoamento, V_{Rm}, recorrendo a este valor médio.

Desta forma, a força efectiva de punçoamento (V_{eff}), é definida no MC2010 pela seguinte expressão:

$$V_{\rm eff} = V_{\rm exp} - V_{\rm p} \tag{3.18}$$

Os Quadro 3.3 e Quadro 3.4 apresentam uma síntese dos resultados obtidos da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas, para o Nível II e III de Aproximação, respectivamente, previstos pelo MC2010 e a razão V_{eff}/V_{Rm} para cada um dos modelos referidos no Capítulo 2.

Autor	Modelo	V _{Rm} V _{exp} (kN) (kN)		V _{eff} (kN)	V_{eff}/V_{Rm}
Gerber e	C2	782,2	857	811,0	1,04
Burns	C3	704,2	902	855,1	1,21
	P7	592,6	767	725,3	1,22
Pralong et al	P8	422,3	687	633,3	1,50
	P9	447,0	813	762,8	1,71
	DT1	741,5	780	780,0	1,05
	DT2	660,5	832	817,7	1,24
	DT4	611,5	715	710,5	1,16
Degen DT	DT5	696,7	910	895,7	1,29
Kegan D1	DT6	672,9	832	818,2	1,22
	DT8	713,4	676	673,4	0,94
	DT9	759,9	806	791,7	1,04
	DT10	673,7	832	800,3	1,19
	EL2	435,3	608	595,6	1,37
Regan EL	EL3	451,9	645	620,0	1,37
0	EL5	402,0	510	497,6	1,24
	SP1	536,4	988	877,7	1,64
	SP2	431,8	624	580,6	1,34
Shehata	SP4	555,6	884	749,1	1,35
	SP5	483,7	780	694,2	1,44
	SP6	518,0	728	629,9	1,22
	V1	333,5	450	389,2	1,17
	V2	369,0	525	465,6	1,26
77 1	V3	395,9	570	459,5	1,16
Kordina e	V5	316,7	350	349,5	1,10
Notting	V6	287,9	375	375,0	1,30
	V7	329,7	475	411,7	1,25
	V8	340,2	518	454,7	1,34
	A1	451,3	668	617,6	1,37
	A2	398,6	564	564,0	1,41
	B1	416,6	439	439,0	1,05
Hassanzadeh	B2	483,8	827	827,0	1,71
	B3	681,1	1.113	1041,7	1,53
	B4	639,7	952	952,0	1,49

Quadro 3.3 - Comparação dos resultados do Nível II de Aproximação previstos pelo MC2010 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} /V _{Rm}
Malgag	M 1	364,7	442	441,6	1,21
wieiges	M4	501,4	773	754,0	1,50
	LP1	306,8	327	327,0	1,07
	LP2	329,6	355	355,0	1,08
Comâo	LP3	348,7	415	415,0	1,19
Corrêa	LP4	318,9	390	385,2	1,21
	LP5	327,2	475	467,0	1,43
	LP6	337,5	437	426,4	1,26
	AR2	221,7	258	258,0	1,16
	AR3	223,8	270	270,0	1,21
	AR4	237,6	252	252,0	1,06
	AR5	225,5	251	251,0	1,11
	AR6	228,0	250	250,0	1,10
	AR7	245,9	288	288,0	1,17
	AR8	253,0	380	307,8	1,22
Ramos	AR9	222,1	251	251,0	1,13
	AR10	247,4	371	314,6	1,27
	AR11	233,9	342	301,9	1,29
	AR12	217,3	280	247,1	1,14
	AR13	229,9	261	261,0	1,14
	AR14	218,2	208	208,0	0,95
	AR15	230,4	262	262,0	1,14
	AR16	232,0	351	277,7	1,20
	A1	277,0	380	370,7	1,34
	A2	250,1	315	303,9	1,22
	A3	265,8	353	352,7	1,33
C'I	A4	215,4	321	321,0	1,49
Silva	B1	376,4	583	545,5	1,45
	B2	300,3	488	455,7	1,52
	B3	338,6	520	506,6	1,50
	B4	282,9	459	445,7	1,58
	C1	410,7	720	678,0	1,65
	C2	323,3	557	519,2	1,61
Silva	C3	392,1	637	617,0	1,57
	C4	312,1	497	481,2	1,54
	D1	315,7	497	481,6	1,53
	D2	291,4	385	371,1	1,27
	D3	284,0	395	395,2	1,39
	D4	354.5	532	487.3	1.37

Quadro 3.3 a - Comparação dos resultados do Nível II de Aproximação previstos pelo MC2010 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

De acordo com MC2010 para o Nível II de Aproximação, obtiveram-se os resultados da razão V_{eff}/V_{Rm} para cada um dos modelos de lajes fungiformes pré-esforçadas e sem pré-esforço. A relação entre a força efectiva e o valor médio da força resistente de punçoamento é de 1,29 para estes modelos. Verifica-se que os resultados obtidos são razoáveis, já que os valores obtidos são algo conservadores. No caso da lajes sem pré-esforço, obtêm-se resultados ligeiramente mais satisfatórios, com o valor médio para a razão V_{eff}/V_{Rm} de 1,14.

