Punçoamento Excêntrico – Estado de arte.

Nuno F. Silva Mamede

Relatório 7

FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Ações Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009)

Março de 2014

Índice

| 1. | Introdução | | | | | |
|-----|--------------------------------------|--|---|--|--|--|
| 2. | Roti | ura ao Punçoamento excêntrico | 5 | | | |
| 4 | 2.1 | Normas | 6 | | | |
| | 2.1. | 1 EC2 [3] | 6 | | | |
| | 2.1.2 | 2 Model Code 2010 (MC2010) [6] | 9 | | | |
| | 2.1.3 | 3 ACI 318:2008 [7] | | | | |
| | 2.1.4 | 4 NBR 6118 [8] | | | | |
| 4 | 2.2 | Estado do Conhecimento | | | | |
| | 2.2. | 1 Elstner e Hognestad (1956) [9] | | | | |
| | 2.2.2 | 2.2.2 Rosenthal (1959) [10] | | | | |
| | 2.2.3 | 2.2.3 Di Stasio e Van Buren, 1960 [11] | | | | |
| | 2.2.4 | 2.2.4 Moe (1961) [12] | | | | |
| | 2.2.5 | 2.2.5 Kanoh e Yoshizaki (1979) [13] | | | | |
| | 2.2.6 Regan et al. (1979) [14] | | | | | |
| | 2.2.7 Hawkins et al. (1989) [15] | | | | | |
| | 2.2.8 J. Pinheiro Soares (1993) [16] | | | | | |
| | 2.2.9 | 2.2.9 Marzouk et al. (1996) [17] | | | | |
| | 2.2. | 2.2.10 Gaston Krüger (2000) [18] | | | | |
| | 2.2. | 2.2.11 Brown e Dilger (2004) [19] | | | | |
| | 2.2. | 2.2.12 Park e Choi (2006) [20] | | | | |
| | 2.2.13 Moreno e Sarmento (2008) [23] | | | | | |
| | 2.2.1 | 14 Kheyroddin et al. (2008) [24] | | | | |
| 3. | Agra | adecimentos | | | | |
| Bił | oliogra | afia | | | | |

1. Introdução

O dimensionamento de lajes fungiformes é, na maior parte dos casos, condicionado por um fenómeno de rotura designado de punçoamento. O punçoamento é um dos fenómenos mais complexos no dimensionamento de estruturas de betão armado, uma vez que ocorre numa zona de ligação laje-pilar onde há uma grande concentração de esforços.

Na literatura existente, o punçoamento centrado surge, dentro deste tipo de fenómeno, como o mais abordado em termos de resultados experimentais, numéricos e analíticos. Este fenómeno de rotura da laje pelo pilar advém da concentração dos esforços na zona adjacente a este, podendo ocorrer rotura local ou total, por colapso progressivo, por causa do aumento dos esforços nos pilares vizinhos.

O punçoamento excêntrico não foi estudado tão exaustivamente, como o referido acima, embora se apresente com tanta ou mais relevância, especialmente em zonas onde a atividade sísmica seja frequente. No punçoamento excêntrico as tensões de corte não são uniformes ao longo do perímetro de referência devido ao facto de existir momento transferido entre a laje e o pilar, que é equilibrado através de forças de corte, momentos fletores e torsores.

A origem dos momentos transferidos das lajes para os pilares, que originam o punçoamento excêntrico, pode ser identificada com a assimetria de carga, retração e fluência de painéis de lajes adjacentes, diferentes dimensões de vãos e forças horizontais induzidas por sismos e pelo vento. Na figura 1 apresentam-se exemplos da fendilhação resultante do fenómeno de punçoamento centrado, onde as cargas predominantes são as verticais, a), e punçoamento excêntrico, b) e c), neste último caso pode observar-se, também, a representação do momento fletor transferido para o pilar [1].



Figura 1 – Exemplo de vista em planta da fendilhação originada por punçoamento centrado – a); e punçoamento excêntrico – b) e c). [1]

Nos tópicos seguintes apresentam-se as normas correntes para a verificação de segurança neste tipo de ligação estrutural e alguns trabalhos realizados por diversos investigadores relacionados com o fenómeno do punçoamento excêntrico.

2. Rotura ao Punçoamento excêntrico

Na figura 2 apresentam-se os esforços entre a laje e o pilar no caso de punçoamento excêntrico, onde M representa o momento transmitido da laje para o pilar que é equilibrado por m_x , que representa o momento fletor; q_x e q_y que são os esforços de corte oriundos de cada direção e m_{xy} que representa os esforços correspondentes ao momento torsor.



Figura 2 - Esquema de transmissão de esforços entre a laje e o pilar.

Segundo Mast [2] para um perímetro semelhante em torno do pilar os esforços a que a laje fica sujeita, aquando da transmissão do momento desequilibrado, podem ser distribuídos com 34% em esforços de flexão (m_x), 16% em esforços de torção (m_{xy}) e 50% em esforços de corte (q_x e q_y). Esta distribuição de esforços foi obtida com recurso a ferramentas de cálculo automático com análise em regime elástico.

2.1 Normas

Neste estudo são apresentadas as normas da previsão da resistência ao punçoamento de lajes fungiformes com reação do apoio excêntrica, nomeadamente o Eurocódigo 2 (EC2) [3], o *Model Code* 2010 (MC2010) [4], o ACI 318 [5] e a NBR 6018 [6].

2.1.1 EC2 [3]

Na avaliação da carga de resistência ao punçoamento segundo o EC2 [3], o perímetro de controlo, u_1 , deve de ser definido a uma distância de duas vezes a altura útil (2*d*) da área carregada ou da face do pilar, figura 3. Este perímetro deve de ser definido segundo um traçado que o conduza a um valor mínimo.



Figura 3 – Perímetros de controlo típicos em torno de áreas carregadas.EC2 [3].

Nos casos em que a reação de apoio é excêntrica ao perímetro de controlo a tensão de punçoamento máxima, v_{Ed} , deve ser descrita segundo a Equação 1, para pilares interiores.

$$\nu_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \tag{1}$$

Em que:

d é a altura útil média da laje;

 u_1 é o perímetro de referência;

 V_{Ed} é o valor do carregamento de punçoamento centrado;

 β é dado pela equação 2 e 3, para pilares retangulares e circulares, respetivamente. Estas expressões foram baseadas nas referências [4] e [5].

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \tag{2}$$

$$\beta = 1 + 0.6\pi \cdot \frac{e}{D + 4d} \tag{3}$$

Onde:

- k é um coeficiente que depende da relação entre as dimensões do pilar c_1 e c_2 e o seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças de corte não uniformes e por flexão e torção. No quadro 1 e na figura 4, podem observar-se os valores e representação dos mesmos;
- M_{Ed} é o momento atuante e transmitido da laje para o pilar;
- W_1 é o módulo de flexão do perímetro de controlo correspondente à distribuição de tensões (plástica) figura 4. Dado pela equação 4: onde d_l é o comprimento elementar do contorno e e é a distancia desse comprimento ao eixo em torno do qual actua $M_{Ed.}$

D é o diâmetro do pilar circular;

e é a excentricidade da carga aplicada, e= $M_{Ed}/V_{Ed.}$

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| \, d_l \tag{4}$$

Quadro 1 – Valores de *k* para pilares rectangulares.





Figura 4 – Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação laje pilar. EC2 [3].

No caso de pilares retangulares interiores, W_1 é dado pela Equação 5.

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi dc_1$$
⁽⁵⁾

Na qual:

 c_1 é a dimensão do pilar na paralela à excentricidade de carga;

 c_2 é a dimensão do pilar na perpendicular à excentricidade de carga.

Nos casos em que a carga é excêntrica aos dois eixos do pilar, a equação 6 deve ser utilizada para estimar o valor aproximado de β .

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \tag{6}$$

Onde:

 $e_y \in e_z$ são as excentricidades segundo os eixos: $e_y = M_{Ed,z}/V_{Ed} \in e_z = M_{Ed,y}/V_{Ed}$;

 b_y e b_z são as dimensões do perímetro de controlo: $b_y=c_y+4d$ e $b_z=c_z+4d$.

