Punçoamento em Lajes de BRFA com 125 mm de espessura - Carga Monotónica

Engº Nuno Dinarte Gouveia

Engº Prof. Duarte Miguel Viúla Faria

Engº Prof. António Manuel Pinho Ramos

Relatório 9

FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas

(PTDC/ECM/114492/2009)

Julho de 2014

Índice

1. Introdução 2
2. Programa Experimental 3
2.1 Descrição dos Modelos 4
2.2 Caracterização dos Materiais 9
2.2.1 Betão 9
2.2.2 Aço da Armadura Ordinária 18
2.2.3 Fibras de Aço 18
2.3 Instrumentação dos Ensaios 19
2.4 Caracterização dos Materiais 23
2.4.1 Modelo ND0 23
2.4.2 Modelos com Incorporação de Fibras 24
3. Análise dos Resultados 30
3.1 Apresentação dos Resultados 30
3.1.1 Deslocamentos Verticais 30
3.1.2 Extensões na Armadura Longitudinal Superior 43
3.1.3 Excentricidade da Carga 54
3.2 Efeito do betão com Fibras na Capacidade de Carga 59
3.3 Geometria das Superfícies de Rotura 62
3.4 Análise das Cargas de Rotura 65
3.4.1 Eurocódigo 2 – NP EN 1992-1-1 66
3.4.2 *fib* Model Code 2010 66
3.4.3 Lei Tensão-Abertura de Fenda 68
3.4.4 Comparação com Outros Investigadores 68
3.4.5 Comparação das Cargas de Rotura e as Rotações Experimentais com as Previstas 69
4. Agradecimentos 74
Bibliografia 75

1. Introdução

A adopção de lajes fungiformes em edifícios é uma solução comum devido a ser económica, de fácil e rápida construção. Neste tipo de estruturas, um dos inconvenientes é o fenómeno de punçoamento, que surge pela actuação de uma carga concentrada (pilar) na laje. Diz-se que ocorreu punçoamento numa laje quando se produz uma rotura com forma tronco-piramidal, se o pilar for quadrado ou com forma tronco-cónica, se o pilar for circular, à volta do pilar no qual a laje se apoia.

Existem diversas técnicas para melhorar a capacidade resistente ao punçoamento, como por exemplo, a colocação de armaduras transversais na forma de estribos ou de ”studs”, a colocação de um capitel de betão, o aumento da espessura da laje ou da secção do pilar, utilização de pós-tensão ou mais recentemente o uso de betão reforçado com fibras (BRF). Cada uma das técnicas enumeradas apresenta as suas vantagens e desvantagens.

Enquanto material estrutural, o betão caracteriza-se pela sua elevada resistência à compressão mas baixa resistência à tracção. Devido a este comportamento distinto, o betão quando está sujeito a esforços de tracção é reforçado com varões de aço no seu interior, com o intuito destes resistirem a tais esforços. Para que o betão tenha capacidade de resistir a esforços de tracção em qualquer direcção, são adicionadas fibras curtas, distribuídas de forma aleatória para reforçar a mistura. Como existe um aumento na capacidade de resistência à tracção, diminui-se a abertura das fendas e os mecanismos responsáveis pela sua propagação, criando “pontes” que ligam as faces da fenda. Note-se que as características mecânicas do betão reforçado com fibras dependem das propriedades das fibras, da matriz, da interacção fibra-matriz e da distribuição das fibras dentro da matriz cimentícia.

O comportamento do betão reforçado com fibras tem sido alvo de investigação já há algumas décadas, mas não se tem conhecimento de outros ensaios ao punçoamento monotónico ou cíclico de lajes com fibras que sejam acompanhadas por uma caracterização tão detalhada das propriedades do betão, nomeadamente do seu comportamento à tracção, através da definição de uma lei tensão-abertura da fenda do betão utilizado nas lajes, daí a importância do estudo do BRF para o esclarecimento de algumas destas questões.

Neste relatório é apresentado um estudo de desempenho de lajes sujeitas ao punçoamento monotónico quando se altera a percentagem volumétrica de fibras de aço introduzidas na mistura de betão. São aplicados os resultados do comportamento à tracção do betão nos métodos de cálculo existentes, com o intuito de averiguar se as expressões existentes, para ter em conta o efeito do comportamento à tracção do betão com fibras, são aplicáveis.

Inicialmente é descrita a investigação experimental relativa aos ensaios de lajes, apresentando-se as características dos vários modelos executados, nomeadamente, descrição dos modelos, caracterização dos materiais, instrumentação dos ensaios e descrição da execução dos mesmos. Os seis modelos realizados foram sujeitos a um carregamento vertical até se atingir a rotura por punçoamento.

Posteriormente são apresentados e analisados os resultados obtidos nos ensaios experimentais, nomeadamente, os deslocamentos verticais, as extensões na armadura longitudinal superior e as cargas de rotura. Com base nos valores de carga última experimental, é analisado o efeito do betão reforçado com fibras de aço na capacidade de carga ao

punçoamento. São ainda apresentadas as formas da superfície de rotura dos modelos. No final, apresenta-se a comparação dos resultados previstos pela NP EN 1992-1-1 [1], pelo *fib* Model Code 2010 [2] e por expressões de cálculo desenvolvidas por diversos investigadores, com os resultados experimentais obtidos.

2. Programa Experimental

A presente secção tem por objectivo apresentar os modelos e ensaios de lajes realizados para estudar o desempenho da aplicação do betão com fibras em ligações laje-pilar. Descrevem-se o processo construtivo dos modelos e as suas características geométricas, assim como a caracterização dos materiais utilizados. Descrevem-se ainda a instrumentação usada nos ensaios e o seu processo de execução.

O programa experimental consistiu no ensaio de seis modelos de lajes fungiformes maciças, com geometria quadrada em planta com 1650 mm de lado e com 125 mm de espessura. Pretendeu-se simular exclusivamente a área de laje junto ao pilar, limitada pelas linhas de momento nulo. Todas as lajes foram submetidas a um carregamento aplicado no centro, na superfície inferior, através de uma placa de aço quadrada com 200 mm de lado e com 50 mm de espessura.

Os modelos foram realizados e ensaiados no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. O betão foi realizado de acordo com a NP EN 206-1 [3], prevendo uma classe de resistência à compressão de C30/37, uma máxima dimensão do agregado de 12.7 mm e com classe de consistência S4.

A principal variável em estudo foi a percentagem volumétrica de fibras introduzidas na matriz. Betonaram-se lajes, desde a laje padrão (sem fibras introduzidas) até à laje com 0,75% de adição de fibras, verificando-se até esta fase que o betão com fibras estava a perder trabalhabilidade, como era esperado. Verificou-se também que a betoneira utilizada para a realização do betão não era tão eficaz na mistura do betão com maiores percentagens de fibras, prevendo-se que para maior percentagem volumétrica de fibras seria necessário a adição de plastificante, o que veio a ser realizado para as três últimas lajes betonadas (com 0.75%, 1.00% e 1.25%).

Na Figura 2.1 é apresentado o aspecto geral de um modelo de laje logo após ser betonado, ainda em estado fresco. Na Figura 2.2 é apresentado o aspecto geral de um modelo de laje após a realização do ensaio.

Figura 2.1 – Aspecto geral de um modelo de laje após ser betonado.

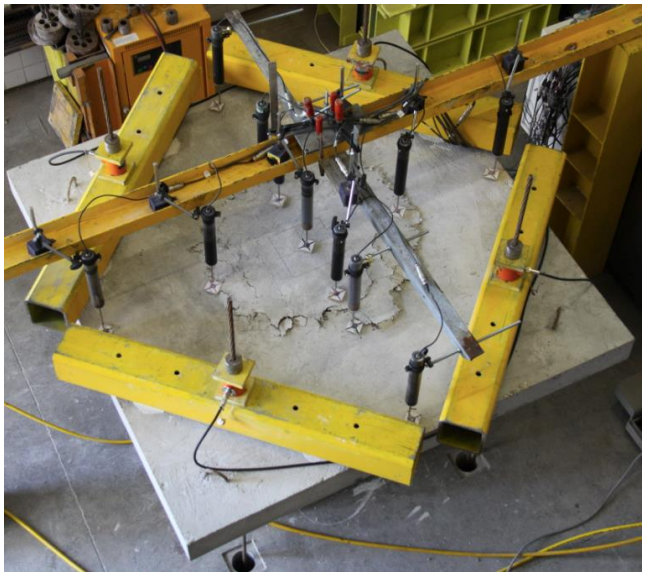


Figura 2.2 – Aspecto geral de um modelo de laje após ser ensaiado.

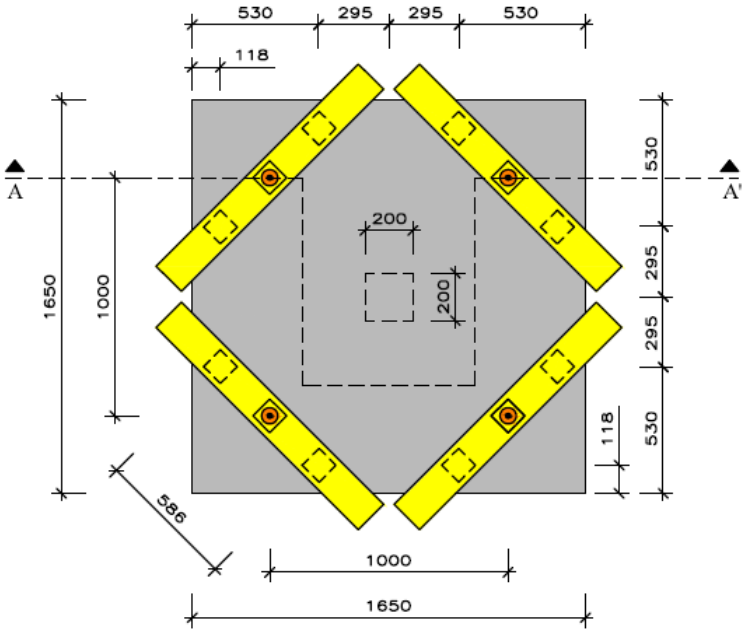
2.1 Descrição dos Modelos

Os modelos aqui descritos pretendem simular a zona junto ao pilar, limitada pelas linhas de inflexão, onde os momentos são nulos. Foram executados ensaios a cinco modelos de lajes em betão com fibras e ainda um ensaio a um modelo de padrão, sem fibras, para comparação. Todos os modelos foram ensaiados até à rotura através da aplicação de cargas verticais no centro da laje, aplicada na superfície inferior, por intermédio de uma chapa metálica, que simula um pilar.

Os modelos ensaiados consistiam em painéis quadrados de laje em betão com fibras de aço e com armadura ordinária. As dimensões em planta para todas as lajes eram de 1650 x 1650 mm com 125 mm de espessura. O pilar central foi simulado por uma placa de aço com dimensões de 200 x 200 mm e com 50 mm de espessura, possuindo assim rigidez suficiente para manter a

superfície de contacto plana ao longo do ensaio. A geometria dos modelos está representada na Figura 2.3.

a)



b)

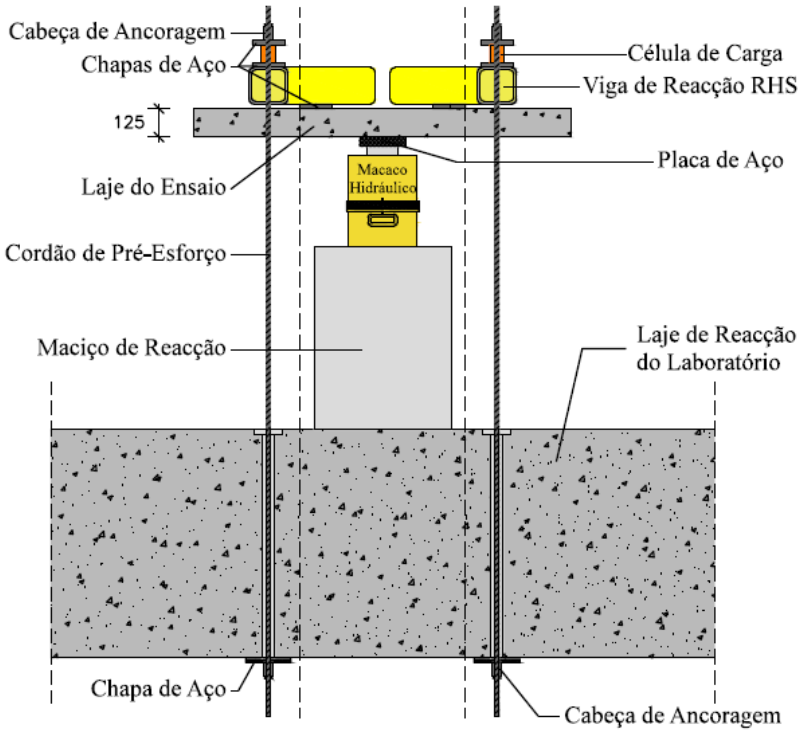


Figura 2.3 – Geometria dos modelos: a) planta e b) corte A-A´ (desenho sem escala e dimensões em mm).

A laje estava apoiada em oito pontos através de vigas de distribuição (RHS 150 x 150 x 10 mm) e quatro cordões de pré-esforço que ligam o modelo à laje de reacção do laboratório, como está ilustrado nas Figuras 2.3 e 2.4.

Figura 2.4 – Aspecto geral dos modelos e do macaco hidráulico.

Em cada um dos oito pontos existia uma placa com 100 x 100 x 20 mm, colocada sobre uma camada de gesso, e em cada par destes pontos assentava um perfil de secção quadrada oca (RHS 150 x 150 x 10 mm). A colocação da camada de gesso (Figura 2.5) teve o objectivo de nivelar o perfil e permitir uma distribuição de tensões uniforme.

Figura 2.5 – Perfil metálico RHS apoiado nas placas de aço com gesso.

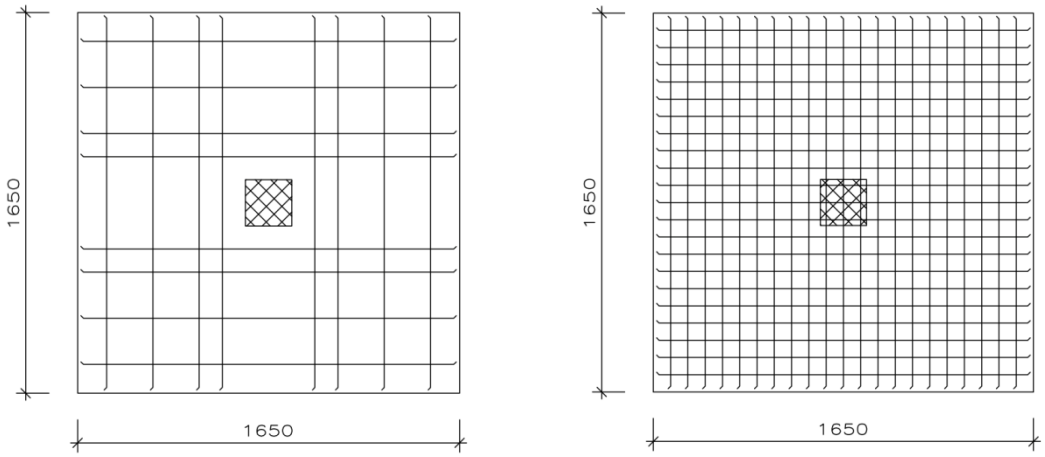
Cada um dos perfis de secção quadrada oca (RHS 150 x 150 x 10 mm) era atravessado no centro por um cordão de aço de alta resistência com diâmetro nominal de 15.2 mm (0.6") que era fixo com uma placa metálica com 100 x 100 x 20 mm, sobre a qual era colocado o sistema de ancoragem dos cordões, composto por um cilindro e cunhas. Estes cordões atravessavam a laje de reacção do laboratório e eram fixos sob a mesma. Com este sistema estavam garantidas as condições de fronteira cinemáticas e estáticas, permitindo rotações livres nos bordos do modelo, de maneira a simular a linha de momentos nulos.

A carga foi introduzida no centro da laje, na superfície inferior, por um macaco hidráulico (ENERPAC RRH 1006 com 990 kN de capacidade máxima e 160 mm de curso máximo (Figura 2.4)), controlando-se a velocidade de aplicação da pressão/carga. Para aplicação e controlo de pressão usou-se uma unidade de controlo de pressão hidráulica WALTER+BAI AG tipo NSPA 700/DIG 200, estando ilustrado na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Aspecto geral do grupo hidráulico WALTER+BAI AG tipo NSPA 700 / DIG 2000.

O modelo padrão[1] foi designado ND0. Os modelos com incorporação de fibras foram designados por ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, contendo 0.50%, 0.75%, 0.75%, 1.00% e 1.25% de volume de fibras adicionado, respectivamente. Nos modelos ND3, ND4 e ND5 foi adicionado plastificante à sua composição.

O dimensionamento da armadura longitudinal superior foi realizado com o intuito de obter-se a rotura dos modelos por punçoamento. Consequentemente, a armadura longitudinal superior era constituída por vinte e um varões de 10 mm de diâmetro em cada direcção, o que corresponde aproximadamente a uma malha quadrada de ϕ10//0.075 m. Colocou-se uma armadura longitudinal inferior, constituída por 8 varões de 6 mm de diâmetro em cada direcção, o que corresponde aproximadamente a malha quadrada de ϕ6//0.20 m, com o principal objectivo de evitar a fendilhação dos modelos no seu transporte até ao local do ensaio. O espaçamento dos varões de 6 mm foi diferente junto ao pilar para evitar a influência que estes varões possam ter na fase de rotura por punçoamento e logo após a rotura. Na Figura 2.7 estão esquematizadas as armaduras longitudinais dos modelos.



a) Armadura inferior.

b) Armadura superior.

Figura 2.7 – Armaduras longitudinais dos modelos (desenhos sem escala e dimensões em mm).

[1] sem fibras nem plastificante na sua composição base de betão.

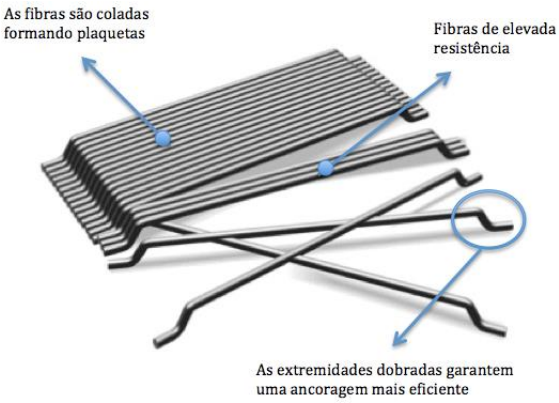
O recobrimento das armaduras superior e inferior é de aproximadamente de 10 mm e 20 mm, respectivamente. Foram colocados na armadura longitudinal superior extensómetros eléctricos, efectuando-se sempre uma verificação para ver se estes estavam a funcionar correctamente através da análise da sua resistência (120.4 ± 0.5 Ω). Durante a elaboração dos modelos foi feito um levantamento altimétrico das armaduras longitudinais superiores com recurso a um paquímetro digital, permitindo a determinação da sua altura útil média, obtendo 105 mm como valor médio em todos os modelos. A percentagem de armadura longitudinal (ρ_l) para todos os modelos foi de 1.00%. Na Figura 2.8 é possível observar o aspecto das armaduras longitudinais na cofragem.

a) Montagem das armaduras longitudinais.

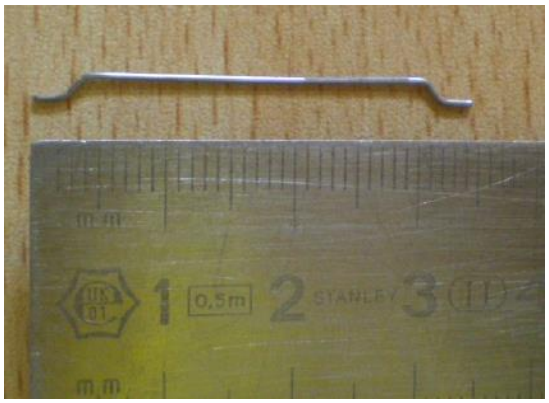
b) Aspecto final das armaduras longitudinais na cofragem.

Figura 2.8 – Armaduras longitudinais dos modelos (desenhos sem escala e dimensões em mm).

A fibra de aço utilizada nos modelos foi a Dramix® RC 65/35 BN, representada na Figura 2.9. Esta fibra é recta com ganchos nas duas extremidades, conhecidas na nomenclatura inglesa por "hooked end steel fibres", com comprimento total igual a 35 mm, com diâmetro de 0.55 mm e com uma esbelteza de cerca de 64.



a) Pormenores das fibras Dramix® RC 65/35 BN coladas formando plaquetas.



b) Fibras de aço.

Figura 2.9 – Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN.

2.2 Caracterização dos Materiais

2.2.1 Betão

Para a caracterização do betão utilizado nos modelos experimentais foram moldados provetes cúbicos de 150 x 150 x 150 mm, provetes cilíndricos de ϕ150 mm x 300 mm, vigas de 600 x 150 x 150 mm e painéis de lajes de 600 x 600 x 100 mm (Figura 2.10) no mesmo dia em que eram moldadas as lajes respectivas. Todos os modelos experimentais, incluindo os provetes, vigas, painéis e lajes foram ensaiados aos 21 dias depois da sua betonagem.

Figura 2.10 – Provetes cúbicos, provetes cilíndricos, vigas e painéis de laje nos respectivos moldes no dia da betonagem.

O betão foi produzido no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. A composição do betão foi a mesma para todas as misturas, variando apenas na adição da percentagem volumétrica de fibras e no volume de plastificante.

O betão padrão foi produzido usando 450 kg/m^3 de cimento Portland CEM II/B-L 32.5 N, 185 kg/m^3 de areia 0/2, 545 kg/m^3 de areia 2/4, 882 kg/m^3 de agregado calcário 0/12.5 e 216 kg/m^3 de água. A relação água/cimento utilizada nas misturas foi de 0.48.

O betão com incorporação de fibras teve 0.50%, 0.75%, 0.75%, 1.00% e 1.25% de volume de fibras adicionado, para cada modelo respectivo. Nas lajes ND3, ND4 e ND5 foi adicionado 3.0 kg/m^3 de plastificante Pozzolith 540 na mistura. Apresenta-se na Tabela 2.1 um resumo da quantidade de material usado na elaboração dos modelos. Na Figura 2.11 é possível observar os materiais utilizados para o fabrico do betão.

Tabela 2.1 – Quantidade de material utilizado na elaboração dos modelos.

Modelo	Cimento (kg/m^3)	Areia 0/2 (kg/m^3)	Areia 2/4 (kg/m^3)	Agregado Calcário 0/12.5 (kg/m^3)	Água (kg/m^3)	Fibras (%)	Plastificante (kg/m^3)
ND0	450	185	545	882	216	0.00	0.0
ND1	450	185	545	882	216	0.50	0.0
ND2	450	185	545	882	216	0.75	0.0
ND3	450	185	545	882	216	0.75	3.0
ND4	450	185	545	882	216	1.00	3.0
ND5	450	185	545	882	216	1.25	3.0

a) Cimento Portland calcário CEM II/B-L 32.5N.

b) Areia 0/2.

c) Areia 2/4.

d) Agregado calcário 0/12.5.

e) Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN.

f) Plastificante Pozzolith 540.

g) Água.

Figura 2.11 – Amostras dos materiais utilizados no fabrico do betão.

Utilizou-se nas misturas de betão o Cimento Portland de calcário CEM II/B-L 32.5 N produzido pela Secil, que segundo a norma NP EN 197-1 [4], é um cimento Portland composto (CEM II), com uma percentagem de clinquer (B) e de calcário (L) adicionados entre 65-79% e 21-35%, respectivamente, com uma resistência mínima à compressão aos 28 dias de 32,5 MPa e com uma classe de resistência normal aos primeiros dias, tendo o mínimo de 16 MPa aos 7 dias.

Os agregados e plastificante utilizados foram fornecidos por uma central de betão. A análise granulométrica dos agregados foi realizada de acordo com as respectivas normas em vigor.

A amassadura do betão com fibras de aço pode ser realizada com várias técnicas, consoante o tipo de fibra a usar e as quantidades de betão a fabricar. No presente caso de estudo, assegurar-se uma boa dispersão das fibras, verificando que o tempo de amassadura foi, normalmente, superior ao despendido na amassadura do betão padrão. Com o aumento da percentagem de fibras adicionadas, verificou-se uma perda de trabalhabilidade e incapacidade de homogeneização do betão por parte da betoneira utilizada, por isso recorreu-se à adição do plastificante Pozzolith 540 em algumas misturas (ND3, ND4 e ND5) para minimizar estes efeitos. Como já foi visto na Tabela 2.1, os modelos ND2 e ND3 têm idênticas composições de BRFA, à excepção do plastificante adicionado no modelo ND3. O objectivo da realização do modelo ND3 foi para comparar directamente o efeito do plastificante na mistura.

O betão foi realizado numa betoneira de eixo vertical do modelo Mammut, com uma capacidade máxima de 250 litros, apresentada na Figura 2.12. Das betoneiras disponíveis no laboratório do DEC da FCT-UNL, verificou-se que esta, em relação à de eixo basculante, demostrava melhor capacidade e energia para homogeneizar as fibras no betão. A vibração do betão foi efectuada com recurso a um vibrador eléctrico portátil com agulha, representado na Figura 2.13.

a) Betoneira modelo Mammut.

b) Betoneira a produzir betão.

Figura 2.12 – Betoneira utilizada no fabrico do betão.

a) Vibrador.

b) Vibração do betão.

Figura 2.13 – Vibrador utilizado na betonagem.

A resistência à compressão foi obtida através de ensaios à compressão de provetes cúbicos com 150 mm de lado (Figura 2.14), segundo a norma NP EN 12390-3 [5]. Para cada uma das lajes foram executados seis provetes, que foram ensaiados no dia da realização do ensaio do modelo de laje respectivo. Foi utilizada uma prensa FORM-TEST do tipo BETA2-3000E com uma capacidade máxima de 3000 kN.

a) Moldes dos provetes cúbicos.

b) Ensaio à compressão de um provete cúbico.

Figura 2.14 – Moldes e ensaio de provetes cúbicos.

Na Figura 2.15 é possível observar o tipo de rotura obtido nos cubos sem fibras e com fibras. É de realçar uma rotura típica no cubo de betão sem fibras, enquanto nos cubos com fibras verifica-se grande fendilhação e sem destacamento de betão como acontece no cubo de betão sem fibras.

a) Rotura de provete cúbico sem fibras.

b) Rotura de provete cúbico com fibras.