Quadro 3.4 - Comparação dos resultados Nível III de Aproximação previstos pelo MC2010 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V_{eff}/V_{Rm}
Gerber e	C2	838,6	857	811,0	0,97
Burns	C3	763,6	902	855,1	1,12
	P7	612,3	767	725,3	1,18
Pralong et	P8	434,3	687	633,3	1,46
ai	P9	461,5	813	762,8	1,65
	DT1	538,0	780	780,0	1,45
	DT2	708,3	832	817,7	1,15
Regan DT	DT4	514,4	715	710,5	1,38
	DT5	628,9	910	895,7	1,42
	DT6	636,9	832	818,2	1,28
	DT8	513,8	676	673,4	1,31
	DT9	694,9	806	791,7	1,14
	DT10	697,8	832	800,3	1,15
	EL2	339,1	608	595,6	1,76
Regan EL	EL3	413,8	645	620,0	1,50
	EL5	319,7	510	497,6	1,56
	SP1	521,6	988	877,7	1,68
	SP2	434,3	624	580,6	1,34
Shehata	SP4	540,4	884	749,1	1,39
	SP5	475,6	780	694,2	1,46
	SP6	507,0	728	629,9	1,24

Quadro 3.4 a - Comparação dos resultados Nível III de Aproximação previstos pelo MC2010 para a força
efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais
dos ensaios apresentados no Capítulo 2

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V_{eff}/V_{Rm}
	V1	347,4	450	389,2	1,12
	V2	383,8	525	465,6	1,21
¥7 1.	V1 347,4 450 389,2 V2 383,8 525 465,6 V3 407,1 570 459,5 V5 334,7 349 349,5 V6 303,0 375 375,0 V7 342,9 475 411,7 V8 354,4 518 454,7 A1 488,1 668 617,6 A2 364,6 564 564,0 B1 465,3 439 439,0 B2 534,8 827 827,0 B3 738,8 1113 1041,7 B4 600,2 952 952,0 Ielges M1 376,2 441,6 441,6 IP1 332,7 327 327,0 LP2 355,6 355 355,0 LP3 374,6 415 415,0 LP4 344,8 390 385,2 LP5 352,8 475 467,0 <td>1,13</td>	1,13			
Kordina e Nölting	V5	334,7	349	349,5	1,04
Toring	V6	303,0	375	375,0	1,24
	V7	342,9	475	411,7	1,20
	V8	354,4	518	454,7	1,28
	A1	488,1	668	617,6	1,27
	A2	364,6	564	564,0	1,55
Autor Modelo No V1 34 V2 35 V3 44 V2 35 V3 44 V5 35 V6 35 V6 35 V7 35 V8 35 A1 44 A2 36 B1 44 B2 57 B3 77 B4 60 Melges M1 37 M4 5 37 B4 60 60 Melges M1 37 LP1 33 37 LP3 37 37 LP4 34 37 LP5 33 37 LP6 37 37 LP6 36 37 LP6 37 37 LP6 37 37 LP6 37	465,3	439	439,0	0,94	
massanzauen	B2	534,8	827	827,0	1,55
AutorModKordina e NöltingV V V V VVKordina e V VV VVHassanzadehAA B B B B 	B3	738,8	1113	1041,7	1,41
	B4	600,2	952	952,0	1,59
Malgag	M1	376,2	441,6	441,6	1,17
Meiges	M4	512,4	772,6	754,0	1,47
	LP1	332,7	327	327,0	0,98
Corrêa	LP2	355,6	355	355,0	1,00
	LP3	374,6	415	415,0	1,11
Correa	LP4	344,8	390	385,2	1,12
Kordina e Nölting V3 407,1 370 439,3 V5 334,7 349 349,5 V6 303,0 375 375,0 V7 342,9 475 411,7 V8 354,4 518 454,7 A1 488,1 668 617,6 A2 364,6 564 564,0 B1 465,3 439 439,0 B2 534,8 827 827,0 B3 738,8 1113 1041,7 B4 600,2 952 952,0 Melges M1 376,2 441,6 441,6 M4 512,4 772,6 754,0 LP1 332,7 327 327,0 LP2 355,6 355 355,0 LP3 374,6 415 415,0 LP4 344,8 390 385,2 LP5 352,8 475 467,0 LP6 363,5 4	1,32				
	LP6	363,5	437	426,4	1,17
	AR2	224,1	258	258,0	1,15
	AR3	225,5	270	270,0	1,20
	AR4	239,1	252	252,0	1,05
	AR5	226,4	251	251,0	1,11
	AR6	229,0	250	250,0	1,09
	AR7	246,5	288	288,0	1,17
	AR8	252,2	380	307,8	1,22
Ramos	AR9	224,5	251	251,0	1,12
	AR10	247,3	371	314,6	1,27
	AR11	234,5	342	301,9	1,29
	AR12	216,3	280	247,1	1,14
	AR13	228,9	261	261,0	1,14
	AR14	217,6	208	208,0	0,96
	AR15	229,7	262	262,0	1,14
	AR16	230,9	351	277,7	1,20

Autor	Modelo	V _{Rm} (kN)	V _{exp} (kN)	V _{eff} (kN)	V_{eff}/V_{Rm}
	A1	287,9	380	370,7	1,29
	A2	262,8	315	303,9	1,16
	A3	277,3	352,	352,7	1,27
	A4	227,0	321	321,0	1,41
	B1	418,6	582,5	545,5	1,30
	B2	337,5	488	455,7	1,35
	B3	377,1	519,8	506,6	1,34
611-10	B4	318,1	458,8	445,7	1,40
Siiva	C1	492,8	720	678,0	1,38
	C2	391,4	556,7	519,2	1,33
	C3	470,3	636,6	617,0	1,31
	C4	377,6	497,1	481,2	1,27
	D1	352,1	497,1	481,6	1,37
	D2	328,0	385,2	371,1	1,13
	D3	319,5	395,2	395,2	1,24
	D4	429,3	531,5	487,3	1,13