Nos casos de estruturas em que a estabilidade lateral não depende de pórticos formados por laje-pilar e os vãos dos tramos não diferem mais de 25% podem utilizar-se valores de β aproximados, como se ilustra na figura 5.



Figura 5 – Valores aproximados de β . Adaptado de EC2 [3].

2.1.2 *Model Code* 2010 (MC2010) [6]

Na avaliação das cargas resistentes ao punçoamento segundo o *Model Code 2010* [6] o perímetro de controlo, b_0 , toma valores menores que no caso anterior, sendo assumido a uma distância equivalente a metade da altura útil (0.5*d*), figura 6.



Figura 6 - Perímetros de controlo típicos em torno de pilares. Model Code 2010 [6].

A avaliação da capacidade resistente ao punçoamento, segundo esta norma, é dada pela equação 7. Nesta equação o valor de $V_{Rd,c}$ corresponde à resistência do betão em conjunto com a armadura longitudinal e o valor de $V_{Rd,s}$ define a resistência ao punçoamento providenciada pelas armaduras específicas de punçoamento.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \tag{7}$$

A contribuição do material e da armadura longitudinal é dada pela equação 8.

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_{\nu} \tag{8}$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.6 \cdot \psi \cdot d \cdot \frac{48}{16 + d_g}} \le 0.6 \tag{9}$$

Em que:

 k_ψ é um parâmetro que depende das rotações da laje em torno do pilar:

 d_g é a dimensão máxima dos agregados;

 γ_c é o coeficiente de segurança do betão;

 d_v é a média da altura útil em ambas as direções;

 ψ é a rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura, definido mais à frente.

A parcela correspondente à contribuição da armadura de punçoamento é calculada segundo a equação 10.

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sw} \sin \alpha \tag{10}$$

Em que:

 A_{sw} é a área de cada armadura de punçoamento em torno do pilar (mm²); k_e é um fator de redução do perímetro de controlo, assumindo 0.90 para pilares interiores; 0.7 para pilares de bordo e 0.65 para pilares de canto;

 $\sigma_{sw} = \frac{E_s \psi}{6} < f_{ywd}$, corresponde à tensão que a armadura de punçoamento tem capacidade para mobilizar;

 α é o ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje.

Para a definição do valor da rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura, ψ , existem vários tipos de níveis de aproximação. Quando maior o nível de aproximação mais aproximada será a previsão à resistência ao punçoamento associada a esta norma. No quadro 2 apresentam-se as várias expressões para o cálculo da rotação da laje na zona exterior à rotura.

| C | | | |
|----------------------|--|------|--|
| Nível de aproximação | ψ | | |
| Ι | $\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}$ | (11) | |
| II | $\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1.5}$ | (12) | |
| Ш | $\psi = 1.2 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1.5}$, com m_{sd} calculado através de programa de análise linear, valor médio na faixa do pilar. | (13) | |
| IV | IV Valor calculado com base em programa de análise n linear. | | |
| | | | |

Quadro 2 – Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura.

O valor de r_s corresponde à distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, sendo este valor é aproximadamente $0.22L_x$ ou $0.22L_y$ em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0.5 e 2. O parâmetro E_s é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais. Por fim, f_{yd} corresponde à tensão de cedência do aço e m_{Rd} define o momento resistente da secção junto ao pilar. Os valores do momento atuante para consideração de cálculo, m_{sd} , são definidos segundo as equações 14 a 17, abordando os casos em que os pilares são centrados, de bordo ou de canto e, ainda, o caso de existência de excentricidades. Contudo, as equações apresentadas de seguida apenas se adequam ao nível de aproximação II,

visto que, no nível de aproximação III este valor deve de ser estimado através de um programa de análise linear.

O momento médio atuante junto ao pilar, m_{sd} , pode ser aproximado para cada direção da armadura longitudinal de tração:

Pilar interior:
$$m_{sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right)$$
 (14)

Pilar de bordo, considerando armadura paralela

ao bordo:
$$m_{sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \ge \frac{V_{Ed}}{4}$$
 (15)

Pilar de bordo, considerando armadura paralela

ao bordo:
$$m_{sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right)$$
 (16)

Pilar de canto:
$$m_{sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \ge \frac{V_{Ed}}{2}$$
 (17)

Onde:

 $e_{u,i}$ corresponde à excentricidade resultante das forças de corte em relação ao centroide do pilar associada a cada direção (*i* pode tomar direção *x* ou *y*). Dado por $e_{u,i}=V_{Ed}/M_{Ed,i}$;

 b_s define a largura da faixa de suporte a considerar, dada por: $b_s = \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}}$.

2.1.3 ACI 318:2008 [7]

A norma ACI 318 [7], que é aplicável nos Estados Unidos da América, específica que o perímetro de controlo deve de ser assumido a uma distância de 0,5d da face do pilar ou da área carregada. No caso de presença de armadura específica de punçoamento e a rotura poder ocorrer na zona exterior a esta armadura o perímetro de controlo deve de ser assumido a 0,5d da última camada de armadura de punçoamento, como se ilustra na figura 7.



Figura 7 - Perímetros de controlo típicos em torno de pilares. ACI 318 [7].

A avaliação da capacidade resistente ao punçoamento, V_N , segundo esta norma, é dada pela equação 18. Nesta equação o valor de V_c corresponde à resistência do betão em conjunto com a armadura longitudinal e o valor de V_s define a resistência ao punçoamento providenciada pelas armaduras específicas de punçoamento.

$$V_N = V_c + V_s \tag{18}$$

O valor resistente ao punçoamento para casos de laje fungiforme não pré-esforçada, apenas com armadura ordinária é dado pelo menor resultado das equações 19, 20 e 21.

$$V_C = \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f_c'} b_0 \, d\,\lambda \tag{19}$$

$$V_C = \left(\alpha_s \frac{d}{b_0} + 2\right) \sqrt{f_c'} \ b_0 \ d \ \lambda \tag{20}$$

$$V_C = 4 \sqrt{f_c' b_0} d\lambda \tag{21}$$

Onde:

 β_c é a relação entre o lado maior e menor do pilar, carga concentrada ou área de reação; λ é um fator de modificação assumindo valor de 0,75 a 0,85 para betões leves e de 0,85 até 1,00 para betões normais. Nos casos em que é fornecida a resistência à tração do betão, f_{ct} , pode ser obtido segundo esta expressão: $f_{ct} = \lambda/(6,7 \cdot \sqrt{f_c'}) \le 1$. (22) α é um fator que vale 40, 30 ou 20 para o tipo de pilar interior, de bordo e de canto, respetivamente.

No caso de presença de pré-esforço nas lajes fungiformes em análise, a resistência ao punçoamento é dada seguindo a equação 23. Onde, β_p é o menor dos valores da equação 24, f_{pc} é a tensão de compressão no betão devido ao pré-esforço nas duas direções, tendo como valores admissíveis entre 0,86 e 3,45, e V_p define o valor da componente vertical que passa no perímetro de referência.

$$V_{C} = (\beta_{p}\lambda\sqrt{f_{c}'} + 0.3f_{pc})b_{0}d + V_{p}$$
⁽²³⁾

$$\beta_p = \min\left\{\frac{3,5}{a_s d} + 1,5\right. \tag{24}$$

Quando às lajes fungiformes são providenciadas armaduras específicas de punçoamento, a resistência é dada segundo a expressão 18. Sendo a componente relativa à resistência providenciada pelas armaduras, V_s , dada segundo a equação 25. Quando há este tipo de armaduras a resistência de V_c e V_N deve de ser limitada superiormente ao valor resultante da

equação 26 e 27, respetivamente (V_c deve, primeiramente, ser obtido como o menor valor das equações 19, 20 e 21). Na equação 25 α define o ângulo da armadura específica de punçoamento com a horizontal, A_v é a área total das armaduras específicas de punçoamento e f_y é a tensão de cedência do aço.

$$V_s = A_v f_y \sin \alpha \le 3 \sqrt{f_c'} b_0 d \tag{25}$$

$$V_c \le 2\sqrt{f_c'} b_0 \, d\,\lambda \tag{26}$$

$$V_N \le 6\sqrt{f_c'} b_0 d \tag{27}$$

De seguida apresenta-se o modo de cálculo da resistência ao punçoamento segundo este regulamento para os casos em que há excentricidade de carga em pilares interiores, ou seja transferência de um momento concentrado juntamente com os esforços de corte na ligação laje-pilar.