Figura 2.15 – Rotura de provetes cúbicos.

A resistência à tracção simples foi obtida através de ensaios à compressão diametral de provetes cilíndricos com 150 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento, segundo a norma NP EN 12390-6 [6]. Em cada uma das lajes foram executados seis provetes, que foram ensaiados no dia da realização do ensaio do modelo de laje respectivo. Foi utilizada a mesma prensa do ensaio aos cubos.

Na Figura 2.16 é possível observar o tipo de rotura obtido nos cilindros sem fibras e com fibras. Verifica-se que existe completa separação entre as faces do cilindro de betão sem fibras, como era esperado, enquanto nos cilindros com fibras verifica-se que as duas metades resultantes da rotura ficam unidas pelas fibras.

a) Rotura de provete cilíndrico sem fibras. b) Rotura de provete cilíndrico com fibras.

Figura 2.16 – Rotura de provetes cilíndricos.

Na Tabela 2.2 apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios aos provetes cúbicos e cilíndricos, utilizando os respectivos provetes e ensaios descritos anteriormente. Para o cálculo da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (f_{cm}) considerou-se a Equação (2.1).

$$f_{cm} = 0.8 \cdot f_{ccm} \tag{2.1}$$

Tabela 2.2 – Caracterização do betão dos modelos de laje.

Modelo	f_{ccm} (1) (MPa)	f_{cm} (2) (MPa)	$f_{ctm,sp}$ (3) (MPa)
ND0 (-)	44.8	35.9	3.41
ND1 (0.50%)	42.2	33.8	3.43
ND2 (0.75%)	39.8	31.8	3.48
ND3 (0.75%)	57.7	46.2	4.25
ND4 (1.00%)	57.2	45.8	5.09
ND5 (1.25%)	55.6	44.5	5.44

(1) valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos (150 x 150 x 150 mm);
(2) valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros de acordo com a Equação 2.1;
(3) valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples em cilindros (ϕ150 x 300 mm).

O comportamento à tracção do BRFA pode ser expresso através da lei tensão-abertura de fenda (σ - w). Neste trabalho, a relação (σ - w) é obtida através de uma análise inversa, baseada em resultados provenientes de dois ensaios à flexão diferentes, nomeadamente, a vigas entalhadas e a painéis de laje quadrados, cumprindo esses ensaios com as normas

EN 14651 [7] e a NP EN 14488-5 [8], respectivamente. Nas Figuras 2.17 e 2.18 apresenta-se o esquema de ensaio das vigas entalhadas e dos painéis de laje quadrados, respectivamente.

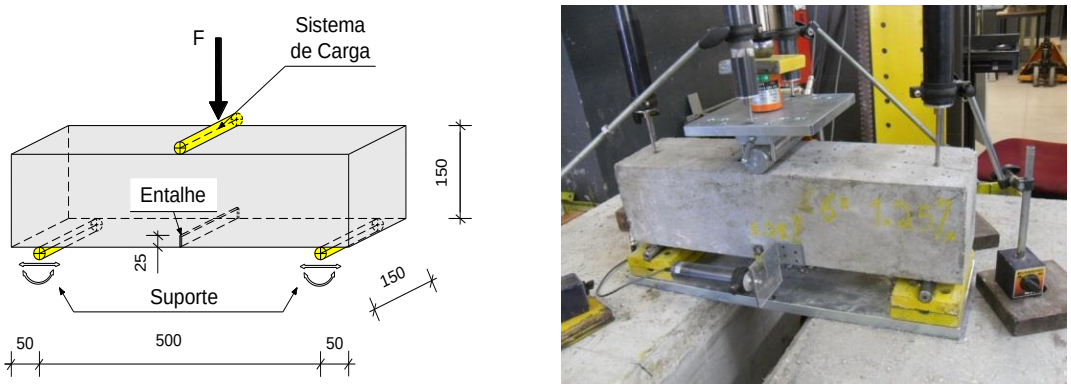


Figura 2.17 – Esquema de ensaio das vigas entalhadas (desenho sem escala e dimensões em mm).

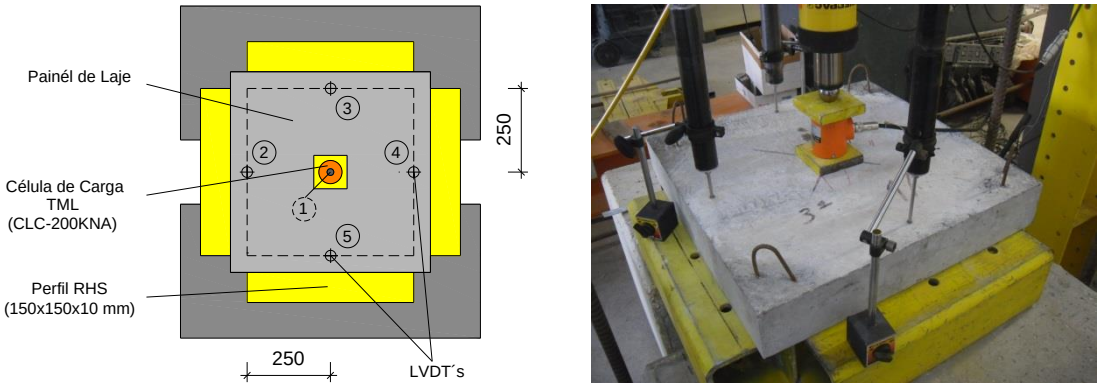


Figura 2.18 – Esquema de ensaio dos painéis de laje (desenho sem escala e dimensões em mm).

Na análise inversa, adapta-se a relação (σ – w) através de um processo iterativo, até a curva carga-deslocamento prevista pelo método utilizado se ajustar, com o menor erro possível, com a obtida experimentalmente. A análise foi conduzida adoptando a formulação proposta por Zhang e Stang [9] para os ensaios a vigas entalhadas e o método das linhas de rotura para painéis de laje quadrados, adoptando em ambas as situações por uma relação (σ - w) do tipo quadri-linear, representada pela Equação (2.2).

$$\frac{\sigma(w)}{\sigma_t} = \begin{cases} a_1 + c_1 \cdot w & se\ w < w_1 \\ a_2 + c_2 \cdot w & se\ w_1 < w < w_2 \\ a_3 + c_3 \cdot w & se\ w_2 < w < w_3 \\ a_4 + c_4 \cdot w & se\ w_3 < w < w_4 \end{cases} \tag{2.2}$$

em que σ_t é a tensão de tracção uniaxial do betão simples (MPa).

Os parâmetros a_i e c_i correspondentes às vigas entalhadas e aos painéis de laje quadrados, estão apresentados nas Tabelas 2.3 e 2.4, respectivamente.

Tabela 2.3 – Parâmetros da relação (σ-w) do tipo quadri-linear nas vigas entalhadas.

Modelo	$\boldsymbol{\sigma_t}$ (MPa)		$\boldsymbol{a_1, c_1}$	$\boldsymbol{a_2, c_2}$	$\boldsymbol{a_3, c_3}$	$\boldsymbol{a_4, c_4}$
ND1 (0.50%)	2.0	a_i	1.000	0.544	1.900	1.800
		$c_i\ (1/mm)$	-8.850	0.650	-0.480	-0.413
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-1.200	1.200-1.490	1.490-2.000
ND2 (0.75%)	2.3	a_i	1.000	0.639	1.400	1.250
		$c_i\ (1/mm)$	-8.610	0.418	-0.344	-0.244
		$w\ (mm)$	0.000-0.040	0.040-1.000	1.000-1.500	1.500-2.000
ND3 (0.75%)	2.4	a_i	1.000	0.500	1.760	0.500
		$c_i\ (1/mm)$	-7.500	1.694	-0.827	-0.127
		$w\ (mm)$	0.000-0.054	0.054-0.500	0.500-1.800	1.800-2.000
ND4 (1.00%)	2.5	a_i	1.000	0.565	1.600	1.600
		$c_i\ (1/mm)$	-8.970	0.916	-0.377	-0.377
		$w\ (mm)$	0.000-0.044	0.044-0.800	0.800-1.400	1.400-2.000
ND5 (1.25%)	2.7	a_i	1.000	0.743	2.000	1.400
		$c_i\ (1/mm)$	-8.900	1.396	-0.700	-0.300
		$w\ (mm)$	0.000-0.025	0.025-0.600	0.600-1.500	1.500-2.000

Notas: $\boldsymbol{\sigma_t}$ é a resistência à tração uniaxial do betão simples, que variou entre 60% a 80% da tensão de tração obtida pelo ensaio de spliting;
a_1, a_2, a_3 e a_4 são as intersecções de cada troço da lei (σ-w) com os eixos das abcissas;
c_1, c_2, c_3 e c_4 são as respetivas inclinações de cada troço da lei (σ-w), w é o intervalo de cada troço da lei (σ-w).

Tabela 2.4 – Parâmetros da relação (σ-w) do tipo quadri-linear nos painéis de laje quadrados.

Modelo	$\boldsymbol{\sigma_t}$ (MPa)		$\boldsymbol{a_1, c_1}$	$\boldsymbol{a_2, c_2}$	$\boldsymbol{a_3, c_3}$	$\boldsymbol{a_4, c_4}$
ND1 (0.50%)	2.0	a_i	1.000	0.581	1.000	1.000
		$c_i\ (1/mm)$	-8.380	0.349	-0.175	-0.175
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000
ND2 (0.75%)	2.0	a_i	1.000	0.493	1.100	1.000
		$c_i\ (1/mm)$	-10.000	0.563	-0.196	-0.130
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000
ND3 (0.75%)	2.0	a_i	1.000	0.514	1.100	1.150
		$c_i\ (1/mm)$	-9.100	1.025	-0.147	-0.180
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-0.500	0.500-1.500	1.500-2.000
ND4 (1.00%)	2.2	a_i	1.000	0.515	1.220	1.130
		$c_i\ (1/mm)$	-8.900	1.204	-0.206	-0.146
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-0.500	0.500-1.500	1.500-2.000
ND5 (1.25%)	2.5	a_i	1.000	0.549	1.400	1.060
		$c_i\ (1/mm)$	-8.690	0.706	-0.358	-0.131
		$w\ (mm)$	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000

Notas: $\boldsymbol{\sigma_t}$ é a resistência à tração uniaxial do betão simples, que variou entre 60% a 80% da tensão de tração obtida pelo ensaio de spliting;
a_1, a_2, a_3 e a_4 são as intersecções de cada troço da lei (σ-w) com os eixos das abcissas;
c_1, c_2, c_3 e c_4 são as respetivas inclinações de cada troço da lei (σ-w), w é o intervalo de cada troço da lei (σ-w).

O comportamento à tracção das vigas entalhadas e dos painéis de laje quadrados, resultante da análise inversa, estão presentes nas Figuras 2.19 e 2.20, respectivamente.

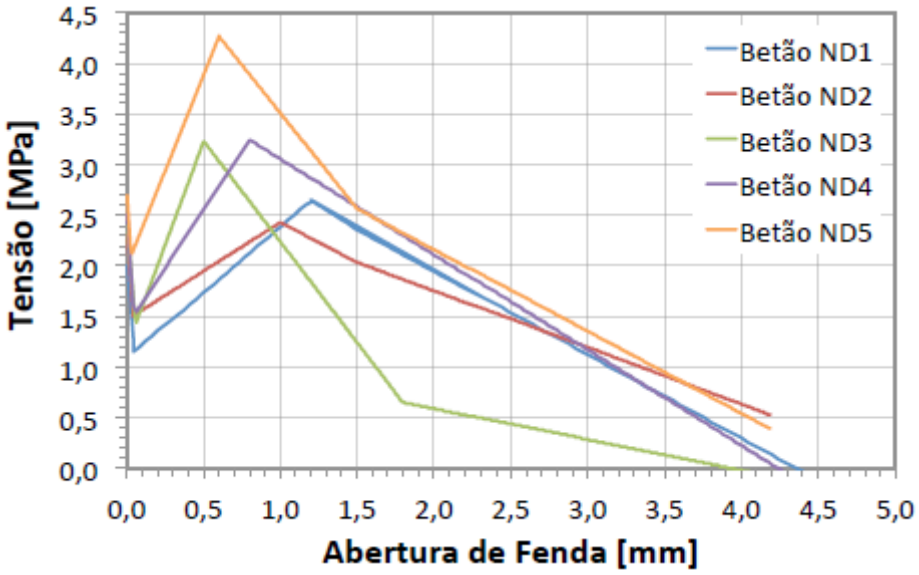


Figura 2.19 – Relação (*σ-w*) resultantes dos ensaios às vigas entalhadas.

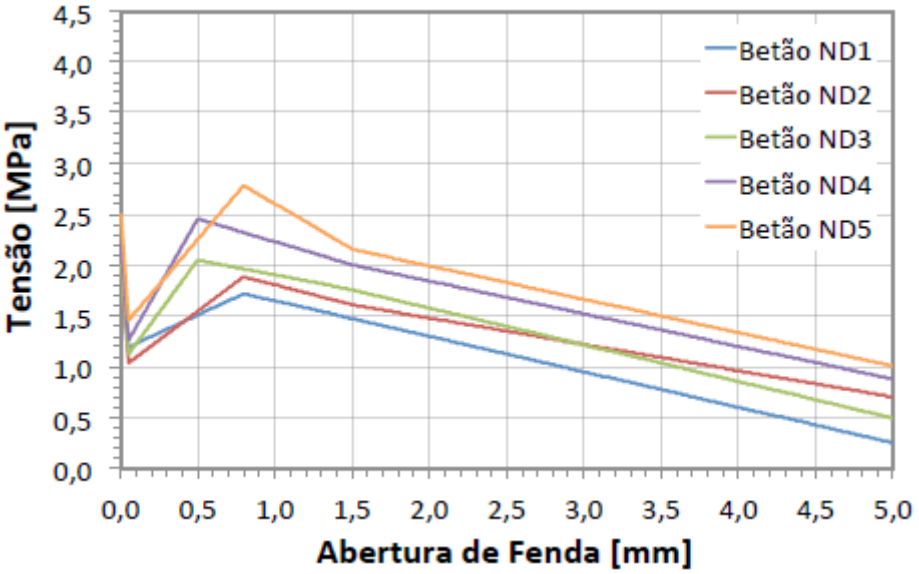


Figura 2.20 – Relação (*σ-w*) resultantes dos ensaios aos painéis de laje quadrados.

Por observação às Figuras 2.19 e 2.20 verifica-se que as relações (σ – w) obtidas através dos ensaios em vigas entalhadas são, em geral, superiores às obtidas nos painéis de laje quadrados, como esperado, uma vez que nas vigas existe uma orientação preferencial das fibras ao longo do seu eixo longitudinal. Como nos painéis de laje quadrados aparecem várias fendas, com um comprimento relativamente grande quando comparado com a das vigas, e como a distribuição das fibras é mais uniforme, ligando as fissuras transversais com diferentes orientações, o comportamento de fendilhação é representado de forma mais realista. Além disso, nos painéis de laje quadrados, a área de superfície total fissuras é muito mais elevada do que nas vigas entalhadas.

Nas Figuras 2.21 e 2.22 é possível observar o tipo de rotura obtido nas vigas entalhadas e nos painéis de laje quadrados, respectivamente. Como era esperado e já foi verificado nos cubos e nos cilindros, as fibras garantem uma ponte de ligação na fissura.

a) Rotura de uma viga entalhada sem fibras.

b) Rotura de uma viga entalhada com fibras.

c) Pormenor da fenda de rotura de uma viga entalhada com fibras.

Figura 2.21 – Rotura de vigas entalhadas.

a) Rotura de um painel de laje quadrado sem fibras.

b) Rotura de um painel de laje quadrado com fibras.

Figura 2.22 – Rotura de painéis de laje quadrados.

2.2.2 Aço da Armadura Ordinária

Para a caracterização mecânica da armadura ordinária, foram realizados ensaios de tracção a três provetes por cada diâmetro do aço utilizado como armadura longitudinal dos modelos. Na Tabela 2.5 apresentam-se os valores médios da tensão de cedência à tracção, no caso dos varões com 10 mm de diâmetro (f_y) e da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2% à tracção no caso dos varões com 6 mm de diâmetro ($f_{0.2}$). São também indicados os valores médios da tensão de rotura à tracção do aço (f_t). Os ensaios foram realizados de acordo com a norma NP EN 10002-1 [10].

Tabela 2.5 – Caracterização do aço da armadura longitudinal.

Diâmetro do Varão (mm)	Tipo	Valor médio de f_y ou $f_{0.2}$ (1) (MPa)	Valor médio de f_t (2) (MPa)
6	ER	594	724
10	NR	523	607

(1) tensão de cedência ou tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2% à tracção do aço;
(2) tensão de rotura à tracção do aço.

2.2.3 Fibras de Aço

A fibra de aço utilizada nos modelos foi a Dramix® RC 65/35 BN (Figura 2.23). Esta é uma fibra de aço com extremos dobrados para melhor ancoragem, com comprimento total igual a 35 mm, com diâmetro de 0.55 mm, com uma esbelteza 64 e com tensão de cedência de cerca de 1150 MPa.

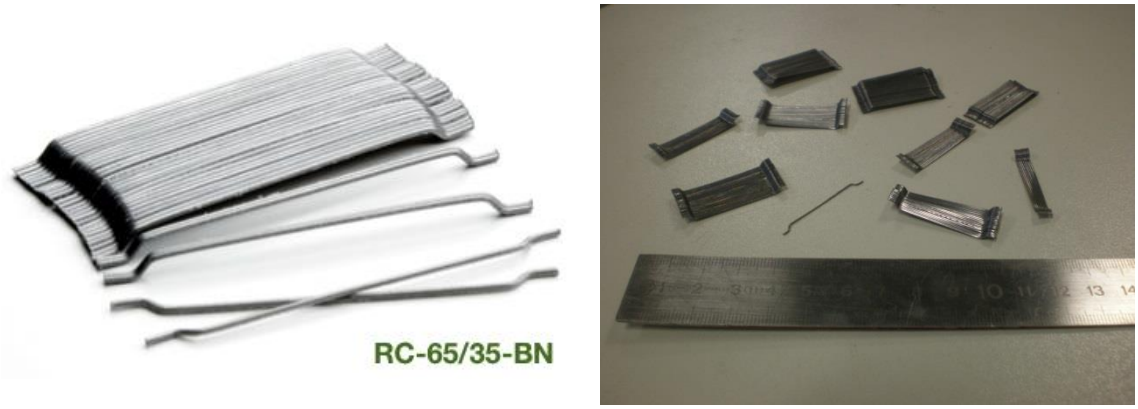


Figura 2.23 – Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN utilizadas.

De acordo com Azevedo [11], é recomendado utilizar fibras de aço que tenham um comprimento total igual ou inferior a 1/3 da menor dimensão da peça, para que não haja influência na distribuição e na direcção das fibras, como também melhore a trabalhabilidade do betão. Como os modelos de laje utilizados têm uma espessura de 125 mm, utilizou-se um tipo de fibra que cumprisse com a recomendação citada acima, adoptando assim a Dramix® RC 65/35 BN.

Na Figura 2.24 é possível observar a fibra Dramix® RC 65/35 BN na mistura de betão que utilizou-se nos modelos.

a) Aplicação das fibras na matriz de betão.

b) Aspecto do betão fresco com fibras (antes de vibrado/compactado).

Figura 2.24 – Aplicação e distribuição das fibras no betão durante a betonagem.

Durante as betonagens foi possível observar que as fibras coladas formando plaquetas desuniam-se quando eram inseridas na mistura, isto devido ao facto de a cola perder as suas propriedades no contacto com a água, garantindo assim uma melhor distribuição das fibras no betão e por sua vez melhor homogeneização do mesmo. Quando o betão foi colocado na cofragem, verificou-se em todos os modelos que não existia uma orientação preferencial das fibras e que não existiam aglomerados, mostrando grande dispersão na sua orientação e apresentando-se distribuídas uniformemente pelo betão.

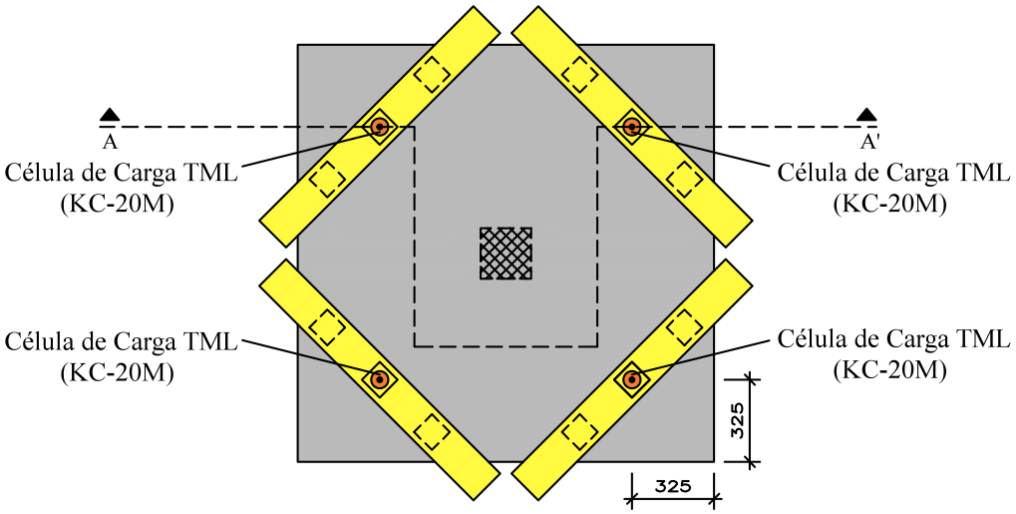
2.3 Instrumentação dos Ensaios

Para permitir uma análise mais correcta e conclusiva dos ensaios é necessária uma monitorização o mais adequada e completa possível. Nos ensaios experimentais realizados, procedeu-se à monitorização da carga aplicada, da deformação do modelo e da extensão das armaduras longitudinais.

Para quantificar a carga vertical aplicada aos modelos foram instaladas quatro células de carga, uma em cada viga de reacção. Foram utilizadas células de carga do tipo CLC-200KNA da TML (Figura 2.25), todas com 200 kN de capacidade máxima, cuja localização em planta e em corte pode ser vista na Figura 2.26.

Figura 2.25 – Células de carga TML do tipo CLC-200KNA.

a)



b)

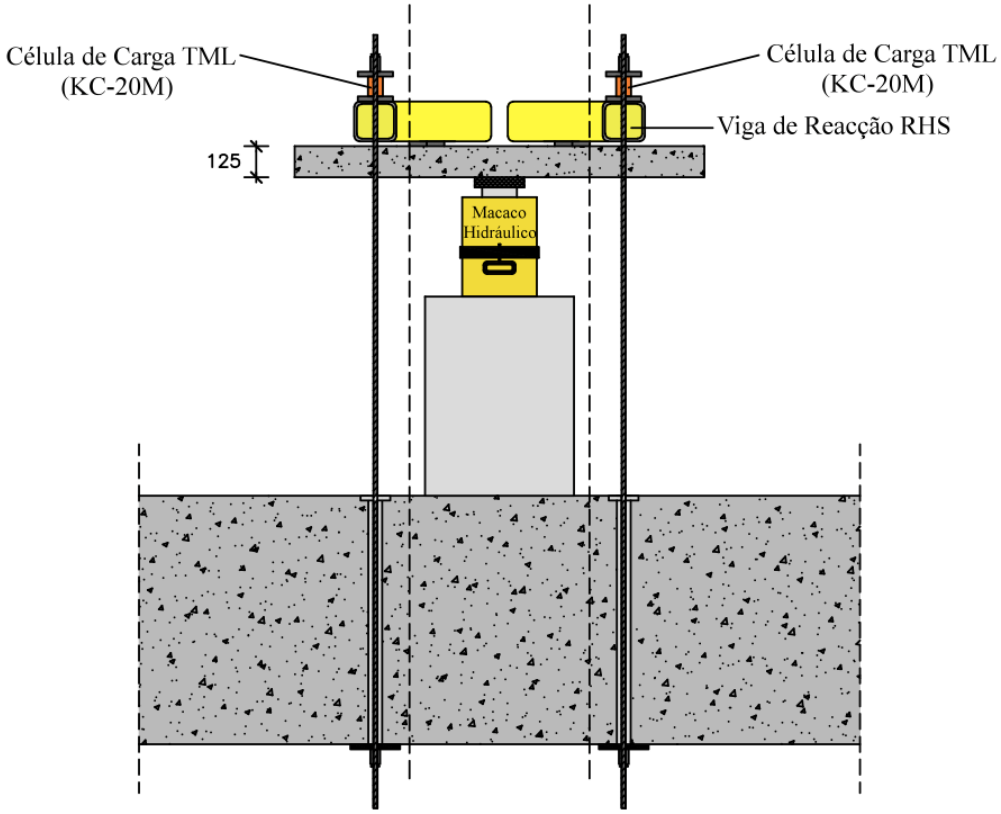
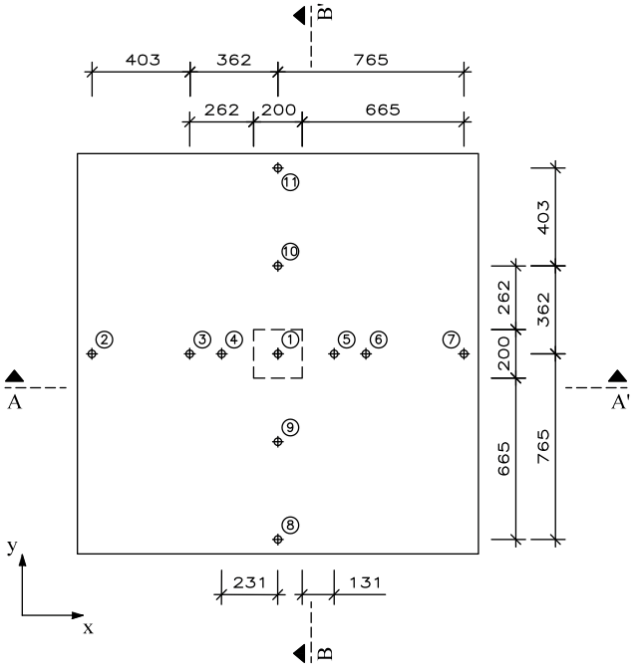


Figura 2.26 – Localização em planta e em corte das células de carga, (a) planta e (b) corte A-A´ (desenhos sem escala e dimensões em mm).