Quadro 3.4 b - Comparação dos resultados Nível III de Aproximação previstos pelo MC2010 para a força efectiva de punçoamento e valor médio do esforço resistente ao punçoamento com os valores experimentais dos ensaios apresentados no Capítulo 2

De acordo com MC2010 para o Nível III de Aproximação, obtiveram-se os resultados da razão V_{eff}/V_{Rm} para cada um dos modelos de lajes fungiformes pré-esforçadas e sem pré-esforço. A relação entre a força efectiva e o valor médio da força de resistência ao punçoamento é de 1,27 para estes modelos, resultados ligeiramente melhores que os obtidos para o Nível II de Aproximação. No caso da lajes sem pré-esforço, obtêm-se resultados ligeiramente mais satisfatórios, com o valor médio para a razão V_{eff}/V_{Rm} de 1,15.

3.2.2.4 Análise e comparação geral dos resultados

De forma a facilitar a análise e comparação dos dados, apresenta-se no Quadro 3.5 uma síntese dos resultados obtidos pelas três normas, no que diz respeito ao esforço médio resistente de punçoamento, V_{Rm} , à força efectiva de punçoamento, V_{eff} , e à razão V_{eff}/V_{Rm}

Apresenta-se, também, a análise estatística dos resultados, onde se determina o valor médio do rácio V_{eff}/V_{Rm} , o seu desvio padrão e o coeficiente de variação.

Por último, expõem-se os Gráficos elaborados (Figura 3.3 a Figura 3.22) onde se analisa a influência de vários factores, como por exemplo, da tensão média de rotura média à compressão do betão em provetes cilíndricos (f_{cm}), da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço ($\sigma_{cp,médio}$), da altura útil da laje (d) no caso do EC2 e ACI 318-08. No caso de Model Code 2010, avalia-se, ainda, a influência da rotação da laje (ψ).

	Ensaios		MC201 de ap	l0 - Nívo roximaç	el II :ão	MC201 de apr	0 - Níve roximaç	l III ão	I	EC2		ACI 31	8-08
Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	$\frac{V_{eff}}{V_{Rm}}$	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} V _{Rm}	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} V _{Rm}	V _{Rm} (kN)	V _{eff} V _{Rm}
ber rns	C2	857	782,2	811,0	1,04	838,6	811,0	0,97	705,3	811,0	1,15	643,7	1,33
Ger] e Bu	C3	902	704,2	855,1	1,21	763,6	855,1	1,12	595,4	855,1	1,44	659,9	1,37
et	P7	767	592,6	725,3	1,22	612,3	725,3	1,18	703,3	725,3	1,03	538,3	1,10
long al	P8	687	422,3	633,3	1,50	434,3	633,3	1,46	512,6	633,3	1,24	564,8	1,04
Pra	P9	813	447,0	762,8	1,71	461,5	762,8	1,65	563,1	762,8	1,35	547,5	1,23
	DT1	780	741,5	780,0	1,05	538,0	780,0	1,45	828,4	780,0	0,94	589,7	0,84
	DT2	832	660,5	817,7	1,24	708,3	817,7	1,15	1.019,3	817,7	0,80	801,2	1,04
	DT4	715	611,5	710,5	1,16	514,4	710,5	1,38	811,2	710,5	0,88	608,0	1,21
DT	DT5	910	696,7	895,7	1,29	628,9	895,7	1,42	1.043,2	895,7	0,86	829,0	1,27
kegar	DT6	832	672,9	818,2	1,22	636,9	818,2	1,28	1.045,2	818,2	0,78	803,7	1,09
H	DT8	676	713,4	673,4	0,94	513,8	673,4	1,31	771,0	673,4	0,87	547,8	1,39
	DT9	806	759,9	791,7	1,04	694,9	791,7	1,14	1.039,5	791,7	0,76	958,7	1,37
	DT10	832	673,7	800,3	1,19	697,8	800,3	1,15	1.085,8	800,3	0,74	799,8	1,09
T	EL2	608	435,3	595,6	1,37	339,1	595,6	1,76	610,4	595,6	0,98	500,7	1,21
gan E	EL3	645	451,9	620,0	1,37	413,8	620,0	1,50	647,4	620,0	0,96	507,5	1,05
Reg	EL5	510	402,0	497,6	1,24	319,7	497,6	1,56	581,0	497,6	0,86	470,0	1,29
	SP1	988	536,4	877,7	1,64	521,6	877,7	1,68	608,9	877,7	1,44	708,3	1,51
a	SP2	624	431,8	580,6	1,34	434,3	580,6	1,34	492,3	580,6	1,18	455,8	1,24
ehat	SP4	884	555,6	749,1	1,35	540,4	749,1	1,39	684,8	749,1	1,09	813,9	1,34
Sh	SP5	780	483,7	694,2	1,44	475,6	694,2	1,46	561,3	694,2	1,24	645,7	1,37
	SP6	728	518,0	629,9	1,22	507,0	629,9	1,24	596,1	629,9	1,06	693,9	1,37