A tensão máxima associada à existência de uma excentricidade é dada segundo a equação 28, onde V_u representa a força de corte majorada, M_u representa o momento desequilibrado majorado, A_c define a área do betão na seção crítica, c_i define a excentricidade ao perímetro crítico, na direção i, e J_c é a propriedade da seção crítica assumida, semelhante ao momento polar de inércia.

$$\nu_{u,i} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_i c_i}{J_c}$$
(28)

Onde:

 γ_{v} é o coeficiente de transferência de momento fletor pela excentricidade da força de corte, dado por:

$$\gamma_{\nu} = \left(1 - \gamma_f\right); \tag{29}$$

Com:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$
(30)

Onde b_1 e b_2 representam a dimensão da seção critica na direção do momento transferido e na direção perpendicular, respetivamente.

No caso de pilares internos $A_c \in J_c$ podem ser calculados seguindo as equações 31 e 32, respetivamente. Onde $c_1 \in c_2$ definem a dimensão lateral do pilar na direção em que o momento está a ser considerado e na sua perpendicular, respetivamente.

$$A_c = 2d(c_1 + c_2 + 2d) \tag{31}$$

$$J_c = \frac{d(c_1+d)^3}{6} + \frac{(c_1+d)d^3}{6} + \frac{d(c_2+d)(c_1+d)^2}{2}$$
(32)

2.1.4 NBR 6118 [8]

No Brasil, a verificação da resistência ao punçoamento deve de ser efetuada segundo o exposto na norma NBR 6118 [8]. Tal como em duas das normas apresentadas anteriormente, esta também se baseia em perímetros críticos para o modelo empírico de cálculo. Avaliam-se as tensões de corte nas zonas cíticas e a máxima capacidade resistente da ligação, dada pela resistência do betão à compressão diagonal.

Podem ser consideradas até três perímetros críticos: perímetro C – em torno do pilar ou carga concentrada; perímetro C' – a uma distância de 2*d* da face do pilar ou carga concentrada; e perímetro C'' – apenas em caso de ser providenciada armadura especifica de punçoamento. A figura 8 ilustra os perímetros críticos para pilares interiores, de bordo e de canto.



Figura 8 - Perímetro crítico para pilares internos, de bordo e de canto [8]

Em situações de pilar com carregamento simétrico, a tensão nas superfícies críticas pode ser dada pela equação 33:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} \tag{33}$$

Onde:

d é a altura útil média da laje;

u é o perímetro de controlo;

 F_{sd} é a força concentrada aplicada no perímetro de controlo, que pode ser reduzida fa força distribuída aplicada na face, dentro do perímetro de controlo.

Quando existe presença de momento desequilibrado da laje na ligação laje-pilar, ou seja excentricidade de cargas, a tensão resistente deve de ser estimada como se descreve na equação 34, na qual *K* define um coeficiente que depende da relação entre as dimensões do pilar $c_1 e c_2 e$ o seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças de corte não uniformes e por flexão e torção. No quadro 1 podem observar-se os valores e identificação dos parâmetros da equação 24.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \tag{34}$$

De modo evitar a existência de rotura por compressão diagonal do betão num perímetro C (perímetro do pilar multiplicado pela espessura da laje) deve efetuar-se a verificação presenta na equação 35. Onde se verifica se a tensão atuante, τ_{sd} , é inferior à tensão resistente, τ_{Rd2} .

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd2} = 0.27 \alpha_{\nu} f_{cd} \tag{35}$$

Onde:

$$\alpha_{\nu} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \tag{36}$$

Outra verificação necessária deve de ser realizada de modo a evitar a rotura por punçoamento num perímetro C', para as lajes sem armadura específica de punçoamento. Como se define na equação 37:

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd1} = 0.13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3}$$
(37)

Onde:

 ρ é a percentagem geométrica de armadura tração longitudinal nas duas direções ortogonais, dada por:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \tag{38}$$

Para o caso em que as lajes estão providas de armadura específica de punçoamento, deve efetuar-se a verificação da equação 39 de modo a evitar a rotura por punçoamento na num perímetro C'.

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd1} = 0.13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 1.5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{ud}$$
(39)

Onde:

 s_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura específica de punçoamento ($\leq 0,75d$); A_{sw} é a área da armadura específica de punçoamento num contorno paralelo a C'; α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura e o plano da laje;

 f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura específica de punçoamento.

2.2 Estado do Conhecimento

Nesta seção descrevem-se alguns estudos realizados por diversos autores, no âmbito do tema do punçoamento excêntrico em lajes fungiformes. Os trabalhos serão apresentados por ordem cronológica.

2.2.1 Elstner e Hognestad (1956) [9]

Em 1956, Elstner e Hognestad [9] publicaram um estudo em que foram ensaiadas 39 lajes fungiformes, quadradas em planta, com 1828 x 1828 mm² e espessura de 152.4 mm, na figura 9 ilustra-se um esquema geral do ensaio. As principais variáveis envolvidas no estudo foram: a resistência do betão, a percentagem e distribuição da armadura longitudinal de tração e compressão, quantidade e posicionamento de armaduras específica de punçoamento, o tamanho do pilar e as condições de apoios e aplicação de cargas (utilização de cargas excêntricas).



Figura 9 – Esquema dos modelos experimentais, adaptado de [9].

Os autores estudaram as diversas variáveis dividindo-as por séries. Uma das séries correspondeu a lajes fungiformes com carregamento excêntrico, sendo estudadas duas lajes com excentricidade de 0,178 mm, resultado da aplicação da carga a extremidade de um pilar com 355,6 x 355,6 mm² de seção. Estes foram dos primeiros ensaios ao punçoamento excêntrico publicados. Nesta série as características dos materiais e os diversos parâmetros que influenciam o punçoamento foram similares a modelos de outra serie em estudo. As lajes foram ensaiadas por incremento de carga, registando-se para avaliação de resultados os valores dos deslocamentos verticais, deformadas nos varões que compunham as armaduras longitudinais, momento formação e registo da fendas e os valores de carga a que os modelos estavam sujeitos.

Os autores concluíram que o comportamento dos modelos com excentricidade foi idêntico às lajes semelhantes com carga centrada. No entanto, os modelos com carga excêntrica apresentaram maiores deslocamentos e extensões na armadura no lado em que a carga foi aplicada. Observaram, ainda, que uma excentricidade deste nível tem pouca ou nenhuma influência na resistência última ao punçoamento e que um aumento da armadura longitudinal de compressão tem pouca influência na resistência ao punçoamento excêntrico.

2.2.2 Rosenthal (1959) [10]

No ano de 1959, Rosenthal [10] publicou um estudo em que apresenta uma análise de 11 modelos experimentais de laje fungiforme, com forma circular, ensaiados ao punçoamento. Os modelos tinham diâmetro de 1160 mm e 1700 mm, espessura de 100 mm e pilar de 200 mm de diâmetro. No entanto, de forma a aumentar a área efetiva do pilar foi adicionada uma chapa com mais 15 mm para cada lado, ficando os pilares com um total de 230 mm de diâmetro. Em três das lajes ensaiadas as cargas foram excêntricas. Na figura 10 apresenta-se um esquema dos modelos, planta e corte, e um corte do esquema da forma como se aplicou as cargas com excentricidade.

As lajes com carregamento excêntrico possuíam na sua constituição apenas armaduras longitudinais de tração e o carregamento foi introduzido através do pilar, que estava incorporado no modelo da laje. O modelo era apoiado ao longo de toda a extensão do seu bordo.