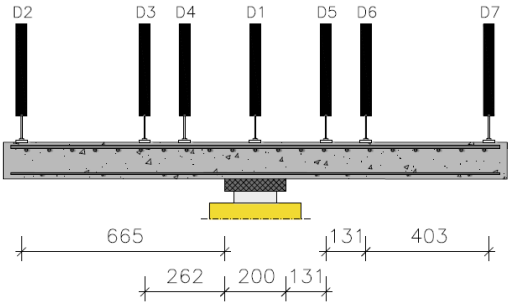
Para medir os deslocamentos verticais da laje foram instalados onze deflectómetros eléctricos do tipo CDP-100 da TML, fixados num pórtico metálico, por intermédio de bases magnéticas e perfis metálicos, como está ilustrado na Figura 2.27. A disposição em planta dos deflectómetros é a apresentada na Figura 2.28 e pode também ser visualizada nas Figuras 2.2 e 2.4. Na Figura 2.28 foram omitidos alguns elementos do sistema de ensaio para melhor visualização dos elementos. Para que a rugosidade da face da laje não influenciasse na medição dos deslocamentos, colocaram-se nos modelos uma pequena chapa quadrada de acrílico na zona de apoio do êmbolo do deflectómetro (Figura 2.27). Os deflectómetros 2 a 7 ficaram

posicionados coincidentes com a direcção de maior altura útil da armadura longitudinal superior. Os deflectómetros 8 a 11 ficaram na direcção perpendicular, coincidente com a direcção de menor altura útil da armadura longitudinal superior.

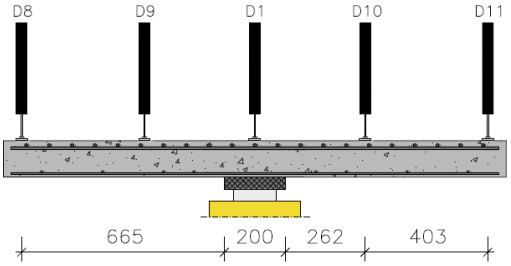
Figura 2.27 – Deflectómetros eléctricos da TML fixados em base magnética e em perfis metálicos, apoiados em bases de acrílico na laje.



a) Localização em planta dos deflectómetros.



b) Corte A-A´.



c) Corte B-B´.

Figura 2.28 – Localização dos deflectómetros (desenhos sem escala e dimensões em mm).

Os deflectómetros D3, D6, D9 e D10 foram posicionados a 2.5*d* da face do pilar, enquanto que os deflectómetros D2, D7, D8 e D11 foram colocados na linha de momentos nulos, a uma distância de 6.33*d* da face do pilar. O deflectómetro D1 foi posicionado no centro da laje. Optou-se por colocar deflectómetros adicionais na direcção da maior altura útil, nomeadamente o D4 e D5, a uma distância de 1.25*d* da face do pilar, com o objectivo de observar se existem descontinuidades na superfície de rotura, que segundo outros trabalhos experimentais [12], [13], [14], mostraram que está aproximadamente a 2*d*.

Antes da betonagem dos modelos, foram colados extensómetros eléctricos em quatro varões da armadura longitudinal superior, posicionados à meia altura do varão, orientados na direcção *x* (de maior altura útil) (Figuras 2.29 e 2.30). Em cada varão instrumentado colaram-se dois extensómetros em posições diametralmente opostas. Os pares de extensómetros foram colocados logo após a face do pilar, alternados por um varão, distanciados de 150 mm. Os extensómetros utilizados eram do tipo FLA-5-11-3L da TML com uma resistência eléctrica de 120.4 ± 0.5 Ω. A localização e designação dos extensómetros, para os modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, são apresentadas nas Figuras 2.29 e 2.30. A localização dos extensómetros no modelo ND0 é abordada mais à frente, na Secção 3.1.2.

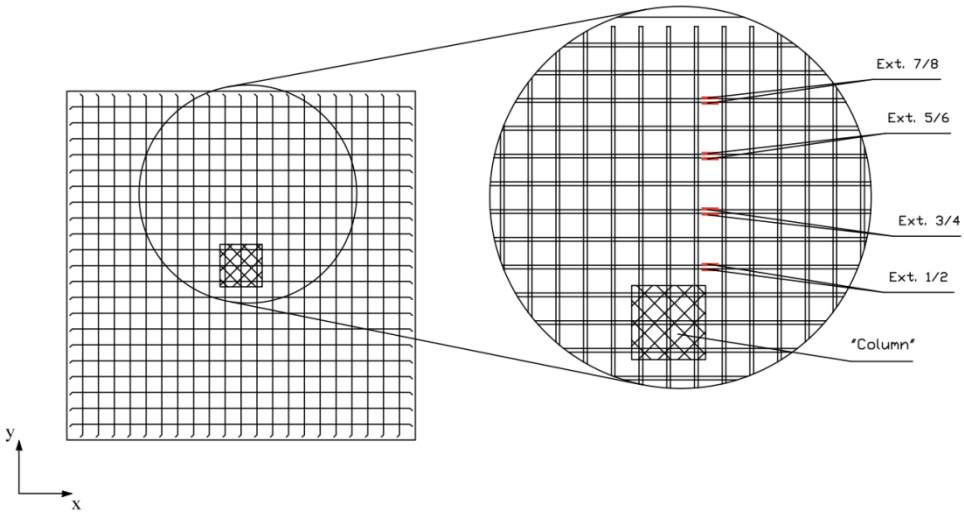
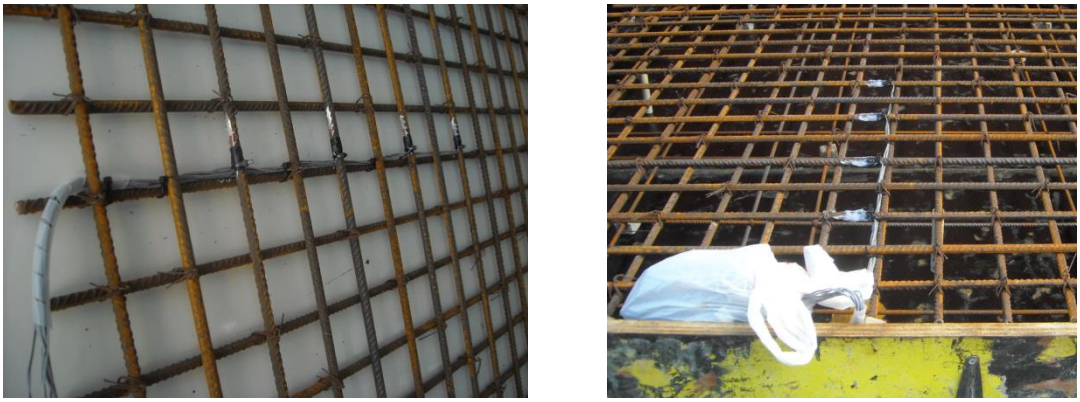


Figura 2.29 – Localização em planta dos extensómetros eléctricos na armadura longitudinal superior (desenhos sem escala e dimensões em mm).



a) Extensómetros colados na armadura longitudinal.

b) Vista geral da armadura instrumentada e do silicone de protecção dos extensómetros.

Figura 2.30 – Extensómetros eléctricos localizados na armadura longitudinal superior.

Toda a instrumentação atrás referida estava ligada a três unidades de aquisição de dados colocados em série, modelo Data Logger HBM Spider 8 (Figura 2.31).

a) Três Data Logger HBM Spider 8.

b) Ligação dos Data Logger HBM Spider 8 ao computador.

Figura 2.31 – Data Logger HBM Spider 8.

2.4 Caracterização dos Materiais

A execução do ensaio foi semelhante em todos os modelos, ensaiando sempre aos 21 dias de idade do respectivo modelo, tendo-se adoptado sempre a mesma velocidade de aplicação da carga. O carregamento monotónico foi aplicado a uma velocidade constante de 285 N/s, tendo-se procedido a leituras com um intervalo de um segundo, de todas as grandezas instrumentadas, até instantes depois de atingir-se a rotura do modelo em ensaio.

Apresenta-se na Tabela 2.6 os valores de carga de rotura experimentais (V_{exp}) obtidos nos vários modelos.

Tabela 2.6 – Valores da carga de rotura dos vários modelos.

Modelo	ND0 (-)	ND1 (0.50%)	ND2 (0.75%)	ND3 (0.75%)	ND4 (1.00%)	ND5 (1.25%)
$\boldsymbol{V_{exp}}$ [(1)] (kN)	289	296	369	451	456	475

[(1)] carga de rotura experimental.

2.4.1 Modelo ND0

O modelo ND0 corresponde ao modelo padrão e serviu de termo de comparação com as lajes com fibras. Este modelo não é reforçado com fibras de aço e permitiu avaliar o acréscimo de capacidade resistente, promovido pela incorporação de fibras de aço no betão.

Para este modelo verificou-se uma rotura por punçoamento (Figura 2.32) ocorrida para uma carga de 289 kN.

Figura 2.32 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND0 sem fibras.

2.4.2 Modelos com Incorporação de Fibras

Estes modelos, denominados ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, tiveram a mesma execução do ensaio do modelo padrão. Os modelos ND1 e ND2 tiveram uma rotura por punçoamento, com

poucos varões em cedência. Os modelos ND3, ND4 e ND5 também tiveram uma rotura punçoamento, apesar de apresentarem mais varões em cedência. Nas Figuras 2.33 a 2.37 é possível observar o tipo de rotura obtido em cada um dos modelos.

Figura 2.33 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND1 com 0.50% de fibras.

Figura 2.34 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND2 com 0.75% de fibras.

Figura 2.35 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND3 com 0.75% de fibras.

Figura 2.36 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND4 com 1.00% de fibras.

Figura 2.37 – Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND5 com 1.25% de fibras.

3. Análise dos Resultados

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados obtidos nos ensaios aos modelos de laje. Os resultados foram obtidos com base na instrumentação descrita na Secção 2, procedendo-se posteriormente à análise dos deslocamentos verticais, das extensões na armadura longitudinal superior e das cargas de rotura. É ainda analisada a excentricidade da carga, o efeito do betão com fibras na capacidade de carga e a geometria da superfície de rotura.

3.1 Apresentação dos Resultados

3.1.1 Deslocamentos Verticais

Como está apresentado na Secção 2.3, utilizaram-se onze deflectómetros eléctricos (denominados usualmente por LVDT - linear variable differential transformer) que permitiram determinar os deslocamentos relativos da laje em relação ao seu centro (deflectómetro D1). A disposição em planta dos deflectómetros é a apresentada na Figura 2.28, podendo também ser visualizada nas Figuras 2.2 e 2.4.

São apresentados gráficos com a evolução dos deslocamentos verticais em função da carga vertical e gráficos com as deformadas para vários patamares de carga, que foram elaborados para uma fácil interpretação dos resultados obtidos.

Os deslocamentos apresentados resultam das médias entre os deslocamentos medidos pelos deflectómetros D2 e D7 (indicado nos gráficos por D2 e D7), D3 e D6 (indicado nos gráficos por D3 e D6), D4 e D5 (indicado nos gráficos por D4 e D5), D8 e D11 (indicado nos gráficos por D8 e D11) e ainda D9 e D10 (indicado nos gráficos por D9 e D10), relativamente a D1. Note-se que as cargas apresentadas incluem o peso próprio da laje e de todos os elementos colocados sobre esta.

É possível verificar nos gráficos de evolução do deslocamento, onde está comparada a carga aplicada na laje com os deslocamentos verticais, a existência de três fases distintas: a primeira correspondente a um comportamento aproximadamente elástico, em que o betão e as armaduras se comportam elasticamente e não se verifica fendilhação do betão; a segunda inicia-se quando surgem as primeiras fendas por flexão (tangenciais ao “pilar”, contornando-o na face superior da laje), evidenciadas nos gráficos por uma diminuição progressiva de rigidez; e uma terceira fase em que se regista uma rigidez aproximadamente constante até à rotura, fase em que não surgem novas fendas mas há um aumento da abertura das fendas existentes. A rotura por punçoamento da laje ocorre quando é atingida a carga máxima, que é obtida quando uma fenda inclinada com origem na face superior da laje atinge a face inferior da mesma. Verificam-se, em todas as lajes, maiores deformações na direcção das armaduras com menor altura útil, ou seja, na direcção dos deflectómetros D8 e D11, tal como seria de esperar.

3.1.1.1 Modelo ND0

A Figura 3.1 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND0. Verifica-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga

aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN, registando-se a partir desse ponto um acréscimo de deslocamentos mais acentuado. O deslocamento máximo medido ocorre à distância de 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil e o seu valor médio é de cerca de 7.1 mm. Nas Figura 3.2 e 3.3 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos neste modelo.

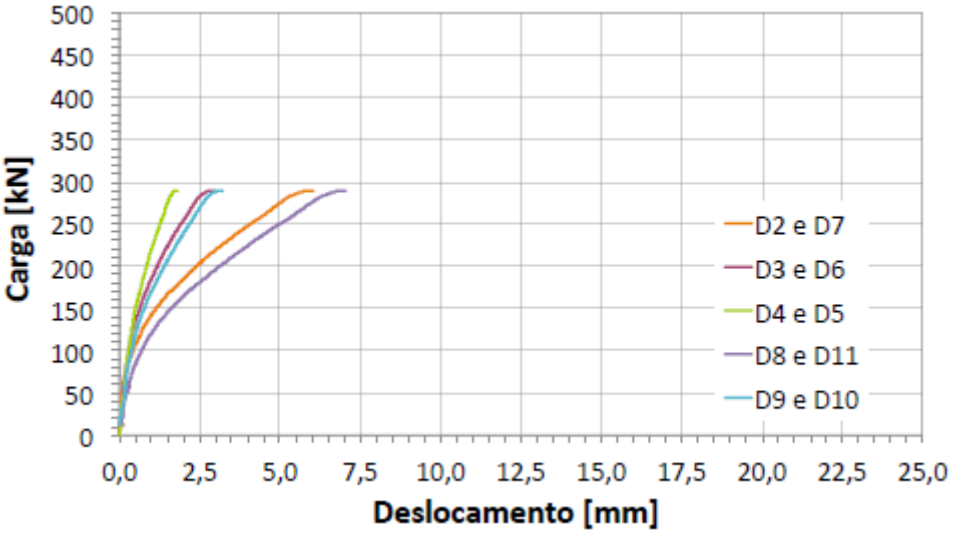


Figura 3.1 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND0 sem fibras.

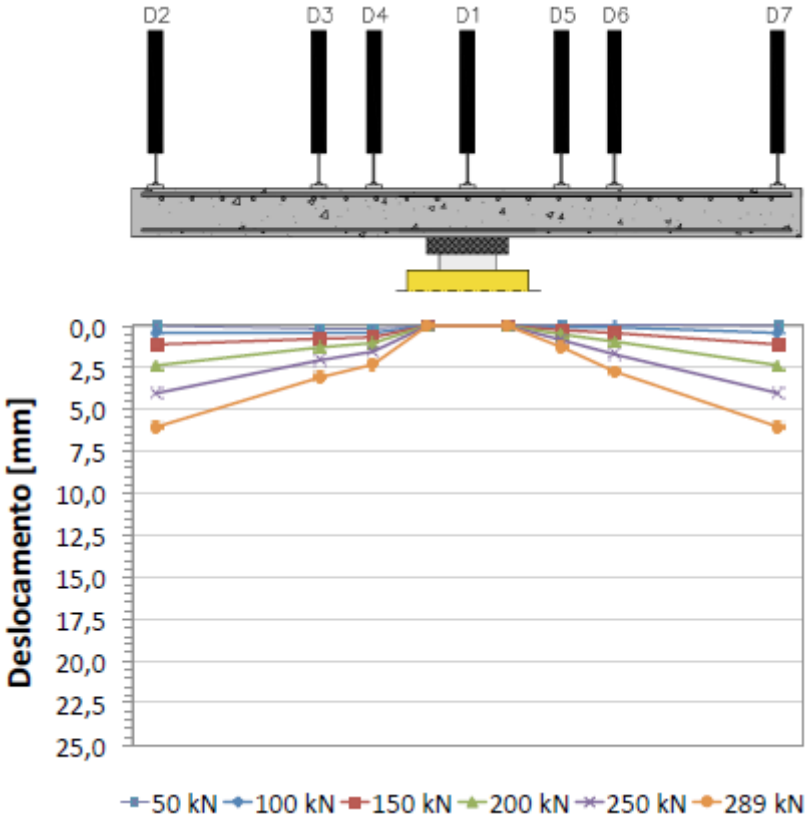


Figura 3.2 – Deformadas no modelo ND0 sem fibras para o alinhamento D2 e D7.

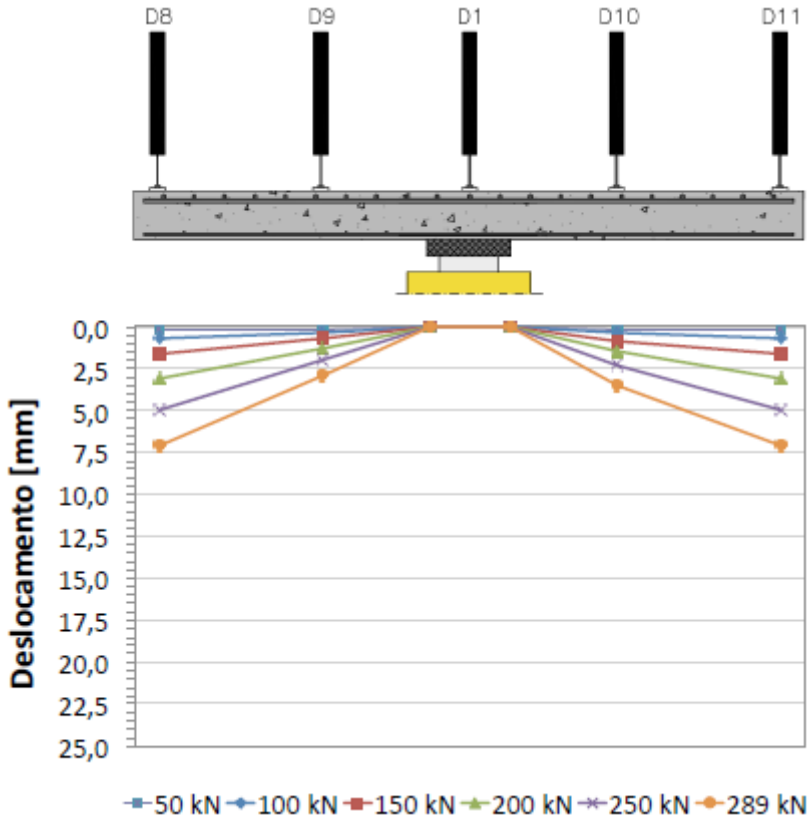


Figura 3.3 – Deformadas no modelo ND0 sem fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.2 Modelo ND1

A Figura 3.4 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND1. Neste modelo verifica-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 140 kN, acontecendo mais cedo do que o modelo ND0. Este modelo com 0.50% de fibras apresenta um deslocamento máximo de 6.8 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Neste modelo ND1 registou-se um deslocamento máximo de aproximadamente 7.7 mm, medido a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 3.5 e 3.6 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND1.

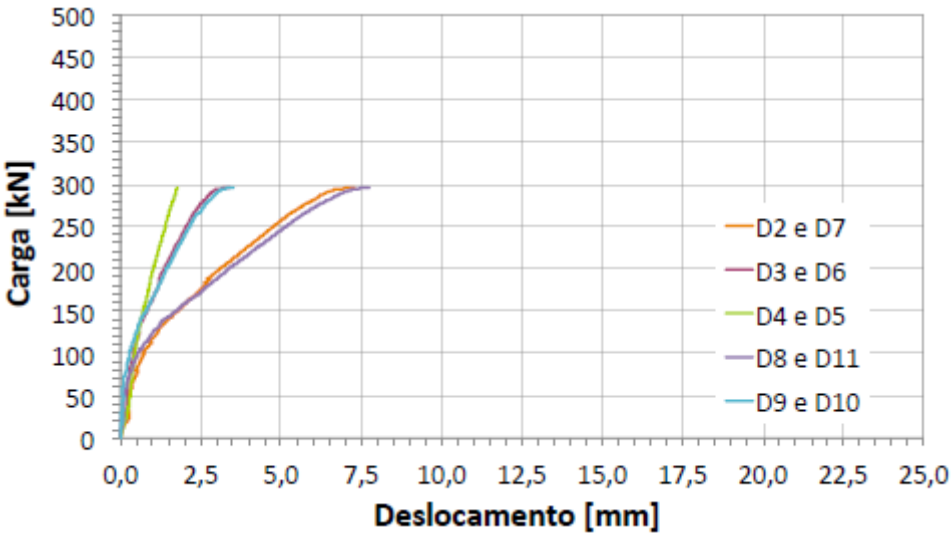


Figura 3.4 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND1 com 0.50% de fibras.

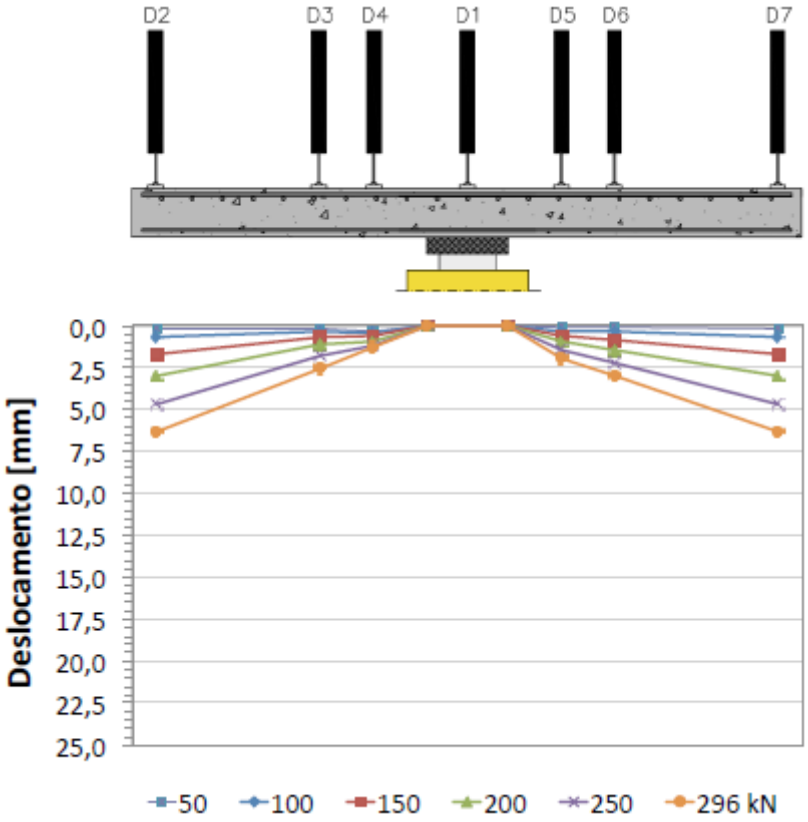


Figura 3.5 – Deformadas no modelo ND1 com 0.50% de fibras para o alinhamento D2 e D7.

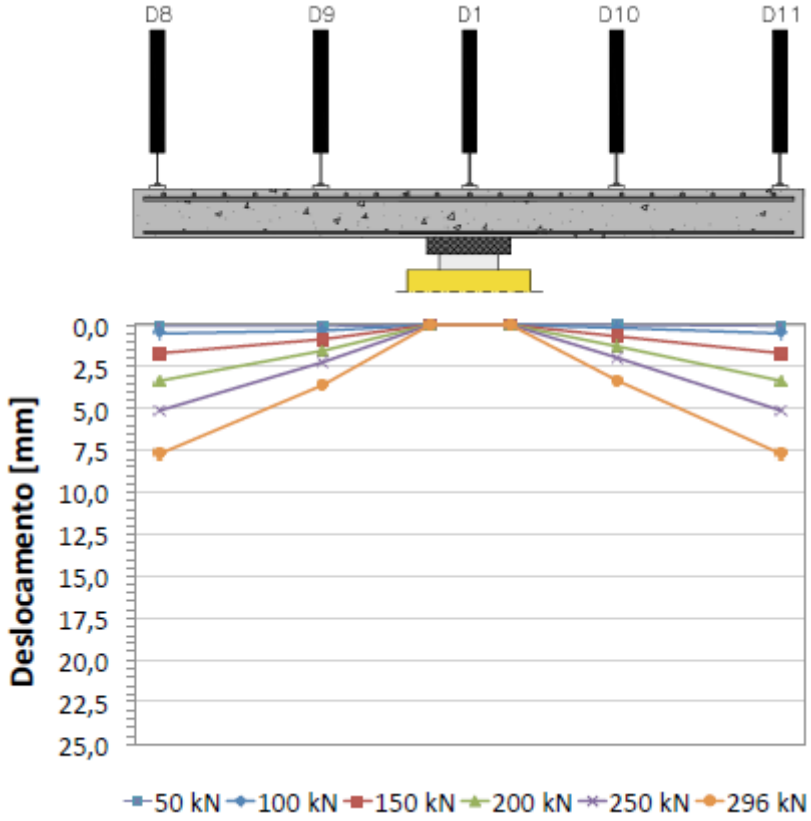


Figura 3.6 – Deformadas no modelo ND1 com 0.50% de fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.3 Modelo ND2

A Figura 3.7 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND2 até à sua rotura. Ao atingir-se uma carga vertical aplicada próxima de 70 kN, a laje começa a perder rigidez, atingindo-se o final da primeira fase (fase linear). A terceira fase inicia-se com uma carga aplicada de cerca de 140 kN. Este modelo com 0.75% de fibras apresenta um deslocamento máximo de 6.6 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. O máximo deslocamento medido antes da rotura da laje foi de 10.7 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 3.8 e 3.9 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND2.

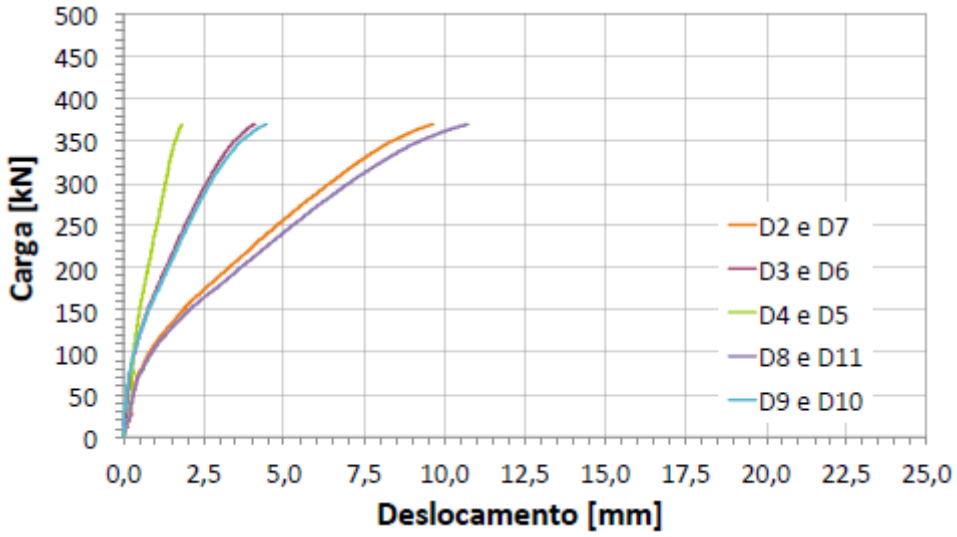


Figura 3.7 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND2 com 0.75% de fibras.