Quadro 3.5 - Síntese dos resultados obtidos pelas três normas

	Ensaio	5	MC2 de a	010 - Nív proxima	el II ção	MC20 de a)10 - Nívo proximao	el III ção		EC2		AC 318-	CI •08
Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	$rac{V_{eff}}{V_{Rm}}$	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	$\frac{V_{eff}}{V_{Rm}}$	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	$rac{V_{eff}}{V_{Rm}}$	V _{Rm} (kN)	$rac{V_{eff}}{V_{Rm}}$
	V1	450	333,5	389,2	1,17	347,4	389,2	1,12	392,1	389,2	0,99	349,1	1,44
50	V2	525	369,0	465,6	1,26	383,8	465,6	1,21	430,8	465,6	1,08	347,8	1,30
löltin	V3	570	395,9	459,5	1,16	407,1	459,5	1,13	459,2	459,5	1,00	460,9	1,26
a e N	V5	349	316,7	349,5	1,10	334,7	349,5	1,04	364,0	349,5	0,96	260,9	0,78
ordin	V6	375	287,9	375,0	1,30	303,0	375,0	1,24	384,6	375,0	0,98	274,1	1,29
Kc	V7	475	329,7	411,7	1,25	342,9	411,7	1,20	387,3	411,7	1,06	346,4	1,55
	V8	518	340,2	454,7	1,34	354,4	454,7	1,28	400,1	454,7	1,14	359,6	1,48
	A1	668	451,3	617,6	1,37	488,1	617,6	1,27	443,8	617,6	1,39	512,6	1,65
ų	A2	564	398,6	564,0	1,41	364,6	564,0	1,55	433,7	564,0	1,30	447,9	1,62
izade	B 1	439	416,6	439,0	1,05	465,3	439,0	0,94	499,3	439,0	0,88	560,3	1,29
assan	B2	827	483,8	827,0	1,71	534,8	827,0	1,55	683,1	827,0	1,21	642,9	1,08
H	B3	1.113	681,1	1.041,7	1,53	738,8	1.041,7	1,41	689,6	1.041,7	1,51	718,7	1,05
	B4	952	639,7	952,0	1,49	600,2	952,0	1,59	677,4	952,0	1,41	641,4	1,56
ses	M1	441,6	364,7	441,6	1,21	376,2	441,6	1,17	415,4	441,6	1,06	268,1	1,76
Mel	M4	772,6	501,4	754,0	1,50	512,4	754,0	1,47	566,2	754,0	1,33	476,4	1,52
	LP1	327	306,8	327,0	1,07	332,7	327,0	0,98	336,8	327,0	0,97	254,2	1,38
	LP2	355	329,6	355,0	1,08	355,6	355,0	1,00	406,7	355,0	0,87	328,8	1,45
rêa	LP3	415	348,7	415,0	1,19	374,6	415,0	1,11	469,9	415,0	0,88	395,9	1,19
Cor	LP4	390	318,9	385,2	1,21	344,8	385,2	1,12	360,9	385,2	1,07	250,4	1,20
	LP5	475	327,2	467,0	1,43	352,8	467,0	1,32	377,0	467,0	1,24	269,8	1,19
	LP6	437	337,5	426,4	1,26	363,5	426,4	1,17	393,7	426,4	1,08	287,2	1,17
	AR2	258	221,7	258,0	1,16	224,1	258,0	1,15	269,1	258,0	0,96	186,8	1,57
	AR3	270	223,8	270,0	1,21	225,5	270,0	1,20	279,8	270,0	0,96	186,0	1,34
S	AR4	252	237,6	252,0	1,06	239,1	252,0	1,05	300,4	252,0	0,84	212,3	1,64
amo	AR5	251	225,5	251,0	1,11	226,4	251,0	1,11	290,0	251,0	0,87	209,0	1,70
Я	AR6	250	228,0	250,0	1,10	229,0	250,0	1,09	292,4	250,0	0,86	210,5	1,64
	AR7	288	245,9	288,0	1,17	246,5	288,0	1,17	319,4	288,0	0,90	246,1	1,77
	AR8	380	253,0	307,8	1,22	252,2	307,8	1,22	276,6	307,8	1,11	241,4	1,52

Quadro 3.5 a- Síntese dos resultados obtidos pelas três normas

	Ensaios	5	MC20 de aj)10 - Nív proxima	vel II ção	MC20 de ap	10 - Nív proxima	el III ção		EC2		AC 318-	CI 08
Autor	Modelo	V _{exp} (kN)	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	$\frac{V_{eff}}{V_{Rm}}$	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} V _{Rm}	V _{Rm} (kN)	V _{eff} (kN)	V _{eff} V _{Rm}	V _{Rm} (kN)	V _{eff} V _{Rm}
	AR9	251	222,1	251,0	1,13	224,5	251,0	1,12	270,1	251,0	0,93	187,4	1,80
	AR10	371	247,4	314,6	1,27	247,3	314,6	1,27	276,8	314,6	1,14	225,7	1,61
	AR11	342	233,9	301,9	1,29	234,5	301,9	1,29	268,3	301,9	1,13	201,7	1,44
sou	AR12	280	217,3	247,1	1,14	216,3	247,1	1,14	241,2	247,1	1,02	171,2	1,28
Ran	AR13	261	229,9	261,0	1,14	228,9	261,0	1,14	252,6	261,0	1,03	147,8	1,42
	AR14	208	218,2	208,0	0,95	217,6	208,0	0,96	239,8	208,0	0,87	136,8	1,59
	AR15	262	230,4	262,0	1,14	229,7	262,0	1,14	250,1	262,0	1,05	145,6	1,30
	AR16	351	232,0	277,7	1,20	230,9	277,7	1,20	248,7	277,7	1,12	217,6	1,30
	A1	380	277,0	370,7	1,34	287,9	370,7	1,29	330,1	370,7	1,12	263,2	1,36
	A2	315	250,1	303,9	1,22	262,8	303,9	1,16	290,7	303,9	1,05	245,5	1,36
	A3	352,7	265,8	352,7	1,33	277,3	352,7	1,27	325,7	352,7	1,08	248,9	1,27
	A4	321	215,4	321,0	1,49	227,0	321,0	1,41	256,9	321,0	1,25	201,7	1,18
	B1	582,5	376,4	545,5	1,45	418,6	545,5	1,30	436,0	545,5	1,25	447,6	1,22
	B2	488	300,3	455,7	1,52	337,5	455,7	1,35	352,2	455,7	1,29	375,8	1,14
	B3	519,8	338,6	506,6	1,50	377,1	506,6	1,34	399,3	506,6	1,27	382,9	1,35
va	B4	458,8	282,9	445,7	1,58	318,1	445,7	1,40	335,2	445,7	1,33	336,2	1,10
Sil	C1	720	410,7	678,0	1,65	492,8	678,0	1,38	501,0	678,0	1,35	567,5	1,21
	C2	556,7	323,3	519,2	1,61	391,4	519,2	1,33	401,9	519,2	1,29	472,6	1,02
	C3	636,6	392,1	617,0	1,57	470,3	617,0	1,31	482,5	617,0	1,28	522,1	1,22
	C4	497,1	312,1	481,2	1,54	377,6	481,2	1,27	392,0	481,2	1,23	437,1	1,14
	D1	497,1	315,7	481,6	1,53	352,1	481,6	1,37	380,5	481,6	1,27	367,8	1,35
	D2	385,2	291,4	371,1	1,27	328,0	371,1	1,13	346,0	371,1	1,07	351,5	1,10
	D3	395,2	284,0	395,2	1,39	319,5	395,2	1,24	336,2	395,2	1,18	325,4	1,21
	D4	531,5	354,5	487,3	1,37	429,3	487,3	1,13	430,8	487,3	1,13	519,0	1,02