Figura 10 – Esquema dos modelos experimentais e de ensaio, adaptado de [10].

As lajes com carregamento excêntrico diferenciaram-se com a variação da dimensão a excentricidade aplicada. Dois dos modelos, com pequenas excentricidades, tiveram um comportamento idêntico a lajes similares mas com carregamento centrado. Na outra laje, em que a excentricidade foi na ordem dos 100 mm, onde o sistema de carregamento permitia deslocamentos horizontais do pilar, teve uma clara rotura excêntrica. Assim, Rosenthal [10] foi o primeiro investigador a dar importância e obter resultados relevantes relativos à presença de excentricidade no carregamento na resistência ao punçoamento.

Finalmente, Rosenthal [10] verificou que ao comparar o modelo com maior excentricidade de carga com um modelo similar ensaiado ao punçoamento com carregamento centrado se deu uma redução de cerca de 15% na capacidade resistente ao punçoamento.

2.2.3 Di Stasio e Van Buren, 1960 [11]

Di Stasio e Van Buren [11], em 1960, publicaram um estudo em que propuseram uma solução analítica para cálculo da máxima tensão por área na zona de ligação laje-pilar em que há transferência de momento da laje para o pilar. Foram os primeiros autores a publicar e propor uma solução deste género para este problema.

A proposta contemplou pilares exteriores, ou de bordo, e pilares interiores. Baseou-se numa decomposição de forças interiores e exteriores, como se pode observar no exemplo da figura 11. A proposta analítica foi desenvolvida tendo em conta duas seções críticas – a primeira a uma distância de t-38 mm da face do pilar (onde t representa a espessura da laje) e a segunda ao longo da seção de laje junto ao bordo do pilar. A equação 40 ilustra uma simplificação que representa o valor da tensão máxima junto ao pilar, neste caso interior.



Figura 11 – Seção e forças aplicadas num pilar interior [11].

$$v_1 = \frac{8t}{7d} \left[\frac{V}{A} + \frac{Hh - (M_1 + M_2)}{J} \frac{c}{2} \right] [psi]$$
(40)

Onde, *d* representa a altura útil da laje, *A* a área da secção no perímetro de controlo (*u* x *t*), *u* representa o perímetro de referência, *V* o esforço vertical proveniente da laje e aplicado no pilar; *H* representa esforço de corte a que o pilar está sujeito, *h* braço entre as forças horizontais equivalentes; $M_1 \, e \, M_2$ são os momentos resistentes na largura da seção; *J* é o momento de Inércia Polar da seção periférica em relação ao centroide (Equação 41) e *c* é o comprimento do maior lado da zona crítica.

$$J = t \left[\frac{c^3}{6} + \frac{ct^2}{6} + \frac{bc^2}{2} \right]$$
(41)

Onde *b* é o menor comprimento da zona crítica.

Os autores apresentaram também propostas analíticas para pilares de bordo e para zonas de abertura em laje. Não houve estudo relativo a pilares de canto e situações em que há presença de armadura específica de punçoamento.

2.2.4 Moe (1961) [12]

Foi publicada por Moe [12], no ano de 1961, uma investigação sobre o fenómeno da rotura ao punçoamento em lajes fungiformes e sapatas. Foram produzidas e estudadas 43 lajes experimentais das quais 12 foram ensaiadas ao punçoamento excêntrico. Moe realizou, também, estudos estatísticos de 120 lajes e 140 elementos de fundação ensaiados por outros autores.

Os modelos consistiam em painéis de laje quadrados com dimensões de 1800x1800 mm² e espessura de 152 mm. Os modelos eram simplesmente apoiados ao longo dos bordos da laje e o pilar foi incorporado na laje, sendo estes elementos betonados na mesma altura. Nos modelos excêntricos as principais variáveis estudadas foram: a excentricidade da carga, a dimensão do pilar, a percentagem de armadura longitudinal de tração (sendo que, em duas delas também foi providenciada armadura de compressão), e a resistência do betão.

Moe concluiu, relativamente aos modelos com excentricidade de carga, que para excentricidades de pequena dimensão o comportamento dos modelos revelou-se idêntico a lajes idênticas sujeitas a punçoamento centrado, havendo apenas deformações e extensões de armaduras ligeiramente superiores no lado sujeito ao maior carregamento, devido à transmissão do momento. Nos modelos com maiores excentricidades verificou-se a presença de esforços correspondentes ao momento positivo junto ao pilar, obtido através da leitura das extensões das armaduras longitudinais que compunham a armadura inferior da laje. Verificou-se, ainda, que o deslocamento vertical no centro dos modelos aconteceu para cargas menores em modelos com maior excentricidade do que nos modelos com menor.

Analisando os resultados experimentais, o autor, concluiu que o fenómeno do punçoamento e o seu mecanismo real de rotura são muito complexos. Defendeu que o perímetro crítico se situa ao nível do pilar, propondo que as tensões se consideram como constantes no bordo em que o momento transmitido e no lado oposto e varia linearmente entre estes dois lados, como se ilustra na figura 12.



Figura 12 – Tensões internas induzidas pelo momento transferido (decomposto em braço-força) [12].

Com a análise intensiva dos resultados obtidos, Moe, foi o primeiro a propor uma fórmula empírica com base nos seus resultados experimentais. De onde resultou a equação 42, que representa a carga máxima resistente ao punçoamento numa ligação laje-pilar com transmissão

de momentos, ou seja com excentricidade no carregamento. Onde P_0 corresponde ao valor do punçoamento para cargas sem excentricidade (equação 43); *e* é a excentricidade da carga em relação ao eixo do pilar; *c* é a maior dimensão do pilar e β representa um coeficiente que transforma o momento aplicado em esforço de corte.

$$P = \frac{P_0}{1 + 3\beta \frac{e}{c}} \tag{42}$$

$$P_0 = 4cdv_{m\acute{a}x} \tag{43}$$

Na equação 10 *d* representa a altura útil e $v_{máx}$ representa a tensão máxima de corte por unidade de área admitida na seção, determinada segundo expressão presente na bibliografia referida.

Experimentalmente, e com recurso a regressões lineares em gráficos com resultados das cargas de rotura dos modelos ensaiados, a média do valor de β , obtido experimentalmente, resultou em 1/3, significando que 33% do momento é transmitido ao pilar por esforço de punçoamento. O autor, chamou ainda a atenção de este valor ser válido para a sua investigação, em que por exemplo os pilares eram quadrados, podendo não ser este valor válido para lajes com outros tipos de pilar ou características, como por exemplo pilares redondos, diferentes tipos de fronteira da laje, armadura de punçoamento, etc.

2.2.5 Kanoh e Yoshizaki (1979) [13]

Kanoh e Yoshizaki [13], em 1979, publicaram um estudo em que apresentam testes de torção na ligação laje-pilar de forma a perceber a magnitude dos momentos que são transferidos por torção. Foram efetuados testes em modelos experimentais e um método de cálculo para previsão da resistência ao punçoamento com carga gravítica e transferência de momentos, nomeadamente o momento torsor.

Os oito modelos experimentais apenas contemplavam parte de uma laje fungiforme, como se pode observar na figura 13, de forma a se quantificar e simular apenas o momento torsor que se transfere entre a laje e o pilar. Na mesma figura, pode observar-se o esquema do procedimento de ensaio, este consistia num modelo de laje simplesmente apoiado nos bordos com um momento de torsão aplicado através de um binário transmitido ao pilar por meio de perfis metálicos.



Figura 13 – Planta de um modelo experimental e esquema de ensaio, adaptado de [13]. Dimensões em polegadas e (mm).

Os autores analisaram resultados ao nível das rotações, fendilhação e cargas de rotura. As rotações deram-se junto ao bordo do pilar. Os padrões de fendilhação apresentaram um padrão idêntico em todos os modelos ensaiados, resultando parecido a casos de estudo idênticos, em pilares interiores com transferência de momento da laje para o pilar.