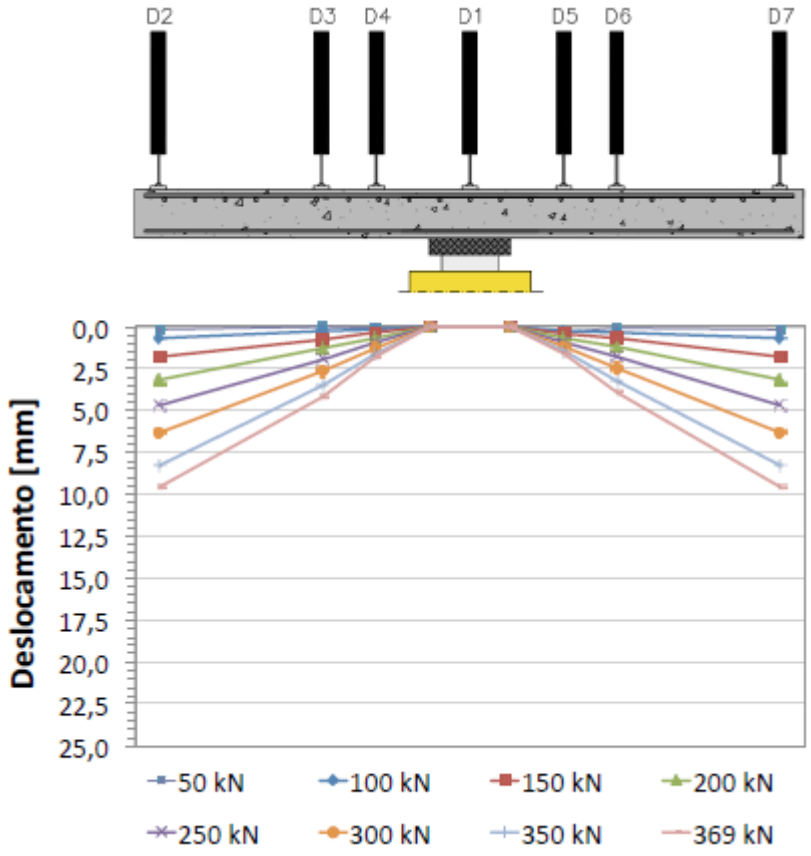


Figura 3.8 – Deformadas no modelo ND2 com 0.75% de fibras para o alinhamento D2 e D7.

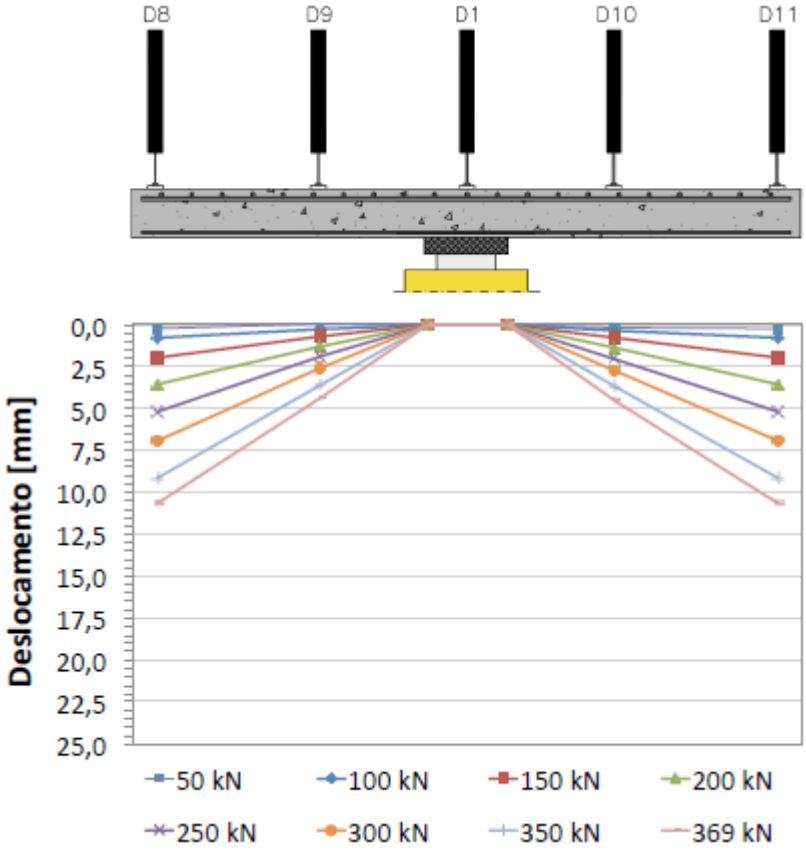


Figura 3.9 – Deformadas no modelo ND2 com 0.75% de fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.4 Modelo ND3

A evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND3 é apresentada na Figura 3.10. Este modelo com 0.75% de fibras e com plastificante apresenta um deslocamento máximo de 5.4 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Constata-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN. Verifica-se que o aspecto final da terceira fase é mais prolongada do que nos outros modelos, evidenciando uma constante diminuição da inclinação da curva que representa a evolução dos deslocamentos, mostrando uma grande diminuição da rigidez do modelo até à rotura. O deslocamento máximo registado antes da rotura da laje foi de aproximadamente 23.2 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil e ocorreu para uma carga aplicada próxima de 451 kN. Nas Figuras 3.11 e 3.12 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND3.

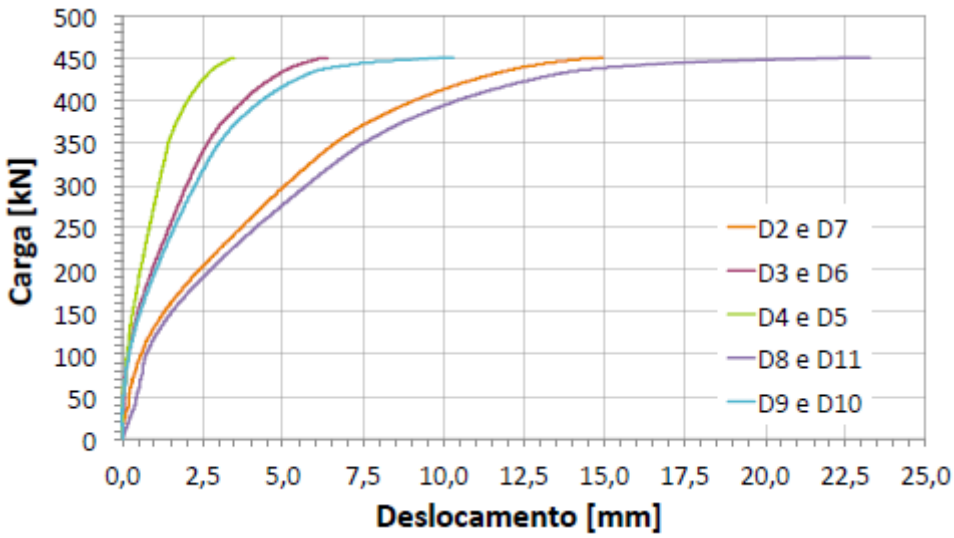


Figura 3.10 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND3 com 0.75% de fibras.

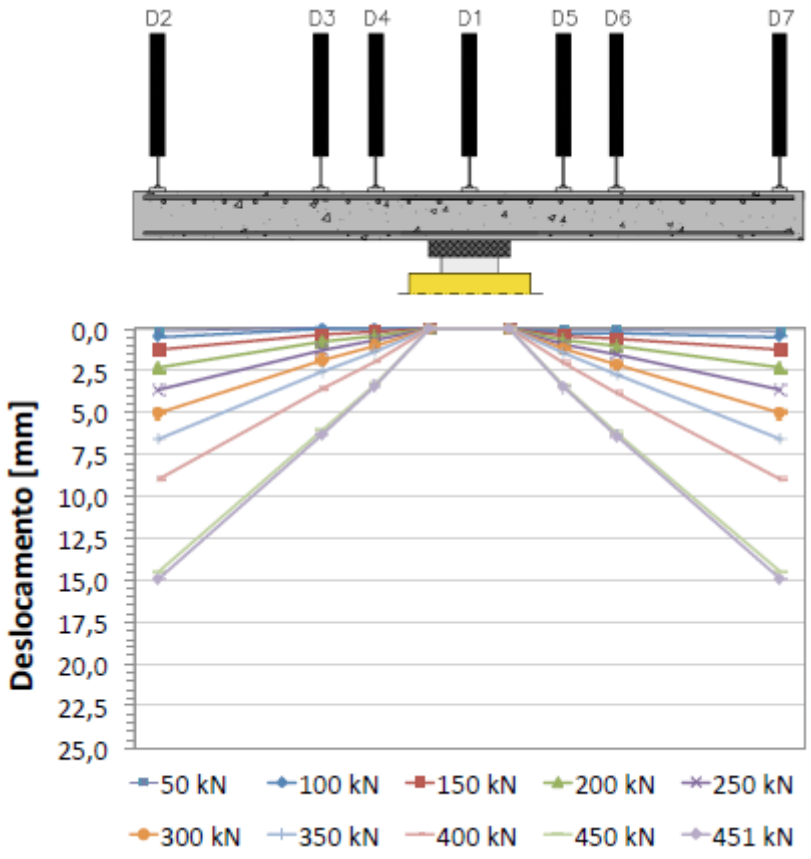


Figura 3.11 – Deformadas no modelo ND3 com 0.75% de fibras para o alinhamento D2 e D7.

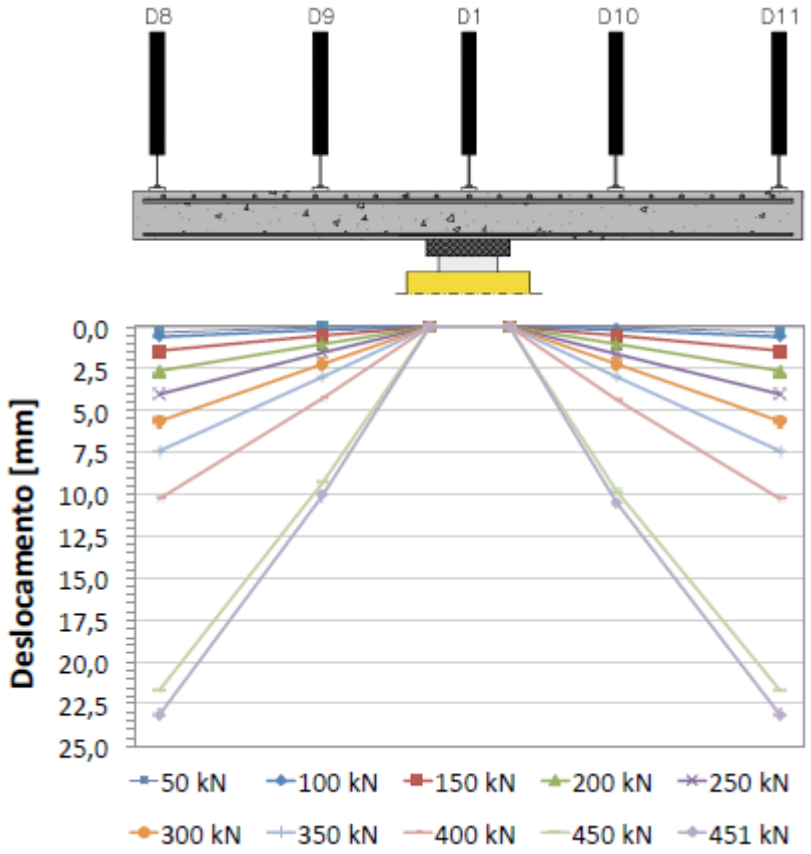


Figura 3.12 – Deformadas no modelo ND3 com 0.75% de fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.5 Modelo ND4

A Figura 3.13 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND4. Verifica-se que para o mesmo patamar de carga de 289 kN, o deslocamento máximo passa de 7.1 mm no modelo ND0 para 5.0 mm no modelo ND4. Neste modelo constata-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN. Como já foi visto no modelo ND3, os modelos com plastificante apresentam muito baixa rigidez para cargas próximas da rotura, mostrando ter bastante ductilidade. Neste modelo ND4 registou-se um deslocamento máximo de aproximadamente 19.7 mm, medido a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 3.14 e 3.15 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND4.

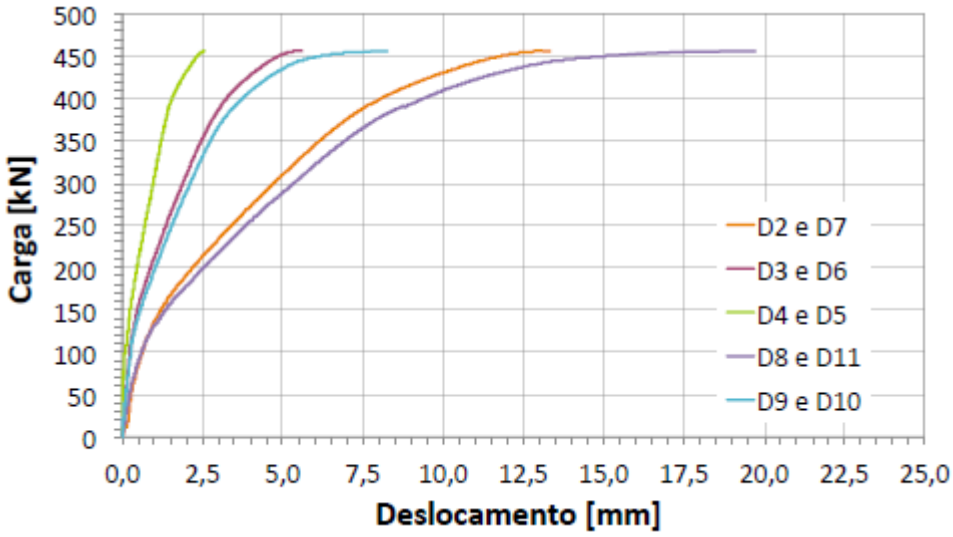


Figura 3.13 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND4 com 1.00% de fibras.

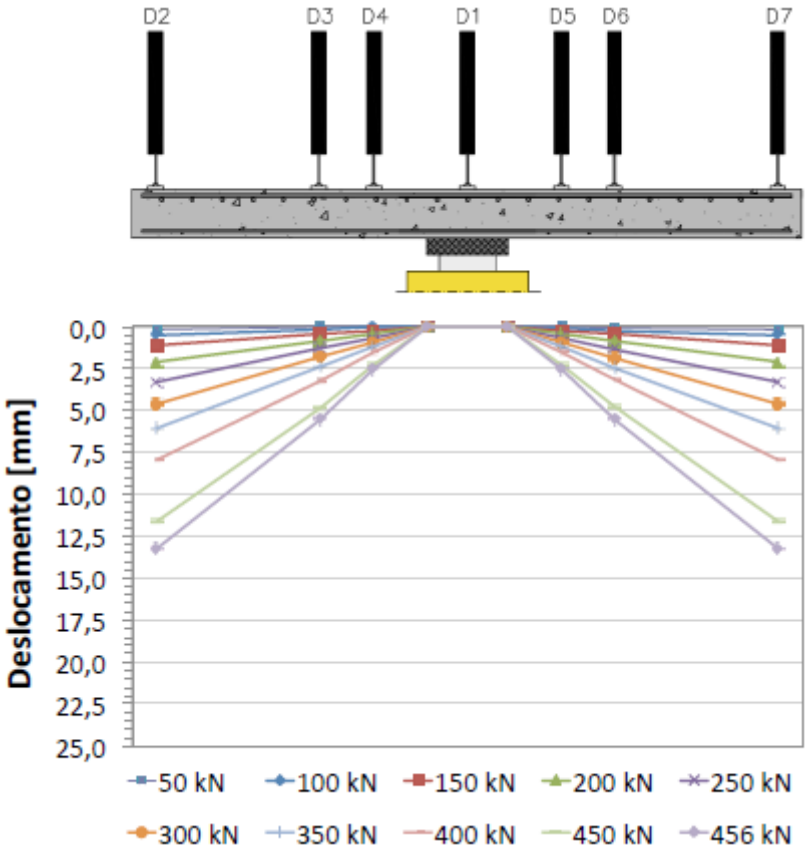


Figura 3.14 – Deformadas no modelo ND4 com 1.00% de fibras para o alinhamento D2 e D7.

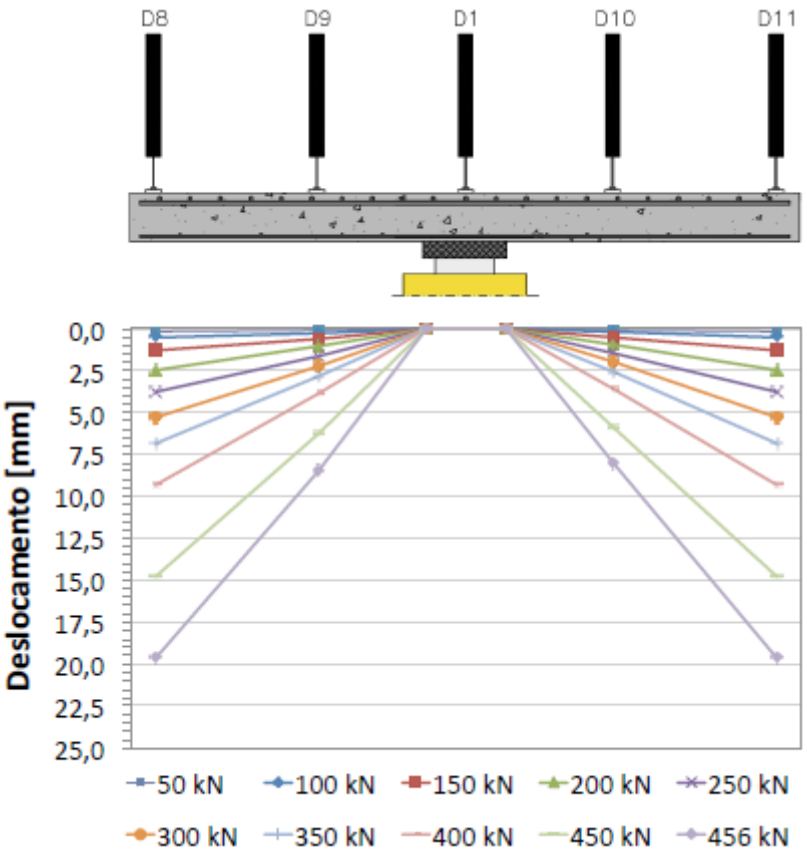


Figura 3.15 – Deformadas no modelo ND4 com 1.00% de fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.6 Modelo ND5

A Figura 3.16 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND5. Este modelo com 1.25% de fibras e com plastificante apresenta um deslocamento máximo de 4.6 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Neste modelo, à semelhança de todos os outros modelos, constata-se que a primeira fase da resposta da laje é praticamente linear, terminando com uma carga aplicada de cerca de 70 kN. A terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN, à semelhança dos modelos ND0, ND3 e ND4. O deslocamento máximo registado antes da rotura da laje foi de aproximadamente 19.5 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figura 3.17 e 3.18 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND5.

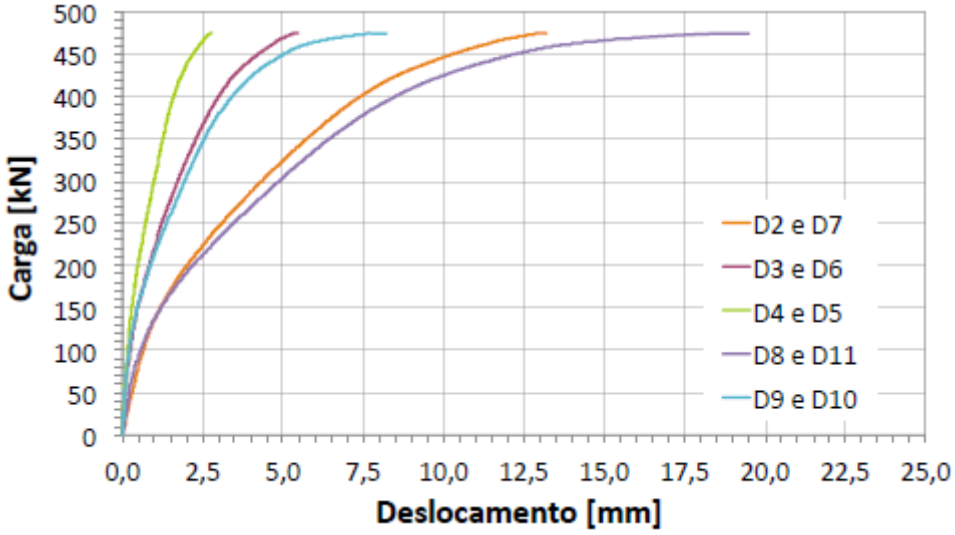


Figura 3.16 – Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND5 com 1.25% de fibras.

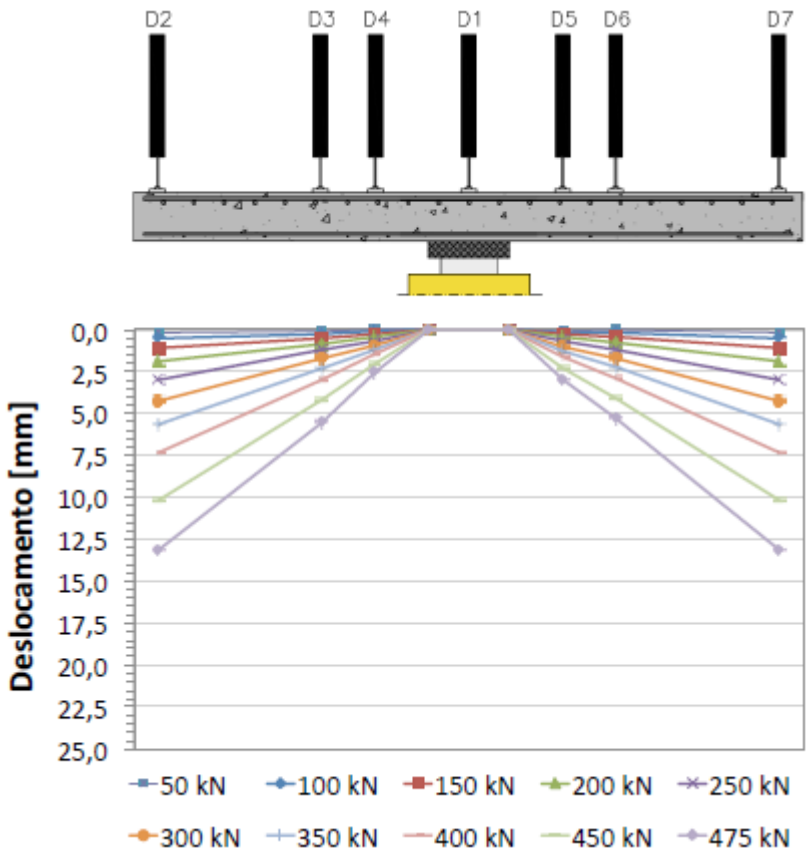


Figura 3.17 – Deformadas no modelo ND5 com 1.25% de fibras para o alinhamento D2 e D7.

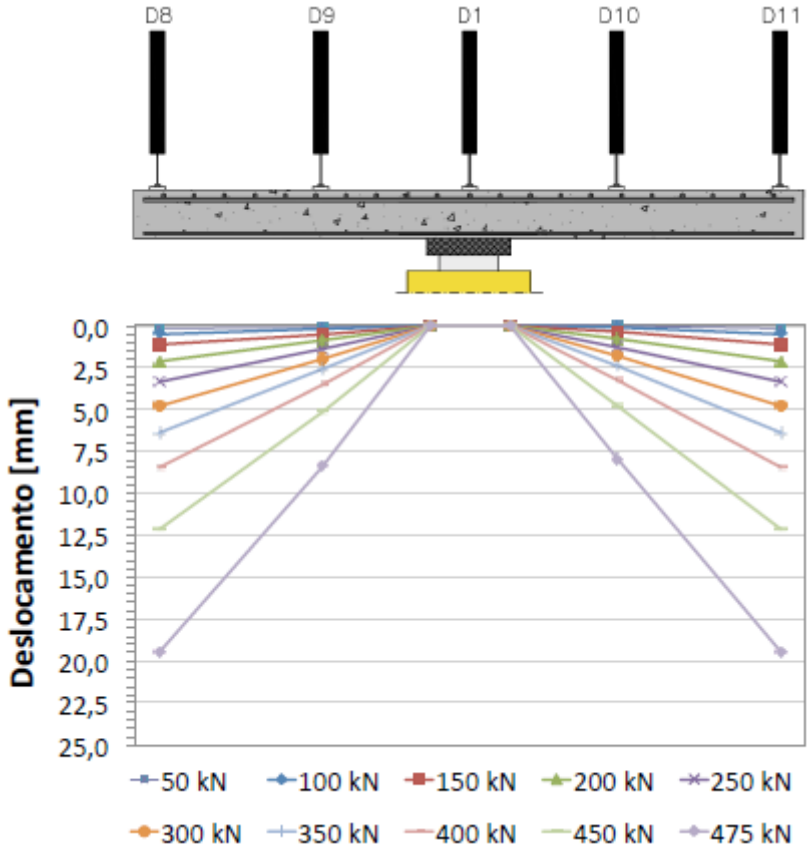


Figura 3.18 – Deformadas no modelo ND5 com 1.25% de fibras para o alinhamento D8 e D11.

3.1.1.7 Considerações Finais

Na Figura 3.19 é apresentada a evolução dos deslocamentos verticais relativos[2] em função da carga vertical (*V*), para todos os modelos.