Quadro 3.5 b - Síntese dos resultados obtidos pelas três normas

Modelos	Norma	n (1)	X _m (2)	$\sigma_{n-1}(3)$	v (4)
Total		73	1,09	0,185	0,170
Sem Pré-esforço	EC2	7	0,96	0,056	0,058
Com Pré-esforço		66	1,10	0,189	0,172

Quadro 3.6– Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão V_{eff}/V_{Rm} para o EC2

(1) número de ensaios considerados (2) valor médio (3) desvio padrão (4) coeficiente de variação

Quadro 3.7- Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão Veff/VRm para o ACI 318-08

Modelos	Norma	n (1)	X _m (2)	$\sigma_{n-1}(3)$	v (4)
Total		73	1,33	0,212	0,160
Sem Pré-esforço	ACI 318-08	7	1,30	0,258	0,198
Com Pré-esforço	510-00	66	1,33	0,210	0,158

(1) número de ensaios considerados (2) valor médio (3) desvio padrão (4) coeficiente de variação

Relativamente ao MC2010, optou-se por diferenciar as lajes com geometria rectangular, no que refere aos valores obtidos pela análise estatística (Quadro 3.8 e Quadro 3.9)

 $Quadro 3.8-Valor\ médio,\ desvio\ padrão\ e\ coeficiente\ de\ variação\ da\ razão\ V_{eff}/V_{Rm}\ para\ MC2010-Nível\ II$

Modelos	Norma	n (1)	X _m (2)	$\sigma_{n-1}(3)$	v (4)
Total		73	1,29	0,185	0,143
Lajes pré-esforçadas	MC2010 –	66	1,31	0,180	0,141
Lajes sem pré-esforço	Aproximação	7	1,13	0,101	0,089
Lajes rectangulares	T	11	1,18	0,223	0,186

(1) número de ensaios considerados (2) valor médio (3) desvio padrão (4) coeficiente de variação

Quadro 3.9 – Valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação da razão V_{eff}/V_{Rm} para MC2010 – Nível III

Modelos	Norma	n (1)	X _m (2)	$\sigma_{n-1}(3)$	v (4)
Total		73	1,27	0,175	0,138
Lajes pré-esforçadas	MC2010 –	66	1,28	0,172	0,135
Lajes sem pré-esforço	Aproximação	7	1,15	0,168	0,146
Lajes rectangulares	1 3	11	1,37	0,164	0,120

(1) número de ensaios considerados (2) valor médio (3) desvio padrão (4) coeficiente de variação

Tal como esperado, dos três métodos apresentados o ACI 318-08 é a norma que traduz resultados mais conservadores. Apresenta ainda os piores resultados em termos de desvio padrão e coeficiente de variação. A aplicação desta norma traduziu resultados conservadores em relação à razão V_{exp}/V_{Rm} , obtendo-se um valor de 1,33 para a totalidade dos modelos, de 1,33 para as lajes pré-esforçadas e de 1,30 para as lajes sem pré-esforço. De referir que para o cálculo destes valores, e como já foi referido, não foram considerados os valores limites impostos pela norma, em particular, o valor mínimo e máximo para a tensão de compressão do betão devido ao pré-esforço aplicado nas duas direcções e o valor máximo para a tensão média da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos. Impondo os limites da norma verificou-se que o nível de conservadorismo aumentava, traduzindo resultados ainda mais distantes dos resultados obtidos via experimental.

Já o EC2, apresenta resultados bastante próximos dos resultados obtidos via experimental, em que a relação V_{eff}/V_{Rm} é de 1,09 para a totalidade das lajes analisadas neste trabalho. No caso das lajes fungiformes sem pré-esforço obteve-se um resultado ligeiramente contra segurança de 0,96.