Foi, finalmente, proposta uma equação para cálculo da previsão da resistência ao punçoamento, onde foi proposta uma interação linear entre os momentos e os esforços de corte, para este tipo de problema. Segundo os autores, as previsões foram de boa aproximação quando comparadas com diversas lajes de vários estudos, para casos de pilar interior.

2.2.6 Regan et al. (1979) [14]

Decorria o ano de 1979 quando Regan et al. [14] publicaram um estudo sobre lajes fungiformes de betão armado. Foram ensaiadas experimentalmente 60 modelos de laje fungiforme com dimensões de 2000x2000 mm² e 80 mm de espessura. Foram estudadas situações de pilar de canto, pilar de bordo e pilar interior. No total das lajes ensaiadas, para situação de pilar interior,12 destacaram-se por corresponderem a ensaios ao punçoamento com excentricidade de carga.

As principais variáveis do estudo nos modelos com transferência de momento entre a laje e o pilar foram: a dimensão do pilar, os detalhes da armadura longitudinal, a excentricidade da carga e o tipo de apoio. Os modelos apenas possuíam armadura longitudinal de tração, correspondente a uma percentagem de armadura na secção de 1.05%, à exceção de um dos modelos em que foi providenciada armadura longitudinal inferior. Em dois dos modelos, a armadura longitudinal de tração foi incrementada em alguns varões ao longo de uma faixa com a largura do pilar, nas duas direções ortogonais. As dimensões das secções dos pilares variaram entre 120x120 mm², 120x240 mm², 240x120 mm² e 240x240 mm². As excentricidades foram providas com valores de 0, 110 mm e 220 mm. Na figura 14 ilustra-se um esquema do modelo de ensaio, onde é evidente a forma como a excentricidade foi introduzida na aplicação das cargas.



Figura 14 – Corte do modelo experimental e esquema de ensaio, adaptado de [14]. Dimensões em mm.

Dos resultados e análise deste estudo resultaram várias formulações empíricas para expressões de previsão da resistência ao punçoamento centrado e também para punçoamento com excentricidade de carga. Algumas delas foram, na altura, introduzidas nas normas britânicas no

ano de 1985. As equações 44 e 45 representam a resistência ao punçoamento centrado, V_u , e excêntrico, V_{ue} , respetivamente.

$$V_u = K_a K_{sc} \left(\frac{300}{d}\right)^{0.25} (100\rho f_{cu})^{1/3} \cdot 2.69(u + 7.85d) [N]$$
⁽⁴⁴⁾

$$V_{ue} = \frac{V_u}{1 + \frac{1.5e}{u + 2e}} [N]$$
(45)

Onde K_a é 0,13 ou 0.105 para betão normal ou leve, respetivamente, K_{sc} é um coeficiente dependente da dimensão do pilar e do perímetro crítico, *u* representa o perímetro crítico a uma distância de 1.5*d* da face do pilar e *e* a excentricidade da carga medida segundo ilustrado na figura 14.

2.2.7 Hawkins et al. (1989) [15]

Neste estudo de Hawkins et al. [15], foi desenvolvido uma investigação em que testaram ao punçoamento painéis de lajes fungiformes, correspondentes a um pilar interior, com transferência de momento e esforços de corte da laje para o pilar, decorria o ano de 1989.

Os principais parâmetros estudados foram a espessura da laje, a classe resistência e o tipo de betão, forma e dimensão do pilar, percentagem e disposição de armadura longitudinal e armaduras específicas de punçoamento. Na organização do estudo as lajes foram subdivididas em sete séries, sendo que em cada delas um dos parâmetros foi predominante. Os modelos constituíam em painéis quadrados com dimensão 2100x2100 mm² em planta com espessura de 153 mm, na maioria das séries, e 114 mm numa das séries. Os pilares eram quadrados com 305 mm de lado, no entanto numa das séries de modelos os pilares tinham forma retangular e as dimensões variaram.

As cargas foram aplicadas por um sistema formado por por cabos pré-esforçados, macacos hidráulicos e perfis metálicos ligados à laje em dois lados opostos do pilar. Também foi introduzido um macaco hidráulico de forma a restringir o deslocamento horizontal do pilar provocado pelo momento desequilibrado. As excentricidades foram aplicadas através da aplicação de diferentes valores de cargas nas duas zonas de carregamento, ou seja em dois lados opostos do pilar, calculados tendo em conta a relação M/V e de forma a se obter dois valores diferentes de excentricidades: grande – 584 mm (H), pequena – 130 mm (L).

Os autores fizeram uma análise extensiva da influência dos parâmetros envolvidos no estudo na resistência ao punçoamento. Observaram que os padrões de fendilhação estavam praticamente formados a partir de cargas superiores a 45% da resistência à flexão e que estes padrões foram semelhantes para carregamentos com excentricidades H e L junto à face do pilar. Verificaram que as aberturas de fenda não foram influenciadas com a variação do uso do betão normal para betão leve, em patamares de carga idênticos. No entanto, a percentagem de armadura longitudinal teve uma influência notável na limitação da abertura de fendas.

Como de esperar, os modelos com carregamentos de excentricidade H apresentaram maiores deslocamentos no lado do carregamento que os com menor excentricidade. O aumento da percentagem de armadura longitudinal fez com que a rigidez dos modelos aumentasse e a

ductilidade diminuísse, onde os modelos com maior excentricidade apresentaram também maior ductilidade. Na comparação das séries em que a espessura da laje variou, verificaram que a nas lajes com maior excentricidades o comportamento dos modelos não se alterou, no entanto para carregamentos de excentricidade L a ductilidade aumentou para os modelos com menor espessura.

Quando se aumenta a resistência do betão a rigidez da ligação laje-pilar aumenta, observaram os autores. O aumento da classe de resistência do betão faz com que a ductilidade dos modelos aumente, sendo que este efeito foi mais notado nos modelos com carregamento H do que com carregamento L. A concentração de armadura longitudinal ao redor do pilar, com certas distribuições, fez com que a rigidez aumentasse para carregamentos H e L, observou-se que para o primeiro caso a ductilidade diminui, sendo que nos modelos percentagem de armadura longitudinal próxima de 1,5% e com carregamentos H o comportamento da ligação laje-pilar foi melhor do que em modelos com percentagem de armadura baixa e carregamento L. A presença de armaduras especificas de punçoamento fez com que os modelos tivessem uma rotura mais próxima do pilar e aumentou a rigidez da zona fendilhada, essencialmente do lado da excentricidade.

Na análise da dimensão e forma do pilar, os autores analisaram que um rácio, dos lados perpendiculares – pilar retangular, de 0,5 pouca influencia teve no comportamento dos modelos, enquanto que rácios de valor 2 e 3 provocaram uma grande diminuição da ductilidade no comportamento dos modelos, quer para carregamentos H quer para carregamentos L.

Os autores concluíram que, na generalidade, os modelos com carregamentos de excentricidade H, em geral, tiveram uma rotura menos frágil que os modelos com menor. Foi observado, ainda, com base nas análises dos resultados, que desenvolver um modelo capaz de prever a resistência ao punçoamento que envolva todas estas variáveis estudadas e apresentadas no artigo teria um grau de dificuldade muito elevado.

2.2.8 J. Pinheiro Soares (1993) [16]

Soares [16] realizou um estudo em que avaliou a capacidade resistente ao punçoamento nas ligações entre a laje e o pilar sob cargas horizontais e verticais, fenómeno do punçoamento excêntrico. Estudou, também, a distribuição dos momentos transferidos entre a laje e o pilar e a rigidez deste tipo de ligação. Os resultados obtidos foram comparados com formulações teóricas e com as normas regulamentares correntes na época.

Foram desenvolvidos 3 modelos experimentais de laje fungiforme maciça à escala 1:2, baseado num protótipo idealizado. Os modelos designaram-se JPS1, JPS2 e JPS3 e representavam um pilar de painel de laje interior e estava limitado pelas linhas médias dos vãos. Os modelos possuíam troços de pilar para cima e para baixo do plano médio da laje.