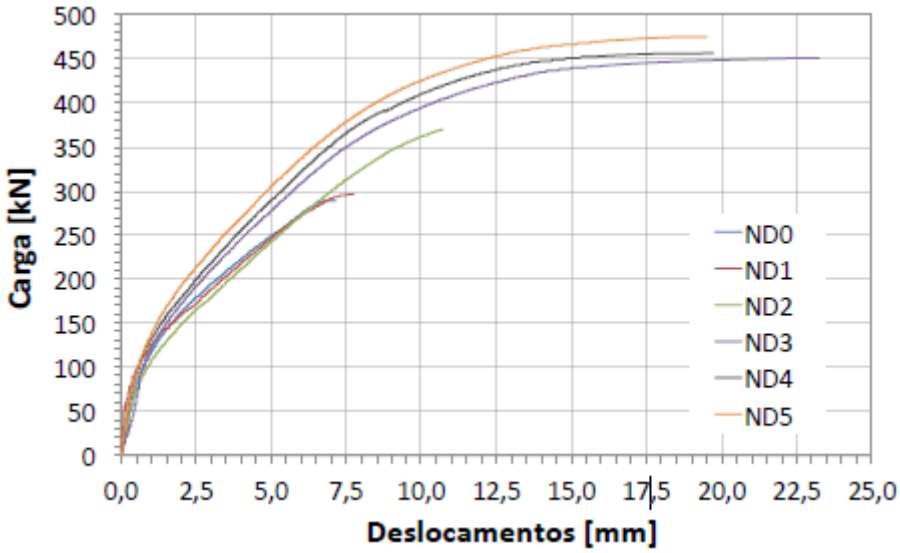


Figura 3.19 – Evolução dos deslocamentos verticais relativos[2] (D8-D11) com a carga vertical em todos modelos.

[2] Deslocamentos medidos na linha de momentos nulos relativamente à face do "pilar", na direcção de menor altura útil (D8-D11).

Por observação à Figura 3.19 verifica-se que, em todos os modelos ensaiados, a primeira fase é praticamente linear, terminando sempre para uma carga aplicada de cerca de 70 kN. Constata-se que os modelos ND3, ND4 e ND5 apresentam maior rigidez quando comparados com os restantes modelos, apresentado também mais ductilidade para cargas próximas da rotura.

Comparando os dois modelos com 0.75% de fibras adicionadas ao betão, ou seja, modelos ND2 e ND3, sem e com plastificante, respectivamente, verifica-se que a adição do plastificante fez com que o modelo ND3 apresenta-se um comportamento mais rígido, mais dúctil para cargas próximas da rotura e uma maior capacidade de carga.

Por observação às Figuras 3.8, 3.14 e 3.17, respectivas às deformadas nos modelos ND2, ND4 e ND5 para o alinhamento D2 e D7, verifica-se que para cargas próximas da rotura existe uma ligeira descontinuidade na inclinação da superfície de rotura, na zona entre a face do "pilar" e 2.5*d*, podendo evidenciar o início da formação do cone de punçoamento entre esse intervalo. Nos perfis transversais dos modelos ND0, ND1 e ND3 para o alinhamento D2 e D7, não se verifica o mesmo acontecimento

Como observação final à análise da evolução dos deslocamentos medidos durante os ensaios, realça-se o facto de todos os modelos com fibras apresentarem um aumento na ductilidade, uma vez que estes permitiram alcançar maiores deformações na rotura do que o modelo padrão ND0, sendo um aumento significativo nos modelos ND3, ND4 e ND5.

3.1.2 Extensões na Armadura Longitudinal Superior

Nesta secção é apresentada e analisada a evolução das extensões na armadura longitudinal superior dos modelos ensaiados. Os extensómetros foram colocados nos varões da armadura longitudinal superior com maior altura útil em cada modelo[3] e permitiram a recolha de dados acerca da evolução das extensões nos quatro varões instrumentados. Em cada varão instrumentado foram colocados dois extensómetros em posição diametralmente oposta. O afastamento entre varões instrumentados foi de cerca de 225 mm no modelo ND0 (Figura 3.20) e de cerca de 150 mm nos restantes modelos (Figura 3.21).

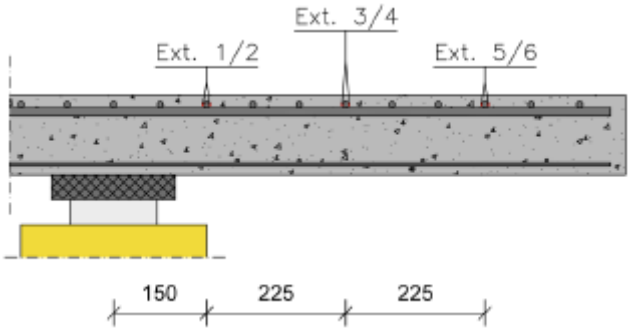


Figura 3.20 – Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior no modelo ND0 (desenho sem escala e dimensões em mm).

[3] seis extensómetros no modelo ND0 e oito extensómetros nos modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5.

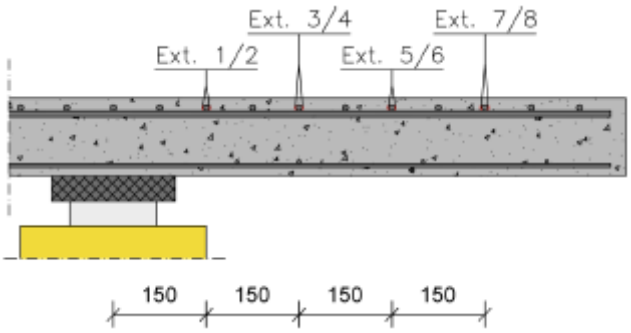


Figura 3.21 – Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior nos modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5 (desenho sem escala e dimensões em mm).

Na análise que se segue, os valores das extensões correspondem à média das extensões lidas no par de extensómetros de cada varão. Para todos os modelos foram elaborados gráficos com a evolução das extensões em função da carga vertical e com a distribuição transversal de extensões para vários patamares de carga.

Admitiu-se uma extensão de cedência para o aço utilizado nestes modelos de 2.6 ‰ (tendo em conta a tensão de cedência do aço laminado a quente, indicada na Tabela 2.5 e considerando um módulo de elasticidade do aço de 200 GPa).

3.1.2.1 Modelo ND0

Neste modelo ND0, a disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior foi diferente da apresentada na Secção 2.3. A diferença para os outros modelos reside essencialmente na distância ao centro da laje dos pares de extensómetros (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), afastados de 375 mm e de 600 mm, respectivamente, enquanto nos restantes modelos estão afastados de 300 mm e de 450 mm, respectivamente.

Apresentam-se na Figura 3.22 os resultados da evolução da extensão da armadura longitudinal no modelo ND0.

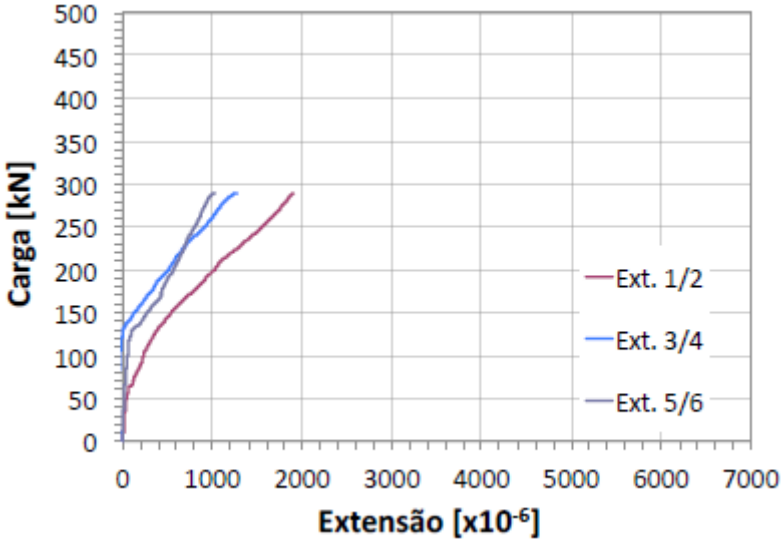


Figura 3.22 – Evolução das extensões no modelo ND0 sem fibras.

Observa-se que a extensão aumenta com o incremento da carga vertical aplicada, constatando-se que nenhum dos varões entrou em cedência. Verifica-se um comportamento típico de uma laje sujeita a uma carga concentrada, ou seja inicialmente o comportamento é aproximadamente linear, até que se começa a verificar o início da fendilhação, denotado por uma menor inclinação do gráfico das extensões (diminuição da rigidez do modelo) em função da carga (Figura 3.22).

A distribuição transversal de extensões (Figura 3.23) mostra que os valores máximos das extensões ocorrem junto ao "pilar", onde os momentos flectores são maiores, como é expectável.

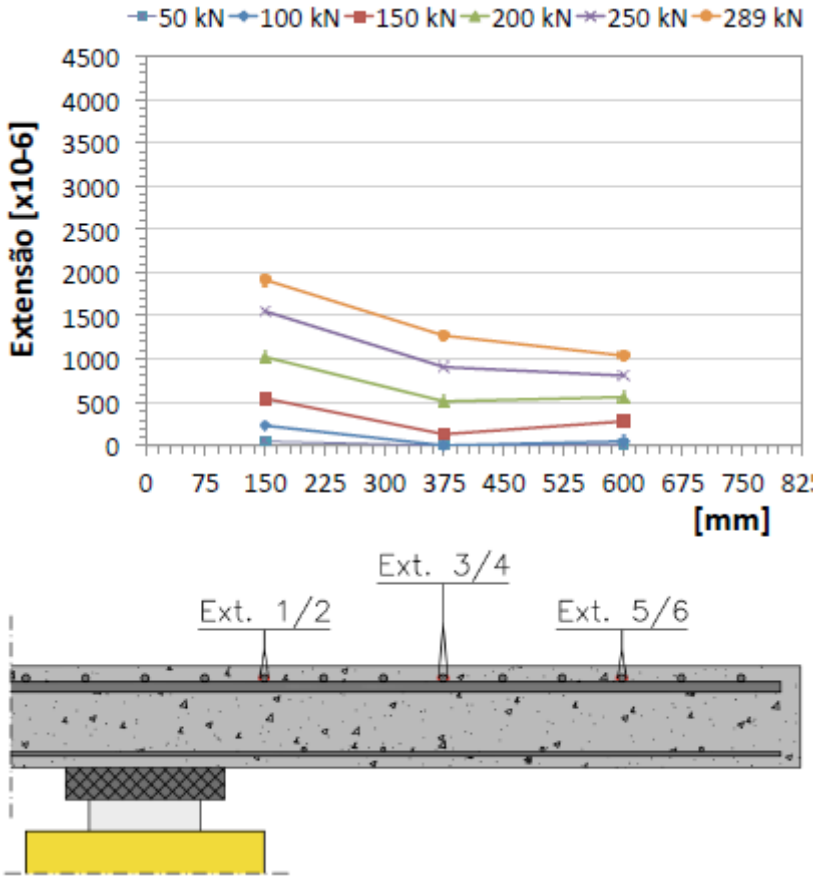


Figura 3.23 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND0 sem fibras.

3.1.2.2 Modelo ND1

Apresentam-se nas Figuras 3.24 e 3.25 os resultados da evolução e da distribuição transversal das extensões da armadura longitudinal, respectivamente, no modelo ND1.

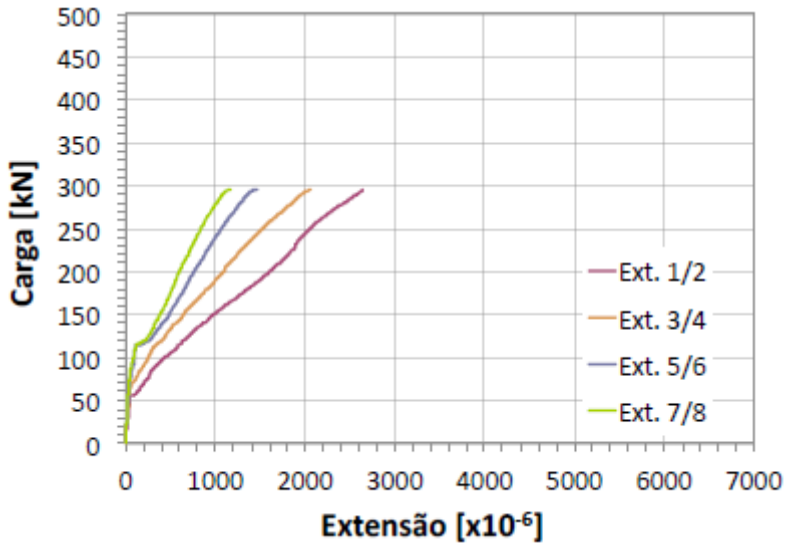


Figura 3.24 – Evolução das extensões no modelo ND1 com 0.50% de fibras.

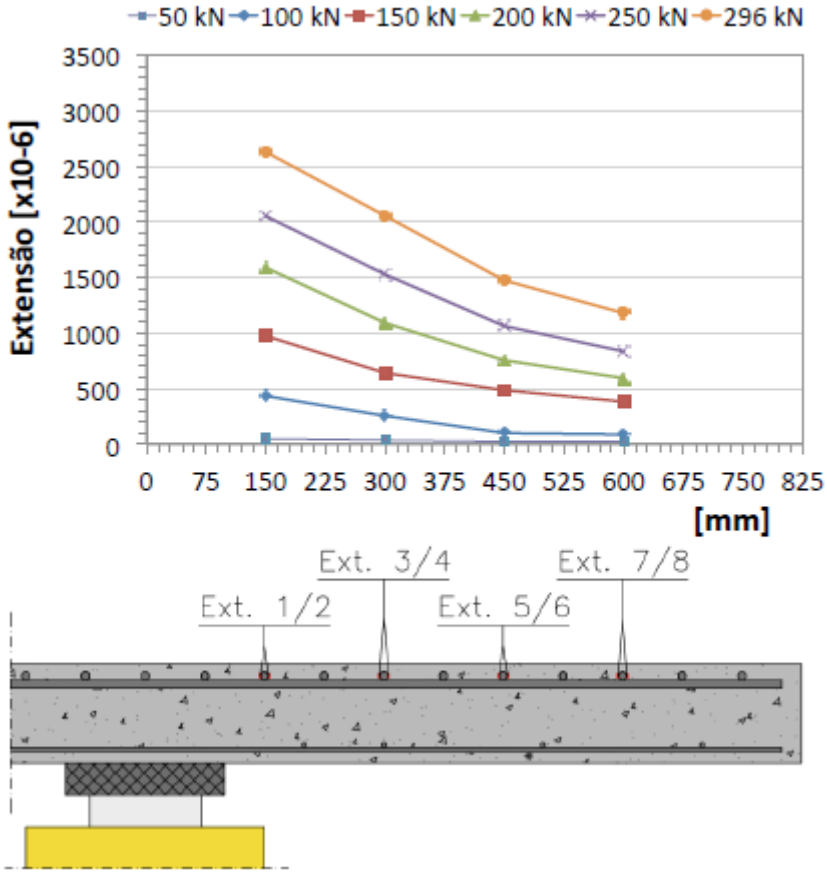


Figura 3.25 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND1 com 0.50% de fibras.

Pela análise da evolução da extensão da armadura longitudinal na Figura 3.24, respectiva ao modelo ND1, verifica-se que o par (Ext. 1/2) é o primeiro a acusar o início da fendilhação na laje, constatando novamente um comportamento aproximadamente linear, até que se começa a verificar o início da fendilhação, demonstrada por uma diminuição da rigidez do modelo em função da carga. Verifica-se que só um dos varões instrumentados, o mais próximo do "pilar", atingiu a extensão de cedência para um patamar de carga de cerca de 292 kN.

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 3.25), verifica-se um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do "pilar", uma vez que os momentos aumentam com a proximidade do "pilar", solicitando mais os varões mais próximos deste.

3.1.2.3 Modelo ND2

Na Figura 3.26 encontra-se a evolução das extensões na armadura longitudinal com o incremento da carga vertical para o modelo ND2.

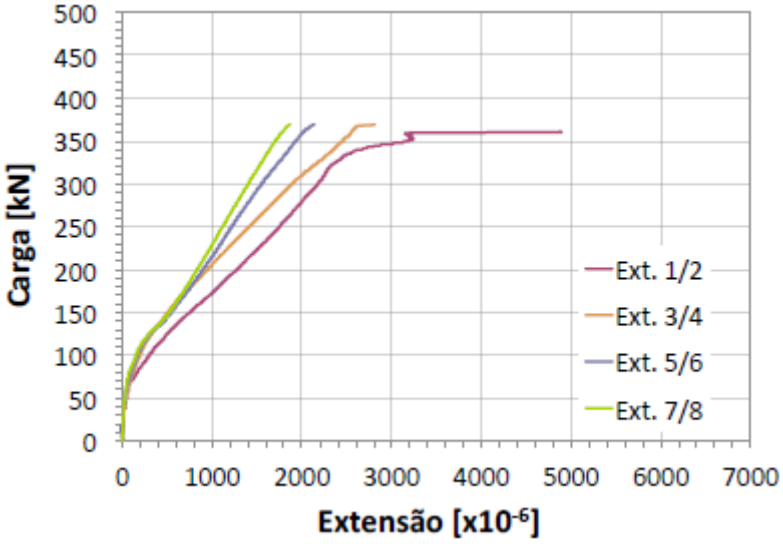


Figura 3.26 – Evolução das extensões no modelo ND2 com 0.75% de fibras.

Verifica-se que dois dos varões instrumentados, os mais próximos do "pilar", atingiram a extensão de cedência, acontecendo para um patamar de carga de cerca de 339 kN para o varão com o par (Ext. 1/2) e cerca de 366 kN para o varão com o par (Ext. 3/4). No varão do par (Ext. 1/2) verifica-se, antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, que foi originado pela fendilhação da laje, acabando mesmo por deixar de ter leituras antes da rotura (Figura 3.26).

A distribuição transversal de extensões na armadura longitudinal do modelo ND2 é apresentada na Figura 3.27. Verifica-se, como era esperado, que os valores máximos de extensão ocorrem no varão mais próximo do "pilar".

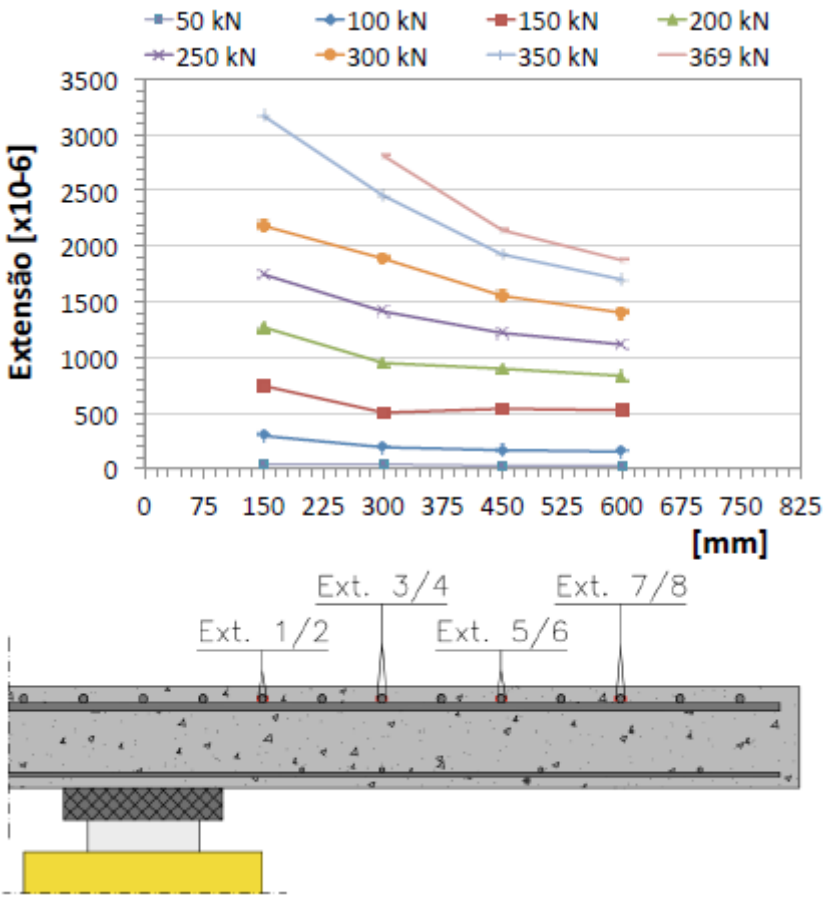


Figura 3.27 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND2 com 0.75% de fibras.

3.1.2.4 Modelo ND3

Apresentam-se nas Figuras 3.28 e 3.29 os resultados da evolução e da distribuição transversal das extensões da armadura longitudinal, respectivamente, no modelo ND3.

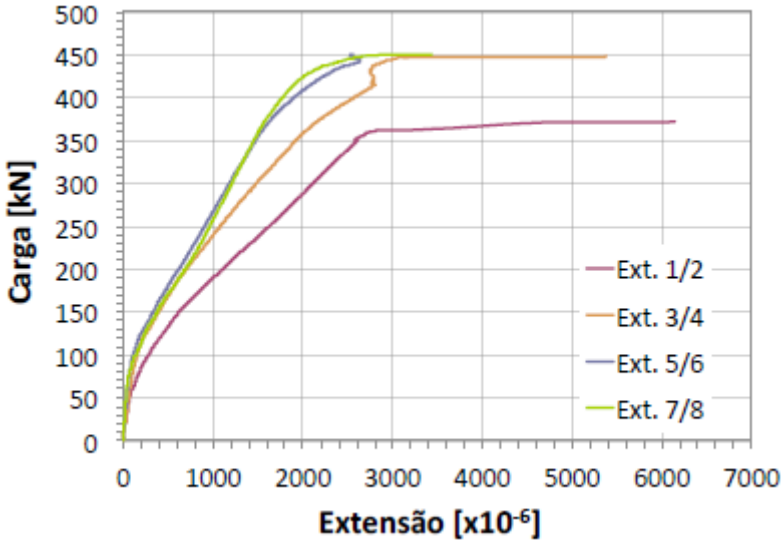


Figura 3.28 – Evolução das extensões no modelo ND3 com 0.75% de fibras.

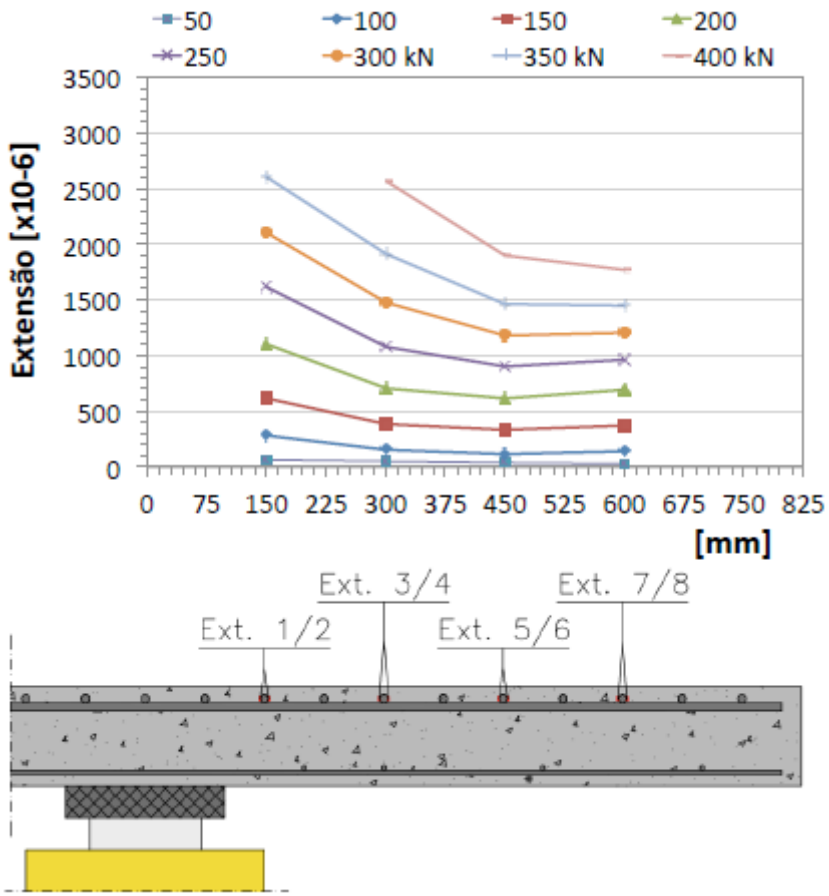


Figura 3.29 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND3 com 0.75% de fibras.

O início da fendilhação é constatado pela perda de rigidez do modelo, através do par de extensómetros (Ext. 1/2). Os varões com os pares (Ext. 1/2), 3/4 (Ext. 3/4) e 7/8 (Ext. 7/8), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 350 kN, 402 kN e 447 kN, respectivamente. No varão do par (Ext. 1/2) verifica-se, muito antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, acabando este por deixar de ter leituras. O varão do par (Ext. 3/4) também acabou por deixar de ter leituras.

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 3.29), verifica-se novamente um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do "pilar".

3.1.2.5 Modelo ND4

A Figura 3.30 apresenta a evolução da extensão da armadura longitudinal superior até à rotura no modelo ND4.

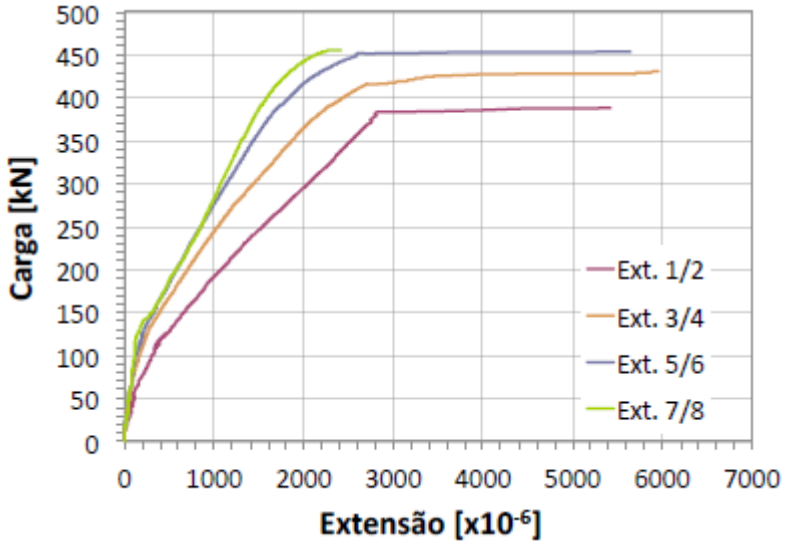


Figura 3.30 – Evolução das extensões no modelo ND4 com 1.00% de fibras.