Relativamente ao MC2010, obtêm-se valores muito similares para o Nível II e III de Aproximação, sendo, no geral, os valores médios obtidos pelo Nível III ligeiramente melhores e com menor dispersão de resultados. Contudo, os valores são algo conservadores, obtendo-se para o Nível II de Aproximação uma média para a razão V_{eff}/V_{Rm} de 1,29 e para Nível III de Aproximação o valor de 1,27. Ambos os níveis de aproximação apresentam uma certa diferença em relação ao valor obtido para lajes fungiformes pré-esforçadas e sem pré-esforço. No caso das lajes com pré-esforço obteve-se um valor médio para a razão V_{eff}/V_{Rm} de 1,31 para o Nível II de Aproximação e um valor de 1,28 para o Nível III de Aproximação. Já no caso das lajes sem pré-esforço obteve-se um valor médio para o rácio V_{eff}/V_{Rm} de 1,13 e um valor de 1,15 para o nível II e III, respectivamente.

De notar, que existe uma diferença óbvia entre os dois níveis de aproximação na determinação do valor médio da resistência ao punçoamento para lajes com geometria rectangular. Desta forma, optou-se por proceder a uma análise distinta dos ensaios de Regan (modelos de lajes com geometria rectangular), obtendo-se no Nível II de Aproximação um valor médio para a relação V_{eff}/V_{Rm} de .1,18 e de 1,37 no Nível III de Aproximação. Esta diferença sugere que o Nível II de Aproximação conduzira a valores mais assertivos na determinação da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas com geometria rectangular. Esta diferença dos resultados surge, muito provavelmente, devido à forma como foram determinados os momentos flectores médios por unidade de comprimento, pois, no caso do Nível II de Aproximação recorreu-se à expressão definida pelo MC2010 para a determinação destes momentos.

Gráficos referentes ao EC2



Figura 3.3 - Influência da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos



Figura 3.4 - Influência do factor k



Influência da altura útil média

Figura 3.5 – Influência da altura útil da laje



Figura 3.6 - Influência da percentagem geométrica de armadura de flexão



Influência da tensão média de compressão no betão devido ao

Figura 3.7 - Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço



Influência da relação do perímetro de contorno de referência

Figura 3.8 - Influência da relação do perímetro de referência e a altura útil da laje

Analisando os gráficos, é notório que o EC2 fornece resultados bastante bons. Contudo existe uma ligeira tendência de sobrestimar a resistência ao punçoamento quando os valores da resistência do betão aumentam. No caso em que a percentagem geométrica de armadura aderente de flexão aumenta, verifica-se uma óbvia tendência para sobrestimar a resistência ao punçoamento, chegando mesmo à situação em que recta de tendência cruza o valor unitário, e desta forma contra segurança. Verifica-se, igualmente, que a restrição do EC2 para o factor k, não influencia de forma notória os resultados obtidos relativos à resistência ao punçoamento.

Gráficos referentes ao ACI 318-08



Figura 3.9 - Influência da tensão média de rotura á compressão do betão em provetes cilíndricos



Figura 3.10 - Influência da altura útil



Figura 3.11 - Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço



Figura 3.12 - Influência da razão entre o perímetro de contorno de referência e a altura útil

Comparativamente, o ACI 318-08 proporciona valores, regra geral, algo conservadores. Analisando os gráficos, esta norma revela uma distinta tendência de sobrestimar os valores da resistência ao punçoamento, quando a resistência do betão, altura útil média e a tensão média de compressão no betão devida ao pré-esforço aumentam. No entanto os resultados são sempre conservativos, visto que em nenhum dos casos a recta de tendência cruza o valor unitário.

Gráficos referentes ao MC2010 – Nível II de Aproximação



Figura 3.13 - Influência da tensão média de rotura á compressão do betão em provetes cilíndricos



Figura 3.14 - Influência da altura média útil



Figura 3.15 - Influência da percentagem de armadura de flexão



Figura 3.16 - Influência da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço



Influência da rotação da laje

Figura 3.17 – Influência da rotação da laje

O Nível II de Aproximação do MC2010, apresenta resultados conservadores, ficando os valores médios resistentes previstos aquém dos valores obtidos via experimental. Verifica-se que este nível de aproximação denota uma tendência de aumento do conservadorismo à medida que a altura útil da laje e a tensão média de compressão do betão devido ao pré-esforço aumentam. De igual forma, à medida que a rotação da laje aumenta, subestima-se o valor da resistência ao punçoamento, obtendo-se resultados conservadores. Contrariamente, verifica-se uma tendência de sobrestimar a resistência ao punçoamento com o aumento da percentagem geométrica de armadura de flexão, obtendo-se resultados menos conservadores.

Gráficos referentes ao MC2010 – Nível III de Aproximação



Figura 3.18 - Influência da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos



Figura 3.19 – Influência da altura útil da laje



Influência da percentagem de armadura ordinária

Figura 3.20 - Influência da percentagem de armadura ordinária



Figura 3.21 - Influência da tensão média de compressão no betão devida ao pré-esforço



Figura 3.22 - Influência da rotação da laje

De acordo com o Nível III de Aproximação do MC2010, os resultados apresentados evidenciam o grau de conservadorismo patente nesta norma. A aplicação desta norma para este Nível de Aproximação III traduz um aumento do conservadorismo à medida que a altura útil da laje, e a tensão média de compressão do betão devido ao pré-esforço aumentam. Já, para valores mais elevados da percentagem geométrica de armadura de flexão, este nível sobrestima o valor médio da resistência ao punçoamento originando resultados em que a recta de tendência se encontra mais próxima do valor unitário.