Todos os modelos tinham dimensões, em planta, de 3300x3300 mm² e 100 mm de espessura. O modelo JPS1, que apenas foi carregado verticalmente até se atingir a rotura, possuía pilar com seção transversal de 300x300 mm² que se prolongava sob o plano médio da laje até 1550 mm e 350 mm para cima. Os restantes modelos, JPS2 e JPS3, tinham as mesmas dimensões, em

planta, que o modelo JPS1 mas com pilar central de seção $200x200 \text{ mm}^2$ e com 1550 mm de comprimento sob o plano médio da laje e 1750 mm para cima.

Nos dois últimos modelos o procedimento de ensaio foi diferente do JPS1. No modelo JPS2 foram aplicadas cargas verticais referentes a $^{2}/_{3}$ da carga última, que foram mantidas constantes quando se iniciou, de seguida, o carregamento horizontal até se atingir a rotura. O modelo JPS3 foi carregado verticalmente até $^{2}/_{3}$ da carga última, depois foi descarregado e finalmente foi carregado com $\frac{1}{2}$ da carga última. Finalmente, com a carga constante, impôs-se o carregamento horizontal até se atingir a rotura da laje.

As armaduras longitudinais dos modelos experimentais foram idealizadas para carregamentos equivalentes ao dimensionamento de um edifício corrente e de forma a garantir que, qualquer que seja a carga horizontal aplicada, a rotura ocorre por punçoamento da laje e não por flexão do pilar.

Os modelos foram fixados à laje de reação do laboratório através de cabos de pré-esforço, devido ao sistema instável de apoio que era composto por uma rota esférica na base do pilar. Na figura 15 pode ser observado um esquema com a base de apoio dos modelos.

Soares [16] compatibilizou os deslocamentos e rotações nos bordos das lajes experimentais de forma a simular a simetria do meio vão dos painéis de laje, de forma realística. Para isso, foram utilizadas estruturas metálicas e tirantes para compatibilizar os deslocamentos verticais e rotações, respetivamente. As solicitações foram aplicadas através de macacos hidráulicos, sendo a carga vertical aplicada com recurso a um sistema de 4 cruzetas composta por 3 vigas e dois macacos hidráulicos, colocados sob o piso de reação do laboratório e conectados através de tirantes, a carga horizontal foi introduzida através de um cabo de aço de alta resistência puxando o pilar contra a parede de reação, na figura 16 apresenta-se um esquema geral do ensaio.



Figura 15 – Esquema da base de apoio do modelo. [16]



Figura 16 – Esquema do ensaio. [16]

O modelo JSP1, que apenas foi carregado verticalmente, teve como principal objetivo a avaliação dos tipos de modelos a desenvolver neste estudo, permitindo correções nas dimensões das restantes lajes e o do sistema de carga.

Soares [16] concluiu que o problema foi simulado corretamente, onde os sistemas de imposição de condições de fronteira e cargas tiveram um bom funcionamento.

A rigidez da ligação laje-pilar resultou em diferentes valores nos dois lados opostos dos modelos e valores inferiores às análises elásticas, devido ao carregamento horizontal que provoca uma descontinuidade na deformada, que se apresenta como uma rotação localizada junto ao pilar, e devido ao carregamento vertical que provoca um acentuado nível de fendilhação. A perda de rigidez na ligação traduziu-se comparativamente à análise elástica, no início da aplicação da carga horizontal, em 62% e 37% para os modelos JPS2 e JPS3, respetivamente. No nível de carga de rotura essa degradação da rigidez foi de 82% e 77% nos modelos JPS2 e JPS3.

Soares [16], concluiu ainda que na verificação de segurança ao punçoamento excêntrico, em que o momento transmitido necessita ser quantificado, deve reduzir-se a rigidez de ligação tal como sucedeu nos seus testes laboratoriais.

2.2.9 Marzouk et al. (1996) [17]

Em 1996, Marzouk et al. [17] publicaram um estudo em que foram desenvolvidas sete modelos de laje fungiforme interior com o intuito de avaliar a sua capacidade resistente ao punçoamento. O principal objetivo do trabalho foi estudar a resistência ao punçoamento de casos em que as lajes são compostas por betão de resistência normal e os pilares são compostos por betão de alta resistência.

As principais variáveis do estudo foram a classe de resistência do betão, a percentagem de armadura longitudinal e a grandeza do momento transferido da laje para o pilar, que resultou em três excentricidades 0, 150 mm – pequena (L), e 550 mm – grande (H).

No esquema de ensaio os modelos estavam simplesmente apoiados nos bordos e as solicitações foram introduzidas por meio de macacos hidráulicos. Nos modelos com cargas gravíticas e com momento foi, inicialmente, aplicada parte da carga gravítica de forma a dar estabilidade ao

modelo, de seguida foram introduzidos os momentos nas pontas do pilar, por meio de dois atuadores, e mantidos constantes, finalmente foi aplicada carga gravítica até se atingir a rotura.

Os modelos consistiam em painéis quadrados de lajes em planta com dimensão de $1900x1900 \text{ mm}^2$ e espessura de 150 mm. Os pilares tinham seção quadrada com 250 mm de lado e prolongavam-se 850 mm para cima e para baixo da laje.

Da observação dos resultados, retirou-se que ao se aumentar a classe de resistência do betão, de normal para alta resistência, no pilar a capacidade resistente ao punçoamento aumentou com valor de 5% a 17% para lajes sem carregamento excêntrico e com carregamento com grande excentricidade, respetivamente. A resistência a solicitações verticais/gravíticas aumentou em cerca de 50% nos modelos sob carregamento com grande excentricidade quando passou de um pilar constituído por betão normal para um pilar constituído com betão de alta performance.

O uso de pilares constituídos por betão de alta resistência melhorou, em geral, significativamente, o comportamento das lajes relativamente aos pilares de betão corrente, nomeadamente ao nível do aumento do deslocamento último, ductilidade da ligação, rotações, energia absorvida na ligação, extensões dos varões e deformações do betão. Verificou-se, ainda, uma melhoria na distribuição das tensões nas armaduras presentes nas redondezas do pilar e o raio do cone de punçoamento, na rotura, aumentou. Assim, a rotura abandonou a sua característica frágil e repentina para gradual e dúctil.

Finalmente, os autores, concluíram que o uso de pilares de betão de alta resistência deve de ser utilizado em modelos em que haja transmissão de momentos entre a laje e o pilar, provocados por grandes excentricidades.

2.2.10 Gaston Krüger (2000) [18]

No ano de 2000, Krüger [18] realizou um estudo experimental e analítico da resistência ao punçoamento em painéis de laje interior com presença de momentos desequilibrados.

Para o estudo experimental foram desenvolvidas sete modelos de lajes com 3000x3000x150 mm de dimensão e pilar com 300 x 300 mm. O sistema de ensaio foi definido como se ilustra na figura 17. Verificou-se que os modelos foram testados de forma invertida e os bordos estão simplesmente apoiados podendo ter comportamento livre. As cargas foram introduzidas através de um macaco hidráulico sobre a estrutura do pilar em forma de L, assim houve a possibilidade de simultaneamente aplicar solicitações verticais e, nos casos em que houve excentricidades, momentos no pilar. As excentricidades variaram entre 0, 160 mm e 360 mm nos sete modelos.



Figura 17 – Esquema do ensaio. Adaptado de [18].

Os modelos eram compostos de 1% e 1,3% de armadura longitudinal de tração para os modelos sem armadura específica de punçoamento e com armadura, respetivamente, apresentando apenas essa armadura longitudinal. A altura útil média dos modelos foi de 121 mm. Na tabela 3 apresentam-se os modelos experimentais utilizados no estudo. As cargas foram aplicadas por imposição de um deslocamento em passos de 40 kN parando para inspeção e medições dos modelos. Os testes foram parados quando o pilar penetrava na laje ou quando a rotação do pilar ultrapassava os 5%.

| Modelo | Excentricidade [mm] | Armadura de punçoamento |
|-------------|------------------------|----------------------------|
| POA | 0 | |
| P16A | 160 | sem |
| P30A | 320 | |
| PP16A | 160 | |
| PP0B | 0 | പ |
| PP16B | 160 | |
| Anco16B | 160 | <u> </u> |

Quadro 3 – Modelos experimentais: excentricidades e armadura de punçoamento.