O início da fendilhação é identificado pela perda de rigidez do modelo, verificada através do par de extensómetros mais próximo do "pilar" (Ext. 1/2). Os varões com os pares (Ext. 1/2), 3/4 (Ext. 3/4) e 5/6 (Ext. 5/6), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 358 kN, 410 kN e 451 kN, respectivamente. Verifica-se na rotura do modelo ND4 que o varão com o par (Ext. 7/8) está muito próximo da extensão de cedência. No varão do par (Ext. 1/2) verificou-se, muito antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, acabando este consequentemente por deixar de ter leituras. Um grande incremento das extensões dos varões e a perda de leitura dos extensómetros é também verificada para os varões dos pares (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), acontecendo por volta dos 430 kN para o par (Ext. 3/4) e um pouco antes da rotura para o par (Ext. 5/6)

A distribuição transversal de extensões na armadura longitudinal do modelo ND4 é apresentada na Figura 3.31. A distribuição transversal de extensões apresenta valores máximos no varão mais próximo do centro da laje, como é expectável e já verificado nos já analisados modelos.

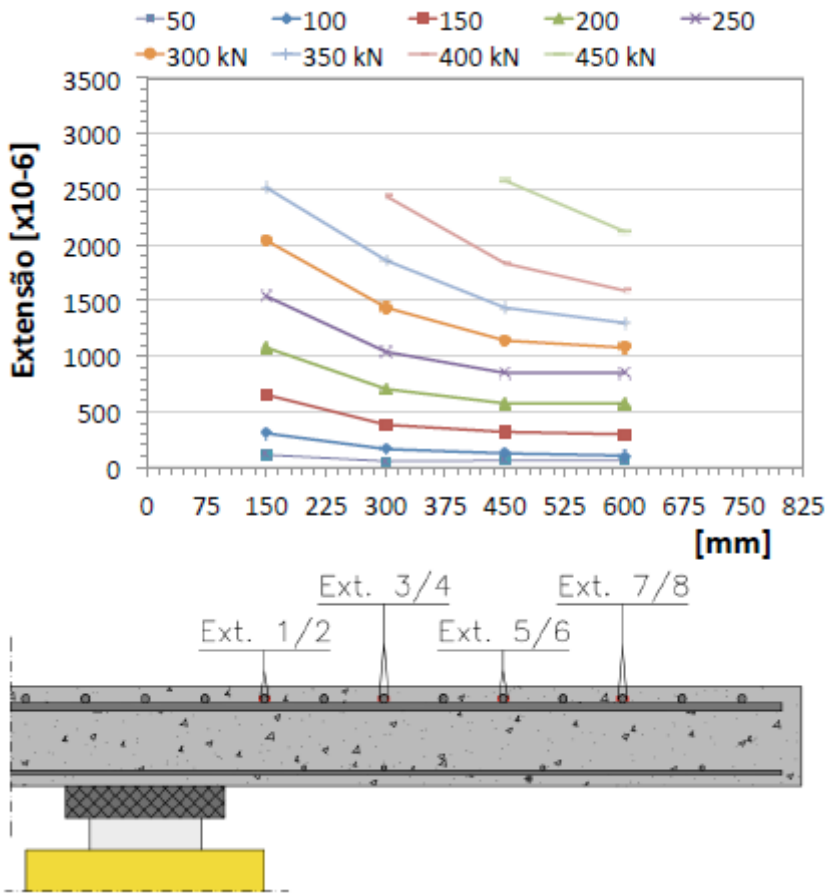


Figura 3.31 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND4 com 1.00% de fibras.

3.1.2.6 Modelo ND5

A Figura 3.32 apresenta a evolução da extensão da armadura longitudinal superior até à rotura no modelo ND5.

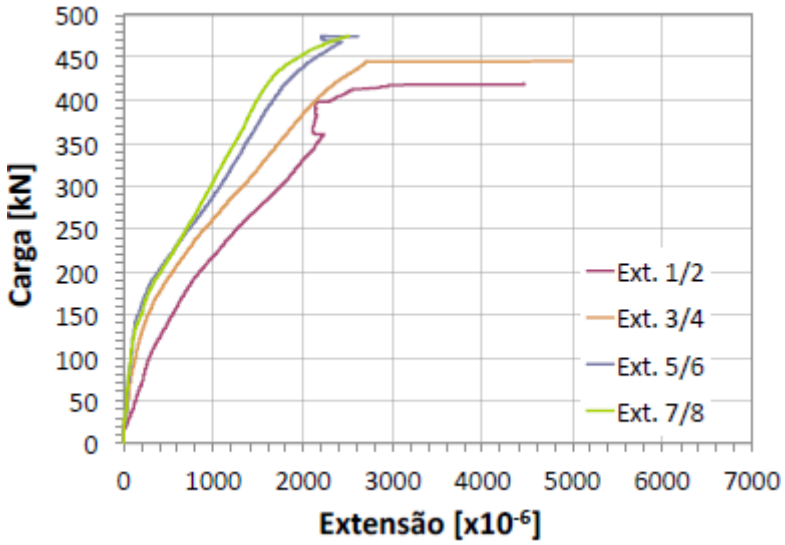


Figura 3.32 – Evolução das extensões no modelo ND5 com 1.25% de fibras.

Na observação à Figura 3.32 verifica-se que por volta dos 369 kN um dos extensómetros usados no varão mais próximo do "pilar" descolou apresentado valores muito inferiores ao outro, o qual permaneceu com valores coerentes com os restantes varões, ou seja, com tendência a aumentar de extensão até atingir a sua capacidade máxima (Figura 3.32). O descolamento do extensómetro causou a redução das extensões no par (Ext. 1/2) que se observa na Figura 3.32. Na vizinhança da rotura por punçoamento da laje um dos extensómetros do par (Ext. 5/6) também descolou, causando a redução das extensões neste par. Os varões com os pares (Ext. 1/2), (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 413 kN, 437 kN e 475 kN, respectivamente. Verifica-se na rotura do modelo ND5 que o varão com o par (Ext. 7/8) apresenta-se muito próximo da extensão de cedência. No varão do par (Ext. 1/2) verificou-se, antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, acabando este por deixar de ter leituras (Figura 3.32). Um grande incremento das extensões dos varões e a perda de leitura dos extensómetros também verificada para o varão do par (Ext. 3/4), acontecendo como é expectável, para cargas mais elevadas do que par (Ext. 1/2).

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 3.33), verifica-se também um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do "pilar", uma vez que os momentos aumentam com a proximidade do "pilar", solicitando mais os varões mais próximos deste, como era esperado e verificado em todos os modelos.

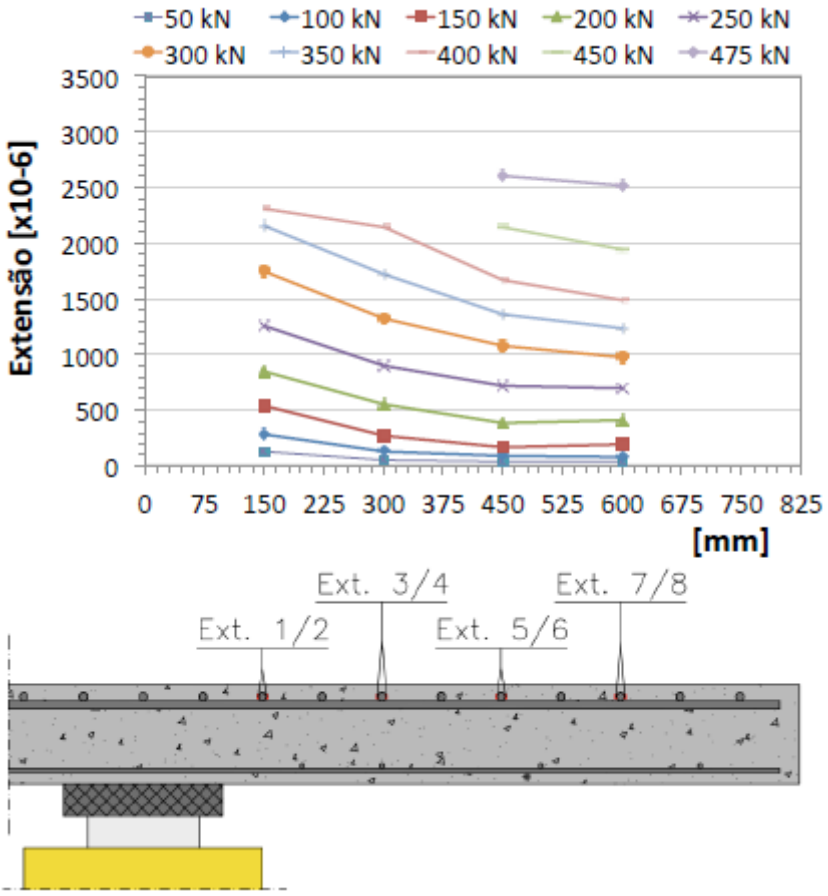


Figura 3.33 – Distribuição transversal das extensões no modelo ND5 com 1.25% de fibras.

3.1.2.7 Considerações Finais

Em geral, nos patamares iniciais do carregamento a variação das extensões com a carga vertical aplicada é sensivelmente linear. Na Tabela 3.1, apresentam-se as extensões médias obtidas nos varões da armadura longitudinal superior para vários patamares de carga aplicada (*V*). Os valores apresentados são a média das extensões registadas nos pares de extensómetros que estão abaixo da extensão de cedência do aço utilizado (2.6 ‰).

Tabela 3.1 – Extensões médias registadas na armadura longitudinal superior ($\times \mathbf{10^{-3}}$).

Modelo	*V*=175 kN	*V*=225 kN	*V*=275 kN	*V*=325 kN	*V*=375 kN	*V*=425 kN	*V*=475 kN
	(1)	(1)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)
ND0‡ (-)	0.6	1.0	1.3	-	-	-	-
ND1 (0.50%)	0.8	1.2	1.6	-	-	-	-
ND2 (0.75%)	0.8	1.2	1.6	2.0	-	-	-
ND3 (0.75%)	0.6	1.0	1.3	1.7	1.8	2.1	-
ND4 (1.00%)	0.6	0.9	1.2	1.6	1.7	1.9	-
ND5 (1.25%)	0.4	0.7	1.1	1.5	1.6*	1.7†	2.5

(1) extensões médias registadas nos quatro pares de extensómetros utilizados, (Ext. 1/2), (Ext. 3/4), (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);
(2) extensões médias registadas nos três pares de extensómetros (Ext. 3/4), (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);
(3) extensões médias registadas nos dois pares de extensómetros (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);
(4) extensão registada no par de extensómetros (Ext. 7/8);
(‡) neste modelo ND0 foram utilizados para o cálculo da extensão média os três pares de extensómetros existentes;
(*) para comparação com os outros modelos, não se utilizou para o cálculo da extensão média o par de extensómetros (Ext. 1/2), pois os outros modelos, neste patamar de carga, apresentam este varão em cedência;
(†) para comparação com os outros modelos, não se utilizou para o cálculo da extensão média os pares de extensómetros (Ext. 1/2) e (Ext. 3/4), pois os outros modelos, para este patamar de carga, apresentam estes varões em cedência;

Pela análise à Tabela 3.1, verifica-se que existiu um aumento das extensões médias das armaduras quando se compara os modelos ND1 e ND2 com o modelo ND0. No caso do modelo ND3, constata-se que as extensões médias são semelhantes às do modelo ND0. Em relação aos modelos ND4 e ND5 e comparando com o modelo ND0, verifica-se um ligeiro decréscimo das extensões médias das armaduras. Comparando os modelos ND1 e ND2[4] por não terem plastificante adicionado no betão, verifica-se que têm extensões médias semelhantes. Em relação aos modelos ND3, ND4 e ND5[5], comparando-os por terem plastificante adicionado ao betão, constata-se uma ligeira diminuição das extensões médias com o aumento do volume de fibras. Comparando os modelos com fibras, verifica-se com o aumento da percentagem volumétrica de fibras adicionadas ao betão, existe um decréscimo das extensões médias das armaduras.

Conclui-se, pelo número de varões instrumentados em cedência, que os modelos ND3, ND4 e ND5 estavam próximo de atingir a rotura por flexão.

[4] modelos com fibras e sem plastificante adicionados ao betão;
[5] modelos com fibras e plastificante adicionados ao betão.

3.1.3 Excentricidade da Carga

É apresentada e analisada nesta secção a excentricidade da carga verificada nos modelos ensaiados. A diferença de carga nas células de carga conduz a uma distribuição de tensões de corte não uniforme ao longo do perímetro de controlo, influenciando a resistência ao punçoamento da laje. A excentricidade é dada por M_i/V nos eixos ortogonais, respectivamente, sendo M_i o momento na direcção i e V a carga total no "pilar".

Tal como foi apresentado na Secção 2.3, as quatro células de carga colocadas no modelo permitiram a recolha de dados acerca da evolução da carga vertical. A disposição em planta das células de carga dos modelos pode ser observada na Figura 3.34.

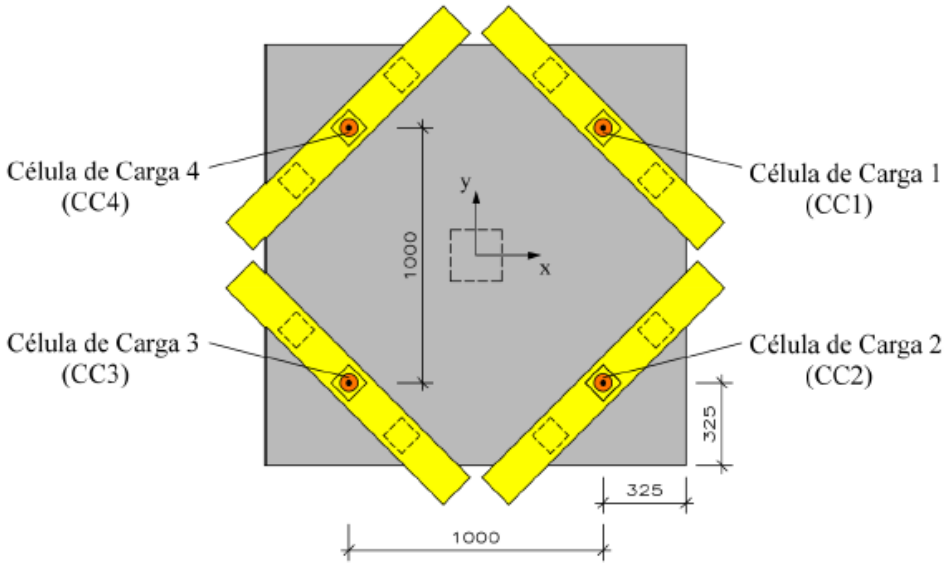


Figura 3.34 – Disposição em plantas das células de carga dos modelos (desenho sem escala e dimensões em mm).

Para todos os modelos foram elaborados gráficos com a evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total.

3.1.3.1 Modelo ND0

Apresentam-se na Figura 3.35 os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND0.

Neste modelo verifica-se uma evolução linear da carga em todas as células de carga (Figura 3.35). Na capacidade máxima de carga deste modelo verifica-se semelhantes cargas nas células CC1, CC3 e CC4, e menos cerca de 6 k na célula CC2. A excentricidade da carga máxima é de cerca de 11.8 mm na direcção x e 10.9 mm na direcção y, para o modelo ND0.

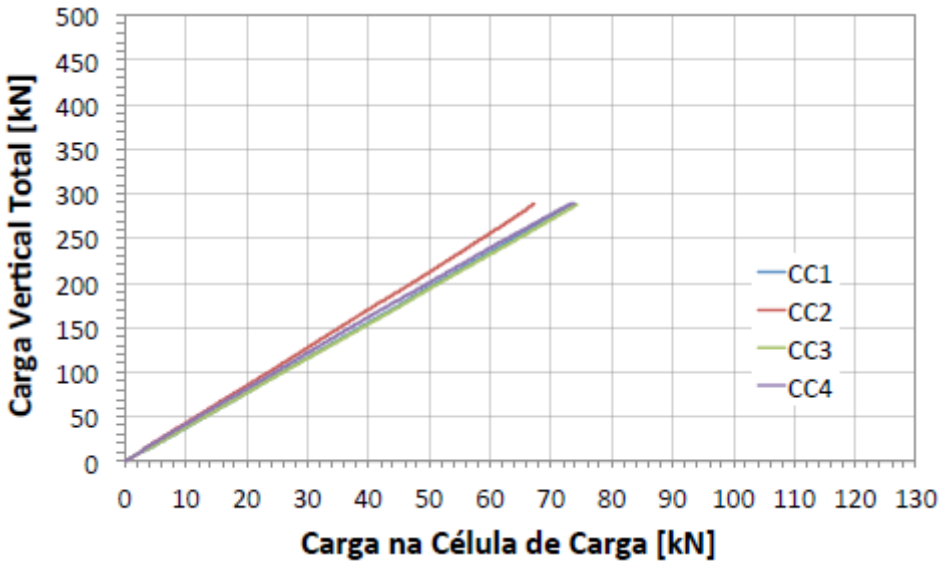


Figura 3.35 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND0 sem fibras.

3.1.3.2 Modelo ND1

Na Figura 3.36 são apresentados os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND1.

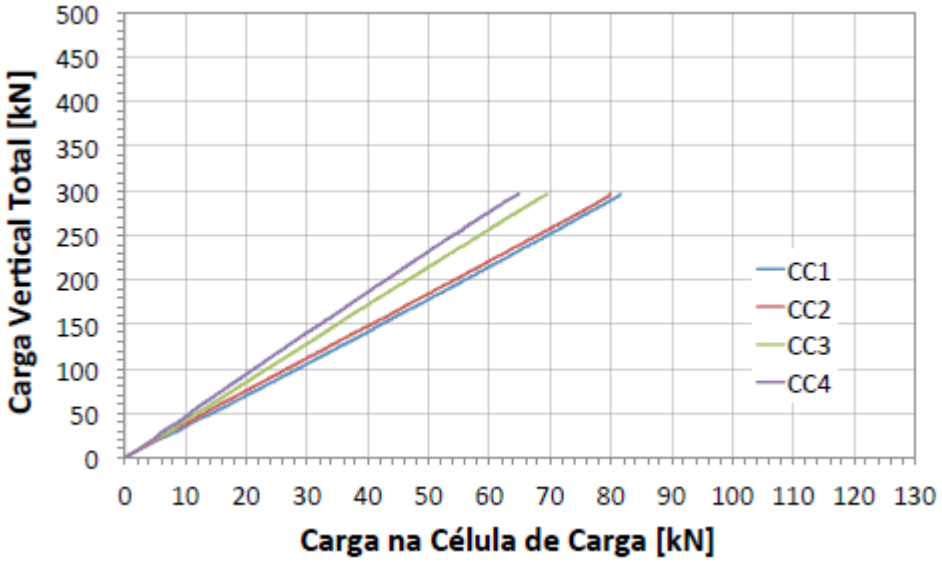


Figura 3.36 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND1 com 0.50% de fibras.

Por observação à Figura 3.36, verifica-se uma evolução da carga praticamente linear para todas as células de carga ao longo do carregamento. Na carga máxima do modelo ND1, as células CC1 e CC2 apresentam uma carga de cerca de 80 kN e 82 kN, respectivamente, enquanto que as restantes células de carga apresentam cargas mais baixas, em média, menos 14% para a célula CC3 e 20% para a célula CC4, gerando uma excentricidade da carga de cerca de 45.4 mm na direcção x e 4.9 mm na direcção y.

3.1.3.3 Modelo ND2

Os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND2 são apresentados na Figura 3.37.

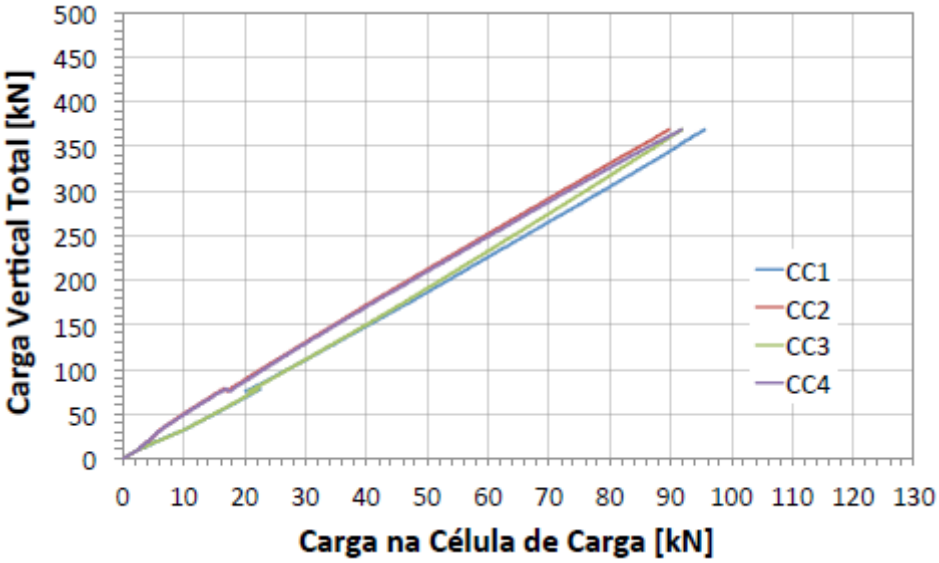


Figura 3.37 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND2 com 0.75% de fibras.

Em análise à Figura 3.37, verifica-se que por volta dos 20 kN de carga vertical total (CVT), inicia-se um afastamento entre a carga medida nas células de carga. Aos 75 kN de CVT observa-se uma descontinuidade na evolução da carga, que foi provocada pela cravação das cunhas nos cordões que fixam a laje e que resultou na aproximação da carga entre o par CC1/CC3 e CC2/CC4. Note-se que até aos 150 kN de carga vertical total (CVT) não se verifica praticamente excentricidade em nenhuma direcção ortogonal, devido ao facto dos momentos originados pela excentricidade da carga, nessas duas direcções, serem aproximadamente nulos. Quando se atinge a capacidade máxima do modelo verifica-se uma diferença de carga entre as células CC1 e CC3 e também entre as células CC2 e CC4 de aproximadamente 4 kN e 2 kN, respectivamente, sendo a carga da célula CC3 idêntica à da célula CC4. Esta diferença de carga nas células origina uma excentricidade da carga de cerca de 2.1 mm na direcção x e 8.1 mm na direcção y.

3.1.3.4 Modelo ND3

Apresentam-se na Figura 3.38 os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND3.

Neste modelo ND3 verifica-se, em geral, uma evolução linear da carga em todas as células de carga até à rotura (Figura 3.38), com a excepção de três descontinuidades presentes ao longo do carregamento. Tal como foi sucedido no modelo ND2, as descontinuidades na evolução da carga foram provocadas pela cravação das cunhas nos cordões que fixam a laje e que neste modelo ND3 resultou, nas três cravações, no incremento da diferença de carga entre o par CC1/CC3 e o par CC2/CC4. Na capacidade máxima de carga deste modelo verifica-se semelhante carga nas células CC2 e CC4 de cerca de 110 kN, apresentado as células CC1 e CC3

mais 6 kN e 3 kN, respectivamente. A excentricidade da carga do modelo ND3 na carga máxima é de cerca de 4.1 mm na direcção x e 3.7 mm na direcção y.

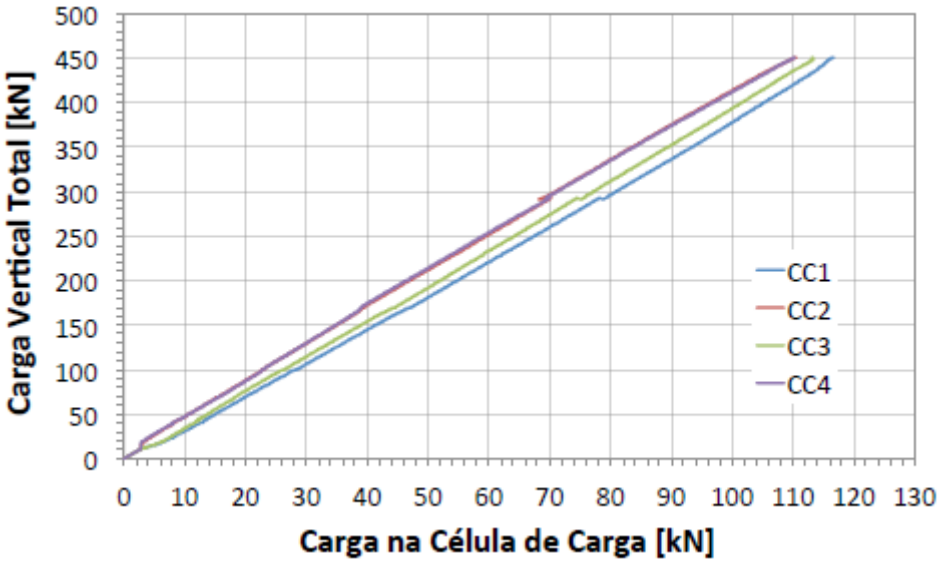


Figura 3.38 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND3 com 0.75% de fibras.

3.1.3.5 Modelo ND4

Na Figura 3.39 são apresentados os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND4.

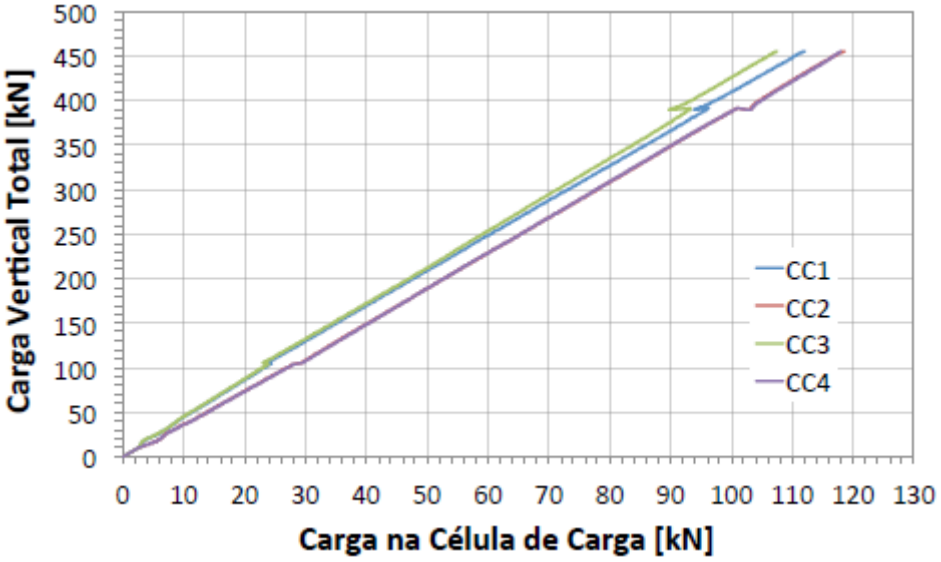


Figura 3.39 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND4 com 1.00% de fibras.