3.3 Observações gerais

Analisando de forma geral as 3 normas em estudo, verifica-se que o ACI 318-08 é o que apresenta resultados piores, portanto, mais conservadores e o EC2 o que apresenta resultados mais próximos dos experimentais. Como era esperado um aumento da armadura de flexão da laje conduz a um aumento da capacidade de resistência ao punçoamento, e o ACI 318-08, ao contrário do EC2 e do MC2010, não entra em consideração, na sua formulação, com a armadura de flexão na determinação da resistência ao punçoamento.

No MC2010, os resultados obtidos demonstram que um aumento da altura média útil da laje e da tensão média de compressão no betão devido ao pré-esforço conduz a resultados conservadores. De forma contrária, no ACI 318-08, um aumento da altura média útil e da tensão média de compressão

no betão devido ao pré-esforço traduz resultados menos conservadores, com tendência a sobrestimar o valor médio da resistência ao punçoamento.

No caso da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos o ACI 318-08 é das 3 normas a que revela, de forma evidente, uma tendência de sobrestimar os valores da resistência ao punçoamento à medida que esta tensão aumenta, ao contrário do EC2 e MC2010 que tendem a manter constante os valores médios da resistência ao punçoamento para os ensaios em estudo.

De notar que o MC2010 é uma norma que pretende explicar o fenómeno de rotura ao punçoamento recorrendo a teorias físicas baseadas em modelos físicos, contrariamente ao EC2 e ACI318-08 que se baseiam em fórmulas empíricas.

Capítulo 4

Conclusões e desenvolvimentos futuros

4.1 Introdução

As lajes fungiformes pré-esforçadas são um tipo de sistema construtivo que tem vindo a afirmar-se no mercado. A banalização deste tipo de construção, associado ao fenómeno de rotura ao punçoamento, torna necessário estudar as diversas normas e recomendações existentes.

Este capítulo tem como finalidade sintetizar os principais resultados obtidos no decorrer deste trabalho, relativos aos valores das cargas de rotura de punçoamento em lajes fungiformes de acordo com o preconizado pelas três normas em estudo, dando maior ênfase ao Model Code 2010.

Em última análise, são propostas sugestões para desenvolvimentos futuros, que permitam aprofundar e melhorar as conjecturas existentes nas normas.

4.2 Conclusões

O objectivo deste trabalho consistiu num estudo comparativo entre a aplicação do EC2, ACI 318-08 e Model Code 2010, na determinação da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes préesforçadas, dando-se mais ênfase na análise efectuada mediante o preconizado pelo Model Code 2010. Para tal, recorreu-se à bibliografia existente relativa a ensaios levados a cabo por diferentes autores no que diz respeito à rotura por punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas. De seguida, determinou-se os valores da resistência ao punçoamento por intermédio do preconizado nas três normas. Após a obtenção dos valores efectuou-se uma análise exaustiva dos resultados obtidos, definindo qual a norma mais credível comparativamente aos resultados obtidos via experimental.

Desta forma, apresentam-se, resumidamente, as conclusões mais importantes que se obtiveram após a realização deste trabalho.

- As recomendações relativas à determinação da resistência ao punçoamento, são normalmente baseadas em resultados experimentais realizados em elementos de laje isolados com o objectivo de representar a zona da laje próxima do pilar.
- 2. Neste trabalho, os ensaios experimentais realizados pelos autores, foram efectuados em lajes com uma espessura relativamente reduzida face à realidade.
- 3. Dos três métodos de cálculo da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes préesforçadas, o EC2 é o que se mais destaca pela positiva, traduzindo resultados bastante próximos dos resultados obtidos via experimental. Já o MC2010 apresenta resultados algo conservadores, registando-se um ligeiro melhoramento do Nível II de Aproximação para Nível III de Aproximação. O ACI 318-08 é a norma que apresenta os resultados mais conservadores e, portanto, mais díspares dos valores obtidos experimentalmente.
- O ACI 318-08 não inclui alguns factores importantes na determinação do valor de rotura ao punçoamento, em particular no caso de lajes espessas ou finas com reduzidas percentagens de armadura de flexão.
- 5. O Model Code 2010 propõe que o cálculo da resistência ao punçoamento seja efectuado em função da altura útil da laje, da largura do pilar, do rácio de armadura geométrica de flexão, da tensão de cedência do aço, da tensão de rotura à compressão do betão, da dimensão máxima do agregado e da relação vão-espessura da laje.
- 6. Em ambos os níveis de aproximação do MC2010 existe o problema de a relação V_{eff}/V_{Rm} ser relativamente diferente entre lajes com geometria quadrangular e lajes com geometria rectangular, proporcionando o Nível II de Aproximação resultados bastante menos conservadores que o Nível III de Aproximação.
- 7. O Model Code 2010, é pouco preciso quando define a expressão que determina a rotação da laje, nomeadamente no caso do momento resistente de dimensionamento por unidade de comprimento, em especial no que toca à parcela resultante do pré-esforço.
- 8. O novo método proposto pelo Model Code 2010 para o Nível III de Aproximação, relativamente à determinação da resistência ao punçoamento é mais complexo que o preconizado pelas outras normas, não traduzindo resultados merecedores de tal complexidade.
- 9. O Model Code 2010 propõe um método alternativo que se baseia em teorias fundamentadas em modelos físicos, não sendo mais um método que se sustenta em formulações empíricas.

4.3 Desenvolvimentos futuros

O estudo realizado tinha como propósito primordial o esclarecimento de algumas questões relativas ao nível de exactidão preconizado pelo novo Model Code 2010. Os resultados obtidos justificam a necessidade de prosseguir a investigação e aperfeiçoamento desta norma, bem como desenvolver mais estudos relativos a lajes fungiformes pré-esforçadas.