O autor, Krüger [18], observou que todos os modelos apresentaram valores de rigidez inicial semelhante, visto que apenas depende da forma dos modelos e do módulo de elasticidade. Verificou ainda que as primeiras fendas se formaram para o mesmo patamar de carga, em todos os modelos, e que após a fendilhação os modelos, com mais percentagem de armadura longitudinal, tinham rigidez ligeiramente superior aos outros. Os deslocamentos finais foram superiores nos modelos com armadura específica de punçoamento e nas lajes sem excentricidade de carga. Na avaliação das cargas de rotura concluiu-se que os modelos sem armadura de punçoamento tiveram uma redução da resistência ao punçoamento de cerca de 22% e 36% para uma excentricidade de 160 mm e 320 mm, respetivamente. Quanto aos modelos com armadura específica de punçoamento, em que a excentricidade foi de 160 mm, a redução da resistência ao punçoamento centrado foi de 30% e 25% para os modelos com estribos (PP16A e PP16B) e houve uma redução 20% no caso da armadura com ancoragens nas extremidades (Anco16B).

Além do estudo referido, Krüger [18] realizou um estudo paramétrico em que tentou perceber o efeito dos momentos desequilibrados em ligações laje-pilar interiores, em edifícios representativos do tipo escritório. Através de uma análise elástica este observou a influência das cargas nos vão adjacentes ao pilar, as dimensões dos vãos, a espessura da laje e a dimensão do pilar. Concluiu-se que, dentro da gama dos valores utilizados, as excentricidades são pequenas e, na maioria dos casos, a excentricidade provocou um aumento da tensão junto ao pilar inferior a 15%.

2.2.11 Brown e Dilger (2004) [19]

Em 2004, Brown e Dilger [19] publicaram um estudo onde o principal objetivo era utilizar um método simples para o dimensionamento da ligação laje-pilar quando sujeitas a deslocamentos derivados de ações sísmicas.

Os autores basearam-se na promoção de uma rotura à flexão em vez de uma rotura por punçoamento, realizando o dimensionamento ao punçoamento das lajes na capacidade resistente a um provável momento desequilibrado, provocado por prováveis excentricidades provocadas por ações sísmicas. No final os autores fizeram uma comparação do momento desequilibrado estimado através da sua proposta com os resultados oriundos de variados ensaios experimentais, exemplificativos do caso em estudo.

O momento desequilibrado não é fácil de estimar. Para combater essa dificuldade, os autores apresentaram uma proposta de abordagem pelo método das linhas de rotura modificado, visando que a resistência ao momento desequilibrado é primeiramente uma solicitação de flexão.

O método das linhas de rotura utilizado foi adaptado de anteriores estudos relativos a este, desenvolvidos por outros autores. Neste caso, e ao contrário do normal, as linhas de rotura associadas ao momento positivo foram desprezadas, a sua falta de observação em ensaios experimentais ao punçoamento excêntrico levou a essa decisão. Sendo que, o método de linhas de rotura foi simplificado e apenas as linhas de rotura associadas aos momentos negativos foram comtempladas.

Na figura 18 apresenta-se o padrão das linhas de cedência consideradas no estudo para um pilar interior, que resumidamente se podem classificar como dois leques semicirculares de linhas

negativas centrados nos cantos do pilar. Onde *r* designa a distância à linha de inflexão dos momentos fletores, $m_y e m_x$ são o momento fletor negativo por unidade de largura em y e x, respetivamente, *V* é o total das cargas verticais transmitidas da laje para o pilar e *M* é o momento desequilibrado a que o pilar está sujeito e proveniente de um provável sismo.

O momento desequilibrado, M, foi estimado com recurso à expressão 46, resultante da combinação entre o trabalho interno e externo, de acordo com conjuntura definida pelos autores.



Figura 18 – Vista em planta das linhas negativas para um pilar com momento excêntrico. Adaptado de [19].

$$M = 2\pi c_y \sqrt{m_x m_y} + 2c_x m_x - \frac{3c_y}{4}V$$
(46)

Onde c_y e c_x são a dimensão do pilar paralela e perpendicular às solicitações provocadas pelo sismo, respetivamente.

Os autores compararam resultados provenientes de vários estudos experimentais com a expressão proposta e observaram que a expressão previu resultados com boa aproximação resultando num erro de 1% com desvio padrão de 19%.

Segundo os autores, pode concluir-se que com uma abordagem para dimensionamento como a descrita acima leva a que haja uma rotura dúctil, que advém da flexão, ao invés de uma rotura frágil, característica da rotura por punçoamento.

2.2.12 Park e Choi (2006) [20]

Park e Choi [20], no decorrer do ano de 2006, publicaram um estudo no qual analisaram numericamente o comportamento da ligação laje-pilar sujeita a momentos desequilibrados, para o caso de um pilar interior. O *software* de elementos finitos utilizado caracterizava-se por permitir análises não lineares dos materiais constituintes dos elementos estruturais.

Os autores verificaram que existiam algumas diferenças entre o preconizado na norma americana, ACI318 [7], e o MC1990 [21]. Estas normas não fornecem previsões com grande precisão, estando este facto atribuído à dificuldade da quantificação da distribuição e intensidade dos esforços excêntricos. Park e Choi [20], analisaram a distribuição e a resistência dos esforços excêntricos e dos momentos de flexão que se originam na ligação laje-pilar, verificando que se obtém valores diferentes que os preconizados nas normas e que os esforços excêntricos são muito afetados pelos momentos de flexão presentes na seção crítica. Assim, os autores desenvolveram e verificaram, com resultados existentes de diversas campanhas experimentais, um método de dimensionamento aperfeiçoado para ligações laje-pilar interior.

Inicialmente, foram analisados vários modelos experimentais com recurso ao *software* de elementos finitos de forma a calibrar o modelo numérico. Os modelos experimentais correspondiam a painéis de laje fungiforme correspondentes a um pilar interior. De onde se obteve boa resposta na relação entre os modelos numéricos e experimentais, nomeadamente, na análise dos máximos momentos-*drifts* e força-deslocamento, apesar da significante diferença das propriedades, dos carregamentos e das condições de fronteira dos modelos analisados.

Posteriormente, os autores realizaram um estudo paramétrico com estruturas do mesmo género das anteriormente relatadas de forma a investigarem a distribuição e resistência dos esforços internos na ligação laje-pilar. Os parâmetros estudados foram: comprimento do vão, dimensão do pilar, percentagem de armadura longitudinal, carga gravítica e espessura da laje. O momento desequilibrado foi introduzido por forças verticais controladas por deslocamentos. Foi aproveitada a simetria dos modelos de forma a simplificar os cálculos e apenas foi modelada metade de cada laje.

Do estudo paramétrico, os autores obtiveram resultados que consideraram aceitáveis, sublinhando que o ACI318 [7] subestima a capacidade resistente de momentos na ligação lajepilar apresentando, por vezes, valores de resistência muito desviados dos previstos numericamente e experimentalmente. A razão entre os momentos calculados e os momentos previstos na norma americana mostrou uma grande variação de valores, limitada entre 0.85 a 3.85 e média de 1.48.

No final, os autores propuseram de um método de dimensionamento aperfeiçoado as ligações laje-pilar em situações de pilar interior, evidenciando também os casos em que há excentricidade de carga. No documento [20] estão descriminadas as equações propostas pelos autores deste trabalho para os vários casos abordados.

Da relação entre os momentos previstos pelo método de dimensionamento proposto e os momentos calculados pela análise numérica retirou-se uma média de 1.05, tendo como valores mínimos e máximos de 0.87 e 1.38, respetivamente.