Por observação à Figura 3.39, verifica-se em geral, uma evolução linear da carga vertical total, existindo como no modelo ND3, três descontinuidades ao longo do carregamento. Na carga máxima do modelo ND4, as células CC2 e CC4 apresentam uma carga semelhante de cerca de 118 kN, e mais elevada que as restantes células de carga, atingindo em média, mais 5%

em relação à célula CC3 e 9% em relação a célula CC4. Esta diferença de carga nas células de carga gera uma excentricidade de cerca de 5.7 mm na direcção x e 4.7 mm na direcção y.

3.1.3.6 Modelo ND5

Os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND5 são apresentados na Figura 3.40.

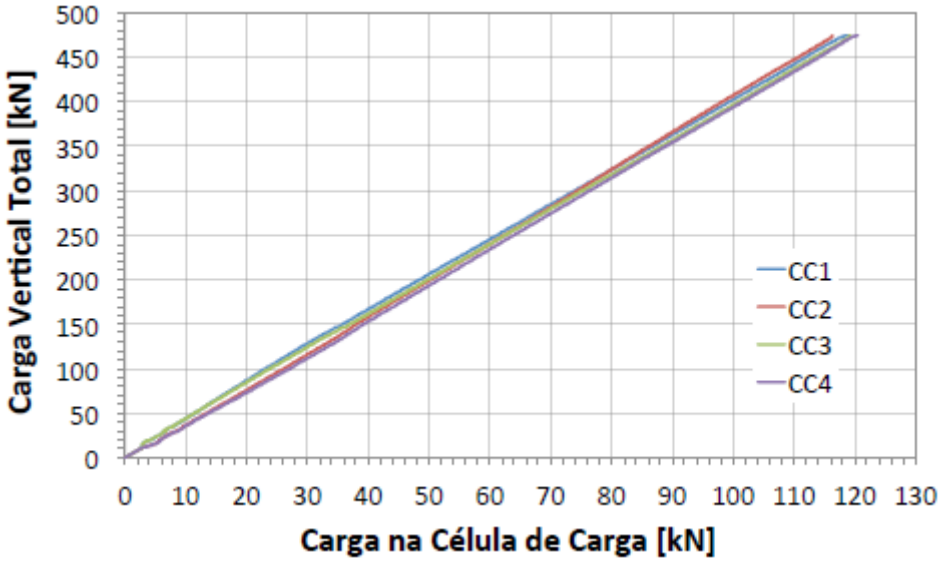


Figura 3.40 – Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND5 com 1.25% de fibras.

Por observação à Figura 3.40, verifica-se que na fase inicial do carregamento existe uma ligeira perturbação na evolução da carga devido ao equilíbrio de forças nas células de carga, que depois por cerca de 40 kN de CVT é eliminada. Na capacidade máxima de carga do modelo ND5, atinge-se uma carga de cerca de 120 kN na célula CC4, 118 kN nas células CC1 e CC3, e 116 kN na célula CC2. Devido a estas diferenças de carga nas células de carga, verifica-se uma excentricidade de cerca de 4.9 mm na direcção x e 4.1 mm na direcção y.

3.1.3.7 Considerações Finais

Na Tabela 3.2, apresenta-se a excentricidade na capacidade máxima de carga de cada modelo, em cada direcção ortogonal.

Tabela 3.2 – Excentricidade da carga de rotura dos modelos.

Modelo	V_{exp} [(1)] (kN)	Excentricidade na direcção x (mm)	Excentricidade na direcção y (mm)
ND0 (-)	289	11.8	10.9
ND1 (0.50%)	296	45.4	4.9
ND2 (0.75%)	369	2.1	8.1
ND3 (0.75%)	451	4.1	3.7
ND4 (1.00%)	456	5.7	4.7
ND5 (1.25%)	475	4.9	4.1

[(1)] carga de rotura experimental.

Por observação da Tabela 3.2, verifica-se que as excentricidades são relativamente baixas, excepto no modelo ND1 que apresenta uma excentricidade na direcção x mais elevada em comparação com os restantes modelos. As excentricidades verificadas nos modelos têm influência nas cargas experimentais obtidas, sendo que no modelo ND1 terá ainda mais influência. É apresentada uma formulação na norma NP EN 1992-1-1 [1] e no *fib* MC2010 [2] para ter-se em consideração o efeito da excentricidade da carga, no cálculo da capacidade de carga ao punçoamento. Assim, nas próximas secções, será tido em conta este efeito de acordo com os referidos documentos.

3.2 Efeito do betão com Fibras na Capacidade de Carga

Pretende-se analisar nesta secção qual o efeito do BRFA na capacidade de carga ao punçoamento, com base nos resultados obtidos nos ensaios.

É importante referir que todos os modelos ensaiados apresentaram uma rotura por punçoamento junto ao "pilar" central. A rotura por punçoamento é caracterizada por uma superfície de rotura que se desenvolve em forma de tronco de pirâmide invertida desde a face inferior até à face superior da laje e que intersecta a face inferior numa linha coincidente com o perímetro do pilar, destacando-se parcialmente da restante parte da laje.

Para a análise e comparação das cargas de rotura obtidas nos modelos com fibras em relação ao de referência, dividiu-se as cargas experimentais, afectadas pelo efeito da excentricidade, pela resistência do modelo de referência calculada de acordo com a NP EN 1992-1-1 [1], por forma a isolar o efeito das fibras e do plastificante, e usou-se os valores médios para a resistência à compressão do betão e desprezou-se a limitação do factor *k*. Note-se que a altura útil e a percentagem de armadura longitudinal foram idênticas em todos os modelos.

Segundo a NP EN 1992-1-1 [1], a expressão que permite calcular o valor resistente ao punçoamento sem armaduras específicas e considerando os valores médios das características dos materiais (V_{Rm}), é a Equação (3.1).

$$V_{Rm} = \left(0.18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{\frac{1}{3}} + 0.1 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot u \cdot d \tag{3.1}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \ (d\ em\ mm) \tag{3.2}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0.02 \tag{3.3}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2} \tag{3.4}$$

$$d = \frac{d_y + d_z}{2} \tag{3.5}$$

em que:

- f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150 x 300 mm) (MPa);
- u representa o perímetro de controlo indicado na Figura 3.41;
- d representa a média entre as alturas úteis das armaduras longitudinais superiores, na direcção y e z (d_y e d_z);
- ρ_{ly} e ρ_{lz} são as taxas geométricas de armadura de tracção aderentes na direcção y e z, respectivamente, devendo ser calculadas como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar, acrescida de 3d para cada lado;
- σ_{cy} e σ_{cz} são as tensões de compressão no betão nas direcções y e z, respectivamente.

Note-se que não temos tensões normais no betão devido a acções exteriores ou de pré-esforço nos modelos de laje estudados.

A NP EN 1992-1-1 [1] considera um perímetro de controlo à distância de 2d da face do pilar ou área carregada (Figura 3.41).

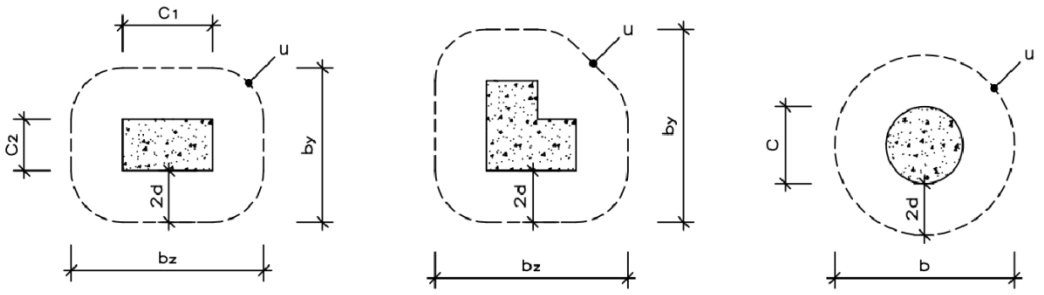


Figura 3.41 – Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [1].

Quando a força de punçoamento é excêntrica, o valor da carga axial de punçoamento ($V_{Ed,z}$), deverá ser multiplicada por um factor que tem em conta o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punçoamento. No caso de pilares centrados rectangulares o coeficiente β pode ser calculado pela Equação (3.6):

$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2} \tag{3.6}$$

em que e_x e e_y representam as excentricidades *M/V* nos eixos x e y, respectivamente, e b_x e b_y representam as dimensões do perímetro de controlo (Figura 3.6).

Note-se que nos cálculos realizados não foi considerada a limitação imposta pela NP EN 1992-1-1 [1] ao coeficiente *k*.

A Tabela 3.3 apresenta o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros, o valor da carga de rotura experimental e do coeficiente β obtido para cada modelo. O quociente de $\beta \cdot V_{exp}$ de cada modelo pelo valor obtido da Equação (3.1) aplicada ao modelo de referência ($V_{Rm,ND0} = 315\ kN$), origina nos valores apresentados na sexta coluna da Tabela 3.3. Para que seja mais perceptível a melhoria na capacidade de carga promovida pelo BRFA em

relação ao modelo de referência, apresenta-se na sétima coluna da Tabela 3.3, uma correcção dos valores da sexta coluna. Estes valores corrigidos correspondem a uma divisão dos valores obtidos na sexta coluna pelo valor obtido na mesma coluna para o modelo ND0.

Tabela 3.3 – Aumento da capacidade de carga nos modelos ensaiados.

Modelo	f_{cm} (1) (MPa)	V_{exp} (2) (kN)	β (3)	$\beta \cdot V_{exp}$ (kN)	$\beta \cdot V_{exp}$ / $V_{Rm,ND0}$ (4)	Correcção (a) dos valores de (4)
ND0 (-)	35.9	289	1.05	303	0.96	1.00
ND1 (0.50%)	33.8	296	1.13	335	1.07	1.11
ND2 (0.75%)	31.8	369	1.02	378	1.20	1.25
ND3 (0.75%)	46.2	451	1.02	458	1.46	1.51
ND4 (1.00%)	45.8	456	1.02	466	1.48	1.54
ND5 (1.25%)	44.5	475	1.02	486	1.54	1.60

(1) é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150x300 mm) (MPa);
(2) carga de rotura experimental;
(3) factor que tem em conta o efeito da excentricidade da força de punçoamento, segundo a NP EN 1992-1-1 [1];
(4) razão entre carga de rotura experimental afectada pelo efeito da excentricidade pelo valor obtido da Equação 3.1 (V_{Rm}) aplicada ao modelo de referência;
(a) correcção dos valores da sexta coluna em relação ao valor obtido na mesma coluna para o modelo ND0.

Na Figura 3.42 é apresentado graficamente os resultados obtidos para a capacidade de carga normalizada corrigida (eixo das ordenadas) para cada um dos modelos (eixo das abcissas).

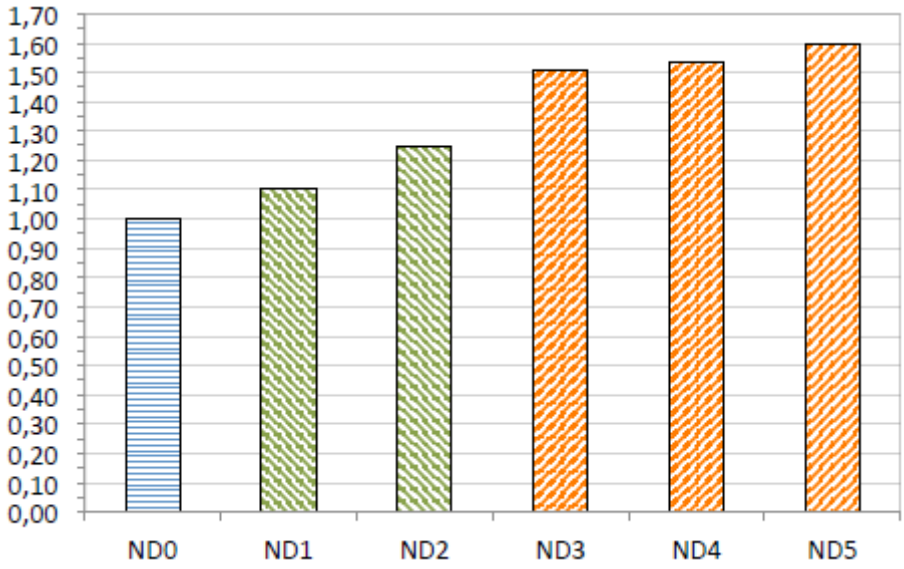


Figura 3.42 – Capacidade de carga normalizada corrigida dos vários modelos.

Por observação à Figura 3.42, verifica-se uma melhoria dos valores obtidos pela relação anterior nos modelos com fibras relativamente ao modelo de referência, evidenciando o efeito positivo da adição de fibras no betão dos vários modelos no aumento da capacidade de carga ao punçoamento. Como se previa, o factor que tem em conta o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punçoamento é mais elevada no modelo ND1, cerca de 13%, pois verificou-se na secção 3.1.3 que existia uma maior excentricidade neste modelo. Comparando os valores obtidos para os modelos ND1 e ND2 com o valor obtido para o modelo de referência

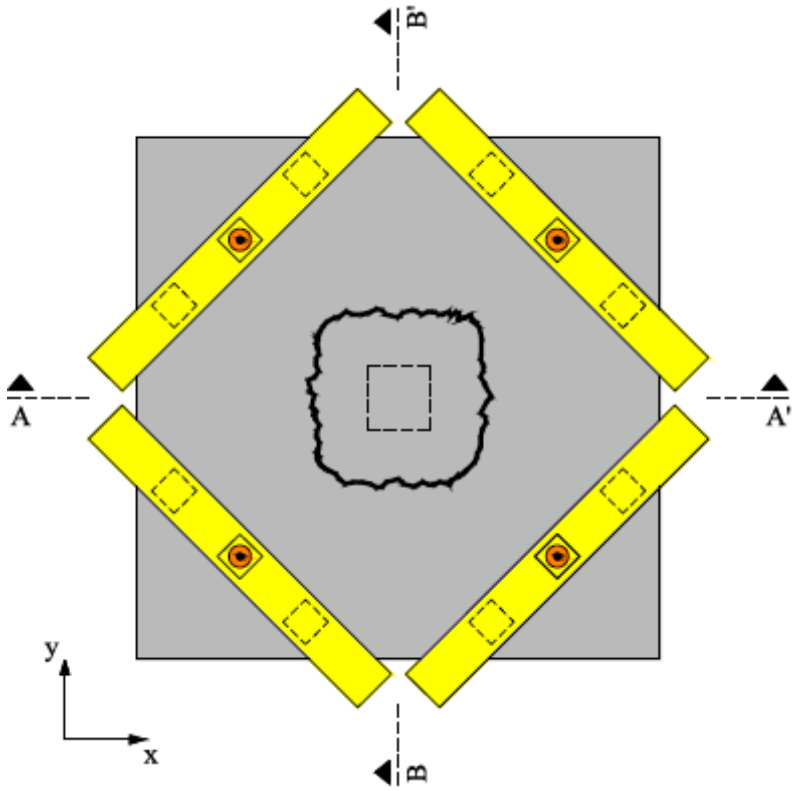
ND0, verifica-se aumentos da capacidade de carga de 11% e 25%, respectivamente, enquanto se se comparar os valores obtidos nos modelos ND3, ND4 e ND5 também com o valor obtido no modelo referência ND0, verifica-se aumentos de 51%, 54% e 60%, respectivamente.

Quando se compara o valor de capacidade de carga normalizado do modelo ND3 com o valor do modelo ND2, verifica-se um aumento de cerca de 22% na capacidade de carga ao punçoamento, devido à utilização de plastificante no modelo ND3.

3.3 Geometria das Superfícies de Rotura

Após ensaiados, todos os modelos de laje foram cortados transversalmente na linha média, em duas direcções ortogonais, sendo possível observar a forma da superfície de rotura.

Na Figura 3.43 é apresentado um esquema com o levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura.



a) Esquema em planta da forma da superfície de rotura.

b) Corte A-A´. c) Corte B-B´.

Figura 3.43 – Esquema do levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura (desenhos sem escala).

Na Tabela 3.4, são apresentados os resultados dos levantamentos geométricos das inclinações da superfície de rotura realizados aos modelos de laje, seguindo o esquema apresentado na Figura 3.43.

Tabela 3.4 – Inclinações da superfície de rotura com a horizontal.

Modelo	$\boldsymbol{\alpha_1}$ (º)	$\boldsymbol{\alpha_2}$ (º)	Valor Médio [1] (º)	$\boldsymbol{\alpha_1}$ (º)	$\boldsymbol{\alpha_2}$ (º)	Valor Médio [2] (º)	Valor Médio Global [3] (º)
ND0 (-)	20	34	27	34	16	25	26
ND1 (0.50%)	36	40	38	30	38	34	36
ND2 (0.75%)	24	33	29	34	25	29	29
ND3 (0.75%)	37	38	38	19	32	25	31
ND4 (1.00%)	35	35	35	31	28	30	32
ND5 (1.25%)	27	45	36	30	27	29	32

[1] é o valor médio da inclinação da superfície de rotura, calculado com $\boldsymbol{\alpha_1}$ e $\boldsymbol{\alpha_2}$;

[2] é o valor médio da inclinação da superfície de rotura, calculado com $\boldsymbol{\alpha_3}$ e $\boldsymbol{\alpha_4}$;

[3] é o valor médio global da inclinação da superfície de rotura, calculado com $\boldsymbol{\alpha_1}$, $\boldsymbol{\alpha_2}$, $\boldsymbol{\alpha_3}$ e $\boldsymbol{\alpha_4}$.

Pela análise da Tabela 3.4, verifica-se que os modelos com fibras apresentam uma superfície de rotura com inclinação média global superior ao modelo de referência. Conclui-se que em média, a inclinação global da superfície de rotura dos modelos com fibras é de 32º, enquanto no modelo de referência é de 26º.

Constata-se que nos modelos com fibras a inclinação média global da superfície de rotura é quase idêntica, verificando-se essa tendência para os modelos ND2, ND3, ND4, ND5, excepto no modelo ND1, que apresenta a mais elevada inclinação global da superfície de rotura e que contém o mais baixo volume percentual de fibras dos modelos com fibras. Esta maior inclinação global da superfície de rotura em relação aos outros modelos deverá estar associada ao facto de no modelo ND1 ter-se observado uma maior excentricidade da carga do que nos outros modelos.

Verifica-se, na generalidade, que os modelos apresentam uma inclinação da superfície de rotura superior na direcção x, paralela à maior altura útil. Nas Figuras 3.44 a 3.49 são apresentadas as formas da superfície de rotura dos modelos, onde se incluem vistas dos cortes do modelo na direcção do corte A-A´ e corte B-B´. Nas Figuras 2.32 a 3.37 (Secção 2.4) são apresentadas as vistas superiores das formas das superfícies de rotura dos modelos.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.44 – Forma da superfície de rotura do modelo ND0 sem fibras, cortes A-A´ e B-B´.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.45 – Forma da superfície de rotura do modelo ND1 com 0.50% de fibras, cortes A-A´ e B-B´.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.46 – Forma da superfície de rotura do modelo ND2 com 0.75% de fibras, cortes A-A´ e B-B´.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.47 – Forma da superfície de rotura do modelo ND3 com 0.75% de fibras, cortes A-A´ e B-B´.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.48 – Forma da superfície de rotura do modelo ND4 com 1.00% de fibras, cortes A-A´ e B-B´.

a) Corte A-A´.

b) Corte B-B´.

Figura 3.49 – Forma da superfície de rotura do modelo ND5 com 1.25% de fibras, cortes A-A´ e B-B´.

3.4 Análise das Cargas de Rotura

Nesta secção são apresentadas comparações entre as cargas de rotura experimentais, com as previstas pela norma europeia NP EN 1992-1-1 [1], pelo novo *fib* Model Code 2010 [2] e por expressões de cálculo desenvolvidas por diversos investigadores.

Para a previsão da capacidade de carga ao punçoamento é também utilizado o comportamento à tracção do betão com fibras, através da lei tensão-abertura de fenda, proveniente dos ensaios às vigas entalhadas e aos painéis de laje quadrados realizadas com o mesmo betão dos modelos.

É importante avaliar de que forma os valores previstos se aproximam dos obtidos nos ensaios experimentais, por forma a verificar a aplicabilidade deste tipo de solução em termos de punçoamento.

No cálculo do valor médio da força resistente de punçoamento (V_{Rm}) não se consideram os coeficientes parciais de segurança, sendo esta resistência determinada para os valores médios das características dos materiais. Relativamente ao *fib* MC2010 [2], serão usadas as expressões do CSCT, apresentadas por Maya *et al.* [15], cuja aplicação é directamente comparável com os resultados obtidos nos ensaios experimentais.

3.4.1 Eurocódigo 2 – NP EN 1992-1-1

As disposições relativas à NP EN 1992-1-1 [1] já foram mencionadas na secção 3.2 (Equações (3.1) a (3.6)). A NP EN 1992-1-1 [1] não apresenta uma expressão que tenha em conta a contribuição das fibras no cálculo do valor médio da força resistente de punçoamento (V_{Rm}). Azevedo [11] mostra que a expressão do EC2 para previsão da capacidade resistente ao punçoamento pode ser adaptada de modo a incluir o efeito benéfico do betão com fibras, com resultados satisfatórios.

3.4.2 *fib* Model Code 2010

O recente *fib* Model Code 2010 [2] dedica um capítulo relativo ao betão reforçado com fibras (BRF), incluindo as disposições relativas de lajes construídas com BRF sujeitas ao punçoamento. Assim, o valor médio da resistência ao punçoamento (V_{Rm}) de lajes sem armaduras específicas de punçoamento e considerando os valores médios das características dos materiais é dado pela Equação (4.7).

$$V_{Rm} = V_{Rm,c} + V_{Rm,f} \tag{3.7}$$

em que $V_{Rm,c}$ e $V_{Rm,f}$ são as contribuições do betão e das fibras, respectivamente, no ponto onde se verifica o ângulo de rotação correspondente à capacidade última. A parcela $V_{Rm,c}$ pode ser calculada de acordo com a Equação (3.8), desenvolvida por Muttoni [16].

$$\frac{V_{Rm,c}}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}} = \frac{3/4}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \tag{3.8}$$

em que:

- d é a altura útil média da laje;
- u representa o perímetro de controlo a uma distância *d*/2 da face do pilar;
- f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- ψ é a rotação da laje no momento da rotura;
- d_g é a máxima dimensão do agregado do betão.

A parcela $V_{Rm,f}$ é dada, de acordo com *fib* MC2010 [2], pela Equação (3.9).

$$V_{Rm,f} = f_{Ftum} \cdot u \cdot d \tag{3.9}$$

em que f_{Ftum} é o valor médio da tensão de tracção residual última para betão reforçado com fibras, calculada tendo em conta que $w_u = \psi \cdot d/6$, u representa o perímetro de controlo indicado na Figura 3.50 e *d* é a altura útil média da laje.

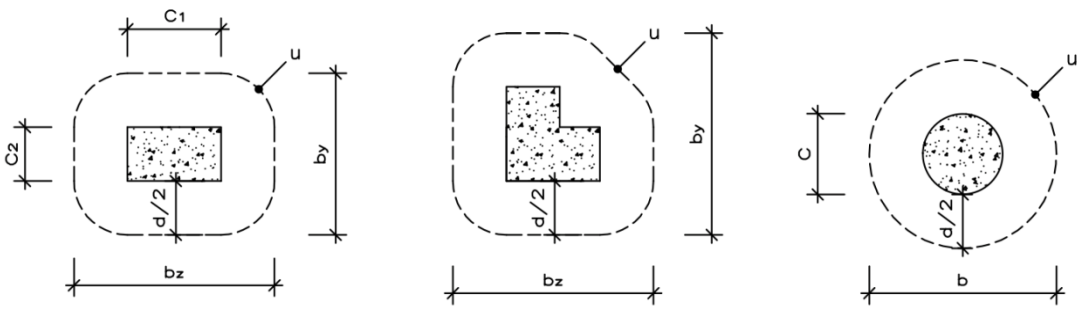


Figura 3.50 – Perímetro de controlo para pilares segundo o *fib* MC2010 [2].

Como nos modelos ensaiados a força de punçoamento é excêntrica, o valor do perímetro de controlo é reduzido pelo coeficiente de excentricidade k_e, como mostra a Equação (3.10).

$$u_{red} = k_e \cdot u \tag{3.10}$$

em que u_{red} é o perímetro de controlo de punçoamento reduzido devido às excentricidades da carga e k_e é o coeficiente de excentricidade que é determinado como função do momento transferido do pilar para a laje, e é obtido de acordo com a Equação (3.11).

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \tag{3.11}$$

em que e_u é a excentricidade da resultante das forças de corte em relação ao centróide do perímetro de controlo e b_u é o diâmetro de um círculo com a mesma área que a região interior do perímetro de controlo.

O valor de ψ correspondente ao Nível II, que pode ser encontrado no *fib* MC2010 [2] e em Muttoni e Ruiz [17], pode ser obtido pela Equação (3.12).

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2} \tag{3.12}$$

em que V é a força de punçoamento e V_{flex} é a força associada à resistência por flexão da laje, calculado neste estudo segundo o método das linhas de rotura. Para o cálculo de V_{flex}, é necessário conhecer o momento resistente por unidade de comprimento (m_R), que pode ser calculado pela Equação (3.13):

$$\begin{aligned} m_r = \ & \rho d^2 f_y \left[1 - \frac{\beta_1\left(\rho f_y + \frac{f_{ct2,f}h}{d}\right)}{2\left(\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f}\right)}\right] + \\ & + \frac{h^2 f_{ct2,f}}{2}\left[1 - \frac{\rho f_y d/h + f_{ct2,f}}{\left(\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f}\right)}\right]\left[1 + \frac{\rho f_y d/h + f_{ct2,f}}{\left(\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f}\right)}(1 - \beta_1)\right] \end{aligned} \tag{3.13}$$

em que β_1 é um factor relativo à profundidade da zona comprimida, que de acordo com o *fib* MC2010 [2], pode ser aproximado a β_1 = 0.80 - (f_{cm} - 50)/400. O factor α_{cc} também é adoptado de acordo com o *fib* MC2010 [2] e é um factor que têm em conta os efeitos de longo

prazo sobre a resistência à compressão e também os efeitos desfavoráveis devido às condições de carga. O parâmetro $f_{ct2,f}$ é a tensão de tracção residual do BRFA.