Desta forma, deveria produzir-se uma simplificação da norma, no que diz respeito à determinação da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes com pré-esforço, em particular no Nível III de Aproximação, mantendo parte dos parâmetros envolvidos na sua formulação.

De notar que o MC2010 limita o estudo a determinados tipos de lajes, em particular, consoante a sua geometria e características estruturais, como por exemplo nos casos em que as lajes não adoptem uma geometria quadrangular ou apenas contenham armadura de flexão numa direcção, esta recomendação não proporciona a metodologia adequada que se deveria adoptar neste tipo de situações. Posto isto, seria importante definir qual a metodologia a aplicar nestes casos para a determinação da resistência ao punçoamento.

De igual modo, deveriam efectuar-se mais estudos referentes a este tema, a nível experimental e analítico, de forma a determinar a precisão dos resultados obtidos.

Referências Bibliográficas

ACI Committee 318. 318M-08 Metric Building Cote Requirements for Structural Concrete & Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, 2008.

British Standards Institution: Structural Use of Concrete – Code of Practice for Design and Construction, BS 8110, Part 1, Londres, 1985

Comité Euro-Internationale du Béton: *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*, Bulletin d'information nº 124-125, Paris, 1978.

Comité Euro-Internationale du Béton: *CEB-FIP Model Code 1990*, Bulletin d'information nº 213-214, Maio, 1993.

Corrêa, G.S., *Puncionamento en Lajes Cogumelo Protendidas com Cabos Não Aderentes*, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Ambiental e Civil, Universidade Brasília, Brasil, 2001

Fédération Internationale du Béton: *Model Code 2010, First Complete Draft*, Fib Bulletins No. 55 e 56, Suiça, Março, 2010

Fédération Internationale de la Précontrainte: *Recommendations for the Design of Post-tensioned Slabs and Foundation Raft*, Maio, 1998

Fürst, A., and Marti, P., *Robert Maillart's Design Approach for Flat Slabs*, Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 123, No. 8, 1997, p. 1102-1110.

Gasparini, D. A., *Contributions of C. A. P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat* Slabs 1905-1909, Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 128, No. 10, 2002, p. 1243-1252.

Gerber, L. L.; Burns, N. H.: *Ultimate Strength Tests of Post-Tensioned Flat Plates*, PCI Journal, Vol. 16, n°6, Nov/Dez de 1971, p. 40-58.

Hassanzadeh, G.: Betongplattor pa Pelare Dimensioneringsmetoder för Plattor med icke Vidhäftande Spännarmering, Bulletin 43, Institutionen för Byggkonstruktion, Kungl Tekniska Högskolan (KTH), Estocolmo, 1998.

Hassanzadeh, G.; Sundquist, H.: Influence of Post-Tensioned Reinforcement Distribution on Design of Prestressed Reinforcement in Column Supported Flat Slabs, Proceedings of the International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Bulletin 57, Institutionen för Byggkonstruktion, Kungl Tekniska Högskolan (KTH), Estocolmo, Junho, 2000, p.457-466.

Kordina, K e Nölting, D., *Versuche zum Durchstazen ohne Verbund Vorgespannter Flachdecken*, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität, Braunschweig, Alemanha, 1984.

Melges, J. L. P., *Análise Experimental da Punção em Lajes de Concreto Armado e Protendido*, Tese de Doutoramento, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2000.

Menétrey, P.: *Numerical Analysis of Punching Failures in Reinforced Concrete Structures*, Thése de Doctorat nº 1279, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 177 p., Lausanne, Suiça 1994.

Muttoni, A., *Punching Shear Strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*, ACI Structural Journal, V.105, No. 4, 2008, p. 440-450.

NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios, 2010.

Pralong, J.; Brändli, W.; Thürlimann, B.: *Durchstanzversuche an Stahlbeton und Spannbetonplatten*, Bericht nr. 7305-3, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich, Dezembro, 1979.

Ramos, A. M. P.: *Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas*, Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Março de 2003.

Regan, P. E.: *The Punching Resistance of Prestressed Concrete Slab Bridges*, Report to the Department of Transport, Engineering Structures Research Group, Polytechnic of Central London, Londres, Abril, 1981

Regan, P.E.; Chattopadhyay, B.: *Shear Tests of Prestressed Bridge Slabs Supported by Interior Columns*, Report to the Department of Transport, Engineering Structures Research Group, Polytechnic of Central London, Londres, Jullho, 1982.

Regan, P. E.: *Punching Shear in Prestressed Concrete Slab Bridges*, Report to the Department of Transport, Engineering Structures Research Group, Polytechnic of Central London, Londres, Janeiro de 1983.

Regan, P. E.: *The Punching Resistance of Prestressed Concrete Slabs*, Proceedings Institution of Civil Engineers, Part 2, Dezembro, 1985, p. 657-680

REBAP: Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado, Lopes d Silva Editora, Porto, 1984.

Scordelis, A. C.; Lin, T.Y.; May, H. R.: Shearing Strength of Prestressed Lift Slabs, ACI Journal, Vol. 55, n° 4, Outubro de 1958, p. 485-506.

Shehata, I. A.: *Punching of Prestressed and Non- Prestressed Reinforced Concrete Flat Slabs*, M. Phil. Thesis, Polytechnic of Central London, Londres, 1982.

Silva, R. J. C., *Punção em Lajes Cogumelo Protendidas, Tese de Doutoramento*, Departamento de Engenharia Ambiental e Civil, Universidade de Brasília, Brasil, 2004.

Referências Bibliográficas