Os autores concluíram, assim, que a distribuição interna dos esforços na ligação laje pilar não está de acordo com o preconizado no ACI318 [7] e o MC1990 [21] no que diz respeito aos esforços excêntricos. Defenderam ainda que: a proposta de dimensionamento oferece melhores resultados e aproximações mais exatas quando comparados com o ACI318 [7] e que para corretamente prever a resistência aos esforços excêntricos deve de ser considerada uma interação entre a resistência ao corte e os momentos de flexão que coabitam dentro da secção critica.

Um ano mais tarde, Park e Choi [22], realizaram um estudo em tudo idêntico. No entanto, o caso de estudo focou-se na situação em que os pilares se situam no bordo da laje.

2.2.13 Moreno e Sarmento (2008) [23]

Moreno e Sarmento [23], em 2008, publicaram um trabalho que tinha como principal objetivo o estudo, por vias experimental e numérica, do efeito da excentricidade do carregamento na capacidade última de lajes fungiformes, nomeadamente ao punçoamento.

O trabalho consistiu num estudo experimental de 6 modelos de laje fungiforme à escala real limitada pela zona próxima dos momentos nulos na vizinhança do pilar, tendo como dimensões em planta de 2500x2500 mm² e espessura de 180 mm. Os pilares eram quadrados e tinham 250x250 mm² de seção em planta. Nos modelos experimentais foram avaliadas as excentricidades, a influência da presença ou não armadura específica de punçoamento na resistência última e na inclinação do cone de rotura. Três dos modelos foram ensaiados ao punçoamento centrado e outros três com excentricidades, cada série destas tinha um modelo sem armadura específica de punçoamento e dois com este tipo de armadura. Os resultados foram, finalmente, comparados com previsões de análises numéricas, *software* DIANA, e com as previsões de diversos códigos e regulamentos.

As armaduras específicas de punçoamento eram constituídas por pernos (*studs*) de aço com diâmetro de 10 mm e constituídos por betão A500 NR. Na figura 20 ilustra-se um corte transversal de um modelo com presença de pernos.



CORTE TRANSVERSAL

Figura 20 – Corte Transversal de um modelo com studs [23].

O sistema de ensaio consistia como apresentado na figura 21. A aplicação das cargas foi realizada com recurso a um servo-atuador com capacidade de rotação do êmbolo em torno do eixo de 10°. A excentricidade foi introduzida com recurso a uma peça metálica que foi colocada sob o pilar e o atuador foi colocado de acordo com as excentricidades respetivas.

O ensaio foi realizado por prescrição de deslocamento controlado e a uma velocidade de 0,18 mm/min. A excentricidade aplicada foi de 200 mm e introduzida por deslocação do servoatuador na distância referida.



Figura 21 – Esquema geral de ensaios com excentricidade [23].

Através da observação dos resultados, os autores observaram que todos os modelos tiveram rotura por punçoamento assinalada por baixa ductilidade na ligação laje-pilar. Os pernos apenas apresentaram deformação mesurável para patamares de carga superiores a $^2/_3$ e $^3/_4$ da carga última para ensaios centrados e excêntricos, respetivamente.

As previsões numéricas reproduziram as respostas estruturais dos modelos de laje, sendo que os modelos numéricos foram fortemente influenciados pelo valor de rigidez de corte, associado ao material.

Os autores concluíram, ainda, que a excentricidade utilizada no estudo provocou uma redução da resistência ao punçoamento para os modelos sem e com pernos de 32% e 26%, respetivamente. Verificaram que a ductilidade dos modelos pouco se alterou com a presença de excentricidade. Ao se comparar as lajes providas com pernos, verificou-se que a utilização destes aumenta a resistência última em 23% e 34% para punçoamento centrado e excêntrico, respetivamente. Finalmente, os autores verificaram que no pós-rotura os modelos com pernos apresentaram melhor comportamento que os restantes.

2.2.14 Kheyroddin et al. (2008) [24]

No decorrer do ano de 2008, Kheyroddin et al. [24] publicaram um estudo relativo à análise da ligação laje-pilar através de elementos finitos tendo como foco principal a investigação das cargas excêntricas.

O *software* de elementos finitos foi desenvolvido pelos autores de forma a efetuar análises não lineares dos materiais e em 3 dimensões. O principal foco dos autores foi capacitar o *software* a

simular e reproduzir o comportamento de lajes fungiformes, nomeadamente obtenção de relações cargas-deslocamentos, cargas de rotura e padrões de fendilhação.

Os principais objetivos deste estudo foram: de prever o efeito do momento desequilibrado na carga de punçoamento, verificar a eficácia da armadura específica de punçoamento quando há transferência de momento desequilibrado da laje para o pilar e a comparação e avaliação das previsões numéricas com as normas ACI-318 [7] e a norma canadiana.

No modelo numérico o método Newton-Raphson foi o utilizado para obtenção das soluções de cálculo provenientes da análise não linear. A introdução de solicitações foi efetuada com recurso a um deslocamento prescrito na base do pilar, onde os autores tiveram o cuidado de utilizar passos de carga pequenos para as cargas iniciais de forma poderem identificar o início da formação de fendas.

O melhor modelo numérico, o que apresentou resultados mais próximos do experimental, foi obtido após vários estudos de sensibilidade da malha e quando se simulou a armadura longitudinal das lajes de forma discreta (varão a varão) em vez de forma distribuída (associado a uma percentagem de armadura por secção).

Para verificação/calibração do modelo numérico os autores recorreram às lajes experimentais desenvolvidas por Krüger [18].

Posteriormente, um estudo paramétrico foi realizado em que se analisou numericamente a ligação entre laje-pilar com presença de excentricidades no carregamento, na figura 22 ilustram-se os dois tipos de excentricidade utilizados no estudo e a sua estrutura.



Figura 22 – Esquema dos modelos numéricos com as excentricidades abordadas, mm [24].

Os autores verificaram que, ao compararem as cargas de rotura de um modelo com carregamento centrado com os modelos com excentricidade houve uma redução na capacidade resistente ao punçoamento de 26% e 38% para uma excentricidade de 150 mm e 300 mm, respetivamente.

De forma a perceberem melhor o efeito da excentricidade neste estudo, os autores desenvolveram modelos em que aumentaram em 30% a armadura longitudinal na zona próxima ao pilar. Assim, foi analisado um modelo de referência, com punçoamento centrado, e um modelo com excentricidade de 150 mm. Resultou que, com a referida excentricidade e o aumento da armadura longitudinal, houve uma redução da capacidade última de resistência ao

punçoamento de 21%. Verificando-se assim que com o aumento da percentagem de armadura na vizinhança do pilar faz com que o efeito da excentricidade seja menos sentido nesta ligação estrutural.

3. Agradecimentos

Este trabalho foi elaborado no âmbito do projeto FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Ações Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009), com o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia - Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Este projeto sobre o comportamento de lajes fungiformes sob a ação de cargas gravíticas e sísmicas deu já origem a várias publicações [25-49], servindo estas de meio de divulgação da investigação realizada.

Bibliografia

- ALEXANDER, S. e SIMMONDS, S. Ultimate strength of Slab-Column Connections. ACI Structural Journal, Volume 84, N. 3, 1987, págs. 255-261.
- [2] MAST., P Stresses in flat plates near columns. ACI Journal, Volume 67, N. 10, 1970 págs. 761-768.
- [3] NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. 2010.
- [4] LÚCIO, V. J. G.; APPLETON, J. A. S.; ALMEIDA, J. F. Ultimate limit state of punching in the (fib) FIP recommendations for the design of post-tensioned slabs and foundations. Structural Concrete, Volume 1, Issue 3, Setembro 2000, págs. 143-149.
- [5] Fédération Internationale de la Précontrainte. *Recommendations for the Design of Post-Tensioned Slabs and Foundation Rafts*. Seto, Londres, Maio, 1998.
- [6] Fédération Internationale du Béton: *Model Code 2010. First complet draft.* Bulletin 56. Volume 