Para o cálculo da resistência à flexão da laje, teve-se em consideração as excentricidades de cada modelo, adoptando a metodologia descrita no *fib* MC2010 [2].

Para a aplicação do Nível III de cálculo é recomendado substituir o coeficiente 1.5 da Equação (3.12) por 1.2 e calcular V_{flex} para cada caso em concreto. Neste caso de estudo, adoptou-se pelo nível III de aproximação por pretender-se cálculos mais detalhados, cumprindo-se com as respectivas condições deste nível.

3.4.3 Lei Tensão-Abertura de Fenda

Utilizaram-se as leis tensão-abertura de fenda provenientes dos ensaios das vigas entalhadas (Figura 2.19) e dos painéis de laje quadrados (Figura 2.20), apresentadas na Secção 2.2 e também utilizou-se lei proposta por Voo e Foster [18] (Equação (3.14)), denominada "Variable Engagement Model" (V.E.M.).

De acordo com o modelo Variable Engagement Model (VEM) desenvolvido por Voo e Foster [18], a tensão nas fibras ao longo de um plano de área unitária é dada pela Equação (3.14):

$$\sigma_{tf} = K_f \, \alpha_f \, \rho_f \, \sigma_b \tag{3.14}$$

em que K_f é a orientação global das fibras, α_f é a relação de aspecto das fibras, ρ_f é a percentagem volumétrica de fibras e σ_b é a tensão de aderência entre as fibras e a matriz de betão (Equação (3.15)):

$$\sigma_b = k_b \cdot \sqrt{f_{cm}} \tag{3.15}$$

em que k_b é um factor que depende do tipo de fibra. Para fibras de aço em gancho é 0.8, para fibras onduladas é 0.6 e para fibras rectas 0.4.

Aplicaram-se estas leis, provenientes de vigas entalhadas, painéis de laje quadrados e V.E.M, nos modelos físicos apresentados pelo *fib* MC2010 [2] e por Maya *et al.* [15], na contribuição das fibras no comportamento à tracção do betão.

3.4.4 Comparação com Outros Investigadores

Foram utilizadas as expressões desenvolvidas por diversos investigadores para prever a capacidade resistente ao punçoamento de lajes de betão com fibras. Dos trabalhos investigados, os que apresentam uma expressão para a previsão da capacidade resistente ao punçoamento são: Narayanan e Darwish [19]; Shaaban e Gesund [20]; Harajli *et al.* [21]; Azevedo [11]; Higashiyama *et al.* [22]; Nguyen-Minh *et al.* [23] e Maya *et al.* [15].

Note-se que Maya *et al.* [15] apresenta um modelo físico para prever a capacidade resistente ao punçoamento de lajes de betão com fibras, enquanto os restantes investigadores baseiam-se em expressões empíricas ou semi-empíricas.

3.4.5 Comparação das Cargas de Rotura e as Rotações Experimentais com as Previstas

Apresenta-se na Tabela 3.5 uma síntese dos resultados obtidos, comparando as cargas de rotura e rotações experimentais, com os valores dos esforços resistentes previstos usando a norma e o documento referido em termos de valores médios, as leis de tensão-abertura de fenda e as expressões de diversos investigadores.

Relembra-se que no caso da NP EN 1992-1-1 [1] e de Azevedo [11] a excentricidade da carga de punçoamento é considerada por um coeficiente β, aplicado no valor de carga experimental, enquanto no *fib* MC2010 [2] e Maya *et al.* [15] a excentricidade é considerada na redução do perímetro de controlo e no cálculo da resistência à flexão da laje. Nos restantes casos não foi tido em conta o efeito da excentricidade, por estes não apresentarem expressões para o efeito.

Os valores de média e de coeficiente de variação (COV) apresentados correspondem à média aritmética e ao COV dos seis modelos de laje para cada método de cálculo.

No *fib* MC2010 [2] e Maya *et al.* [15] utilizou-se a Equação (3.13) para calcular o momento resistente da laje (m_R), afectado do efeito da excentricidade dado pela Equação (3.16).

$$m_{sd} = \frac{V_{ed}}{8} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \tag{3.16}$$

Nos casos de previsões em que o esforço resistente ao punçoamento era maior que o esforço resistente à flexão, o comportamento da laje foi controlado pelo V_{flex}, prevendo dessa forma uma rotura da laje por flexão.

Na aplicação do "Variable Engagement Model" (V.E.M.) [18] nos métodos previstos pelo *fib* MC2010 [2] e Maya *et al.* [15], decidiu-se por utilizar o V.E.M. completo, isto é, aplicou-se a contribuição do betão para a resistência à tracção pós-pico. Verificou-se que esta contribuição não tem grande influência na resistência ao punçoamento dos modelos (cerca de 2%), mas que aproximou o valor previsto ao experimental.

Tabela 3.5 – Comparação das cargas de rotura e as rotações experimentais com as previstas.

Referência	Modelo	ρ_f (%)	$\sigma_{t,res}$ [(1)] (MPa)	$\psi_{u,exp}$	$V_{u,exp}$ (kN)	V_{flex} (kN)	$\psi_{u,pred}$	$V_{u,pred}$ (kN)	$V_{u,exp}$ / $V_{u,pred}$	$\psi_{u,exp}$ / $\psi_{u,pred}$
EC2 [1]	ND0	0.00	-	0.0113	303	-	-	315	0.96	-
fib Model Code 2010 [2] Vigas Entalhadas	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	2.36	0.0121	296	447	0.0179	380	0.78	0.68
	ND2	0.75	2.03	0.0161	369	484	0.0196	437	0.85	0.82
	ND3	0.75	1.25	0.0352	451	474	0.0451	474	0.95	0.78
	ND4	1.00	2.58	0.0315	456	532	0.0223	524	0.87	1.41
	ND5	1.25	2.57	0.0319	475	531	0.0593	531	0.89	0.54
Média									**0.89**	**0.84**
COV									**0.09**	**0.36**
fib Model Code 2010 [2] Painéis de Laje	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	1.48	0.0121	296	447	0.0188	363	0.81	0.64
	ND2	0.75	1.61	0.0161	369	484	0.0178	395	0.94	0.90
	ND3	0.75	1.76	0.0352	451	474	0.0213	475	0.95	1.65
	ND4	1.00	2.00	0.0315	456	532	0.0229	507	0.90	1.38
	ND5	1.25	2.16	0.0319	475	531	0.0217	495	0.96	1.47
Média									**0.93**	**1.15**
COV									**0.07**	**0.36**
fib Model Code 2010 [2] V.E.M	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	0.58	0.0121	296	447	0.0159	298	0.99	0.76
	ND2	0.75	0.84	0.0161	369	484	0.0161	345	1.07	1.00
	ND3	0.75	1.01	0.0352	451	474	0.0183	399	1.13	1.92
	ND4	1.00	1.34	0.0315	456	532	0.0192	424	1.08	1.64
	ND5	1.25	1.66	0.0319	475	531	0.0200	448	1.06	1.60
Média									**1.06**	**1.29**
COV									**0.04**	**0.38**
Maya *et al.* [15] Vigas Entalhadas	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	2.36	0.0121	296	447	0.0215	428	0.69	0.56
	ND2	0.75	2.03	0.0161	369	484	0.0213	462	0.80	0.76
	ND3	0.75	1.25	0.0352	451	474	0.0298	474	0.95	1.18
	ND4	1.00	2.58	0.0315	456	532	0.0296	532	0.86	1.06
	ND5	1.25	2.57	0.0319	475	531	0.0386	531	0.89	0.83
Média									**0.87**	**0.87**
COV									**0.13**	**0.26**
Maya *et al.* [15] Painéis de Laje	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	1.48	0.0121	296	447	0.0208	389	0.76	0.58
	ND2	0.75	1.61	0.0161	369	484	0.0194	418	0.88	0.83
	ND3	0.75	1.76	0.0352	451	474	0.0216	480	0.94	1.63
	ND4	1.00	2.00	0.0315	456	532	0.0229	507	0.90	1.38
	ND5	1.25	2.16	0.0319	475	531	0.0252	513	0.92	1.27
Média									**0.91**	**1.08**
COV									**0.10**	**0.37**
Maya *et al.* [15] V.E.M	ND0	0.00	-	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	0.58	0.0121	296	447	0.0168	310	0.96	0.72
	ND2	0.75	0.84	0.0161	369	484	0.0168	353	1.05	0.96
	ND3	0.75	1.01	0.0352	451	474	0.0190	408	1.10	1.85
	ND4	1.00	1.34	0.0315	456	532	0.0200	435	1.05	1.58
	ND5	1.25	1.66	0.0319	475	531	0.0207	459	1.03	1.54
Média									**1.04**	**1.25**
COV									**0.05**	**0.38**

[(1)] corresponde ao valor da tensão de tracção residual, tendo em conta $w_u = 1.5\ mm$.

Tabela 3.5 – (continuação).

Referência	Modelo	ρ_f (%)	$\sigma_{t,res}$ [(1)] (MPa)	$\psi_{u,exp}$	$V_{u,exp}$ (kN)	V_{flex} (kN)	$\psi_{u,pred}$	$V_{u,pred}$ (kN)	$V_{u,exp}$ / $V_{u,pred}$	$\psi_{u,exp}$ / $\psi_{u,pred}$
Azevedo [11] 1999	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	297	1.02	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	334	1.00	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	348	1.09	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	394	1.16	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	417	1.12	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	436	1.11	-
Média									**1.08**	**-**
COV									**0.06**	**-**
Nguyen-Minh *et al.* [23] 2012	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	291	0.99	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	312	0.95	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	320	1.15	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	366	1.23	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	380	1.20	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	391	1.21	-
Média									**1.12**	**-**
COV									**0.11**	**-**
Higashiyama *et al.* [22] 2011	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	287	1.01	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	366	0.81	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	393	0.94	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	408	1.10	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	435	1.05	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	455	1.04	-
Média									**0.99**	**-**
COV									**0.11**	**-**
Harajli *et al.* [21] 1995	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	256	1.13	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	284	1.04	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	293	1.26	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	353	1.28	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	372	1.23	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	387	1.23	-
Média									**1.19**	**-**
COV									**0.08**	**-**
Shaaban e Gesund [20] 1994	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	255	1.13	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	449	0.66	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	450	0.82	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	542	0.83	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	557	0.82	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	566	0.84	-
Média									**0.85**	**-**
COV									**0.18**	**-**
Narayanan e Darwish [19] 1987	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	243	1.19	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	353	0.84	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	372	0.99	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	418	1.08	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	422	1.08	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	409	1.16	-
Média									**1.06**	**-**
COV									**0.12**	**-**

[(1)] corresponde ao valor da tensão de tracção residual, tendo em conta $w_u = 1.5\ mm$.

Pela análise da Tabela 3.5 verifica-se que, de um modo global, os valores previstos por Maya *et al.* [15] utilizando a lei do V.E.M. são os que mais se aproximam dos valores de carga de rotura experimental obtidas nos ensaios, quando se compara em conjunto a média (próximo do valor ideal de 1.00) e o coeficiente de variação (COV) no conjunto dos seis modelos. Verifica-se que o método de Maya *et al.* [15] com a lei do V.E.M. apresenta valores para a resistência média ao punçoamento ligeiramente inferiores aos obtidos experimentalmente, atingindo um valor médio para a razão $V_{u,exp}$ / $V_{u,pred}$ de cerca de 1.04, com um coeficiente de variação (COV) de 5%.

Das três análises realizadas com o método de Maya *et al.* [15], verifica-se que os resultados da capacidade de carga quando se utiliza a lei do V.E.M. são em média conservadores, enquanto que os resultados são em média ligeiramente não conservadores quando se utiliza as leis das vigas e os painéis. O mesmo é verificado quando se utiliza o método do *fib* MC2010 [2].

Verifica-se que utilizando o comportamento à tracção das vigas entalhadas nos modelos de Maya *et al.* [15] e no *fib* MC2010 [2], sobrestima-se mais a capacidade de carga do que quando se utiliza o comportamento à tracção dos painéis de laje quadrados. Este facto já era expectável, pois nas vigas entalhadas, as fibras têm tendência em estar orientadas numa direcção, não transmitindo o real acontecimento de dispersão que ocorre nas lajes, aumentando consequentemente a sua resistência à tracção.

Um dos factores que pode ter influenciado a dispersão de resultados na previsão da capacidade de carga dos modelos, quando se utiliza o comportamento à tracção dos painéis de laje quadrados, é a diferença na relação betonagem/execução do ensaio, isto é, nos painéis de laje a aplicação da carga no ensaio é na direcção da força gravítica, surgindo tracções na zona inferior do painel, enquanto nos modelos de laje, a aplicação da carga no ensaio é na direcção oposta à força gravítica, surgindo tracções na zona superior da laje. Isto poderá estar relacionado com a distribuição das fibras na espessura da laje, uma vez que as fibras, devido ao efeito de segregação, poderão ter a tendência a estar ligeiramente concentradas na zona inferior.

Em relação aos resultados obtidos pelos métodos de Maya *et al.* [15] e *fib* MC2010 [2] importa mencionar que se usou o nível III de aproximação, obtendo assim maior precisão nos resultados.

A norma NP EN 1992-1-1 [1], apresenta um valor previsto para a resistência ao punçoamento do modelo ND0 ligeiramente superior ao obtido experimentalmente, atingindo um valor para a razão $V_{u,exp}$ / $V_{u,pred}$ de cerca de 0.96 (próximo do valor ideal de 1.00). Utilizando a expressão de Azevedo [11] para a previsão da capacidade resistente do modelo ND0, verifica-se que o valor da razão $V_{u,exp}$ / $V_{u,pred}$ é de cerca de 1.02, sendo mais conservador. Esta diferença deve-se ao facto deste último apresentar uma expressão empírica, obtida com base na melhor aproximação de uma recta aos valores obtidos experimentalmente nos modelos com fibras, levando a que na ausência de fibras as expressões sejam "semelhantes" nos dois métodos, excepto no coeficiente 0.18 utilizado na expressão da NP EN 1992-1-1 [1] e 0.17 para a expressão proposta por Azevedo [11]. Usando a expressão proposta por Azevedo [11], constata-se que a média dos valores previstos para a capacidade de carga dos seis modelos é de 1.08, com um coeficiente de variação de 6%, verificando-se que o valor previsto em cada modelo em específico é conservador.

Na previsão da resistência ao punçoamento utilizando a formulação proposta por Nguyen-Minh *et al.* [23], obtêm-se valores conservadores. Este facto foi igualmente verificado na investigação realizada por estes autores, obtendo a mesma conclusão. Verifica-se que os valores de média e coeficiente de variação para a capacidade de carga são semelhantes para os estudos destes autores e os obtidos no presente trabalho, isto é, a média da razão entre a previsão da resistência ao punçoamento e a obtida experimentalmente no estudo de Nguyen-Minh *et al.* [23] é de 0.90 com um coeficiente de variação de 0.10, enquanto no presente estudo, quando se utiliza a respectiva formulação proposta por Nguyen-Minh *et al.* [23], obtém-se um a média de 0.89 com um coeficiente de variação de 0.11.

A formulação proposta por Higashiyama *et al.* [22] para previsão da capacidade de carga ao punçoamento de lajes em betão com fibras mostra ter boa concordância com os valores obtidos experimentalmente. A média obtida de 0.99 está próxima do valor ideal de 1.00, verificando-se um coeficiente de variação de 0.11. Estes resultados de média e coeficiente de variação obtidos neste estudo, aproximam-se aos valores que estes autores obtiveram na sua investigação (média de 1.01 e COV de 0.14). Note-se que as condições de aplicabilidade da formulação proposta por Higashiyama *et al.* [22] foram devidamente respeitadas no presente caso de estudo. Esta modificação da expressão de cálculo de punçoamento do JCSE [24] para ter em consideração a presença do betão com fibras na ligação laje-pilar apresenta boa aproximação.

Verificam-se valores conservadores quando se aplica a formulação proposta por Harajli *et al.* [21] para previsão da capacidade resistente em relação aos resultados experimentais obtidos neste estudo. A média obtida é de 1.19 com um coeficiente de variação de 0.08. Verifica-se que as características dos ensaios destes autores são semelhantes às do presente estudo, à excepção da altura útil dos modelos, que em certa parte pode justificar esta minoração da previsão da capacidade de carga.

Quanto à previsão da capacidade de carga utilizando a formulação proposta por Shaaban e Gesund [20], verifica-se que os valores de previsão são superiores aos valores obtidos experimentalmente. A média obtida é de 0.85 com um coeficiente de variação de 0.18. Além do facto de esta expressão ter sido obtida por via empírica, acrescente-se a isso as diferentes características do ensaio, nomeadamente da altura útil e do tipo de fibras utilizadas, que nesse caso foram as onduladas.

Por fim, utilizando a expressão proposta por Narayanan e Darwish [19] obtém-se valores de previsão da capacidade de carga ao punçoamento com boa concordância com os experimentais. A média obtida é de 1.06 com um coeficiente de variação de 0.12. Note-se que a expressão proposta por estes autores foi calibrada com base em modelos com altura útil média de 50 mm e com fibras do tipo frisadas, apresentando apesar desse facto bons resultados na generalidade dos modelos.

Em relação às rotações previstas com as experimentais, para os autores que apresentam formulação para o efeito, nomeadamente o *fib* MC2010 [2] e Maya *et al.* [15], verifica-se que em qualquer um destes dois métodos, quando se utiliza o comportamento à tracção do betão com fibras obtido nos ensaios aos painéis de laje quadrados, obtém-se em média melhores previsões.

4. Agradecimentos

Este trabalho foi elaborado no âmbito do projecto FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009), com o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia - Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Este projeto sobre o comportamento de lajes fungiformes sob a acção de cargas gravíticas e sísmicas deu já origem a várias publicações [25-51], servindo estas de meio de divulgação da investigação realizada.

Bibliografia

[1] NP EN 1992-1-1 – *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. 2010.

[2] Fédération International du Béton: *"Modal Code 2010, Final Draft"*. *fib* Bulletins, (No. 55 e 56), 2010.

[3] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 206-1 - Betão. Parte 1: Especificação, desempenho, produção e conformidade*. 2007.

[4] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 197-1 - Cimento. Parte 1: Composição, especificações e critérios de conformidade para cimentos correntes*. 2001.

[5] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 12390-3 – Ensaios de Betão Endurecido. Parte 3: Resistência à Compressão de Provetes de Ensaio*. 2003.

[6] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 12390-6 - Ensaios de Betão Endurecido. Parte 6: Resistência à tracção por compressão de provetes*. 2003.

[7] European Committee for Standardization: *EN 14651 - Test method for metallic fibered concrete measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)*. Brussels 2005.

[8] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 14488-5 - Ensaios do betão projectado. Parte 5: Determinação da capacidade de absorção de energia de provetes de lajes reforçadas com fibras*. 2008.

[9] Zhang, J., Stang, H.: *Applications of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fibre-reinforced concrete*. Cement and Concrete Research, Vol. 28 (No. 3): pp. 439–452, 1998.

[10] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 10002-1 - Materiais metálicos. Ensaio de tracção. Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente*. 2006.

[11] Azevedo, A. P.: *Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos*. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

[12] Faria, D. M. V.: *Reforço de Lajes de Betão Armado usando Pós-Tensão com Ancoragens por Aderência*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, Dezembro 2011.

[13] Inácio, M. M. G.: *Comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos - Efeito da área e posicionamento da ancoragem*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, 2010.

[14] Duarte, I. O.: *Comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2008.

[15] Maya, L. F., Ruiz, M. F., Muttoni, A., Foster, S. J.: *Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs*. Engineering Structures, Vol. 40: pp. 83–94, doi:10.1016/j.engstruct.2012.02.009, 2012.

[16] Muttoni, A.,: *Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*. ACI Structural Journal, Vol. 105 (No. 4): pp. 440–450, 2008.

[17] Muttoni, A., Ruiz, M. F.: *The Levels-of-approximation Approach in MC2010: Application to Punching Shear Provisions*. Structural Concrete, Vol. 13, No. 1, March 2012.

[18] Voo, J.Y.L., Foster, S.J.: *Tensile fracture of fibre reinforced concrete: variable engagement model*. In : 6th Rilem symposium of fibre reinforced concrete (FRC). Varenna, Italy, pp. 75-84, 2004.

[19] Narayanan, R., Darwish, I. Y. S.: *Punching shear tests on steel-fibre-reinforced micro-concrete slabs*. Magazine of Concrete Research, Vol. 39 (No. 138): pp. 42–50, March 1987.

[20] Shaaban, A. M., Gesund, H.: *Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Plates*. ACI Structural Journal, Vol. 91 (No. 3): pp. 406–414, July-August 1994.

[21] Harajli, M. H., Maalouf, D., Khatib, H.: *Effect of Fibers on the Punching Shear Strength of Slab-Column Connections*. Cement & Concrete Composites, Vol. 17: pp. 161–170, 1995.

[22] Higashiyama, H., Ota, A., Mizukoshi, M.: *Design Equation for Punching Shear Capacity of SFRC Slabs*. International Journal of Concrete Structures and Materials, Vol. 5 (No. 1): pp. 35–42, June 2011.

[23] Nguyen-Minh, L., Rovñák, M., Tran-Quoc, T.: *Punching Shear Capacity of Interior SFRC Slab-Column Connections*. Journal of Structural Engineering, pp. 613-624, DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000497, May 2012.

[24] JSCE: *Standard Specifications for Concrete Structures-2007*, Design. 2008.

[25] Gouveia, N., Fernandes, N., Faria, D., Ramos, A. e Lúcio, V.: - *Punching of Steel Fibre Reinforcement Concrete Flat Slabs*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.

[26] RAMOS, A. M. P. – *Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas*. Tese apresentada no Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil, Março de 2003.

[27] Mamede, N.; Ramos, A., Faria, D.: *Experimental and parametric 3D nonlinear finite elemento analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement*. Engineering and Structures, Volume 48, Março 2013, p. 442-457.

[28] Ramos, A. M. P. e Lúcio, V.: *Post-Punching Behaviour of Prestressed Concrete Flat Slabs.* Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, 60, no. 4, Maio, 2008.

[29] Ramos, A. P., Lúcio, V e Regan, P.E.: *Punching of flat slabs with in-plane forces*, Engineering Structures, Volume 33, Issue 3 , Março, 2011.

[30] Faria, D.; Lúcio, V.; Ramos, A.: *Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding.* Engineering and Structures, Volume 33, Junho 2011, págs. 2025-2043.

[31] Inácio, M.; Ramos, A.; Faria, D.: *Strengthening of flat slabs with transverse reinforcement by introduction of steel bolts using different anchorage approaches.* Engineering and Structures, Volume 44, Novembro 2012, págs. 63-77.

[32] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V. e Ramos, A.: *Punching of reinforced concrete slabs and experimental analysis and comparison with codes.* Proceedings of IABSE-Fib Codes in Structural Engineering – Developments and Needs for International Practice, Cavtat, Dubrovnik, Croácia, Maio 2010.

[33] Gomes, J. e Ramos, A.: *Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes Reforçadas com Armadura Transversal Aderente Pós-Instalada*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.

[34] Paias, J. e Ramos, A. - *Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes de Betão Reforçado com Fibras de Aço*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.

[35] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V. e Ramos, A.: *Material and geometrical parameters affecting punching of reinforced concrete flat slabs with orthogonal reinforcement*. Short Paper, fib Symposium PRAGUE 2011 – Concrete Engineering for Excellence and Efficiency, Praga, República Checa, Junho 2011.

[36] Ramos, A., Lúcio, V., Faria, D. e Inácio, M.: *Punching Research at Universidade Nova de Lisboa*. Design Of Concrete Structures and Bridges Using Eurocodes, Bratislava, Eslováquia, Setembro 2011.

[37] Faria, D., Lúcio, V., e Ramos, A.: *Pull-out and push-in tests of bonded steel strands*. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, Volume 63, Issue 9, Setembro, 2011, pp. 689-705.

[38] Faria, D., Inácio, M., Lúcio, V. e Ramos, A.: *Punching of Strengthened Concrete Slabs – Experimental Analysis and Comparison with Codes*, IABSE, Structural Engineering International, No. 2 – "Codes of Practice in Structural Engineering", Maio 2012.

[39] Gomes, J. e Ramos, A. P.: *Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 1)*. Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 23-33.

[40] Gomes, J. e Ramos, A. P.: *Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 2).* Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 34-43.

[41] Faria, D., Lúcio, V., e Ramos, A.: *Post-Punching Behaviour of Flat Slabs Strengthened with a New Technique using Post-Tensioning*, Engineering Structures, Volume 40, Julho 2012, pp 382-397.

[42] Mamede, N., Ramos, A. e Faria, D.: Análise *do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao Punçoamento de lajes fungiformes*, Encontro

Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.

[43] Faria, D.; Lúcio, V. e Ramos, A.: *Reforço de lajes com recurso a pós-tensão com ancoragens por aderência*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.

[44] Inácio, M.; Ramos, A.; Lúcio, V. e Faria, D.: *Punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos – efeito da área e posicionamento da ancoragem*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.

[45] Clément, T., Ramos, A. P., Fernández Ruiz, M. e Muttoni, A.: *Design for punching of prestressed concrete slabs*. Structural Concrete, 14: 157–167. 2013.

[46] Monteiro Azevedo, N. e Lemos, V.: *A 3D generalized rigid particle contact model for rock fracture, Engineering Computations*, Vol. 30 (2), 2013, pp. 277-300.

[47] Faria, D.; Lúcio, V. e Ramos, A.: *Development of a Design Proposal for a Slab Strengthening System using Prestress with Anchorages by Bonding*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.

[48] Inácio, M.; Ramos, A., Lúcio, V. e Faria, D.: *Punching of High Strength Concrete Flat Slabs - Experimental Investigation*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, 4p, Tel Aviv, Abril de 2013.

[49] Silva, R.; Faria, D.; Ramos, A.; Inácio, M.: *A physical approach for considering the anchorage head size influence in the punching capacity of slabs strengthened with vertical steel bolts*, Structural Concrete, Junho, 2013.

[50] Gouveia, N.D, Faria, D.M.V., Ramos, A.M.P.: *Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras de Aço*, Revista Internacional TECH ITT by Construlink, Nº 34, Out 2013, Vol. 11, ISSN 1645-5576.

[51] Gouveia, N., Fernandes, N., Faria, D., Ramos, A. e Lúcio, V.: *SFRC Flat Slabs Punching Behaviour – Experimental Research*, Composites: Part B, Vol. 63, pp. 161-171, Abril, 2014. DOI:10.1016/j.compositesb.2014.04.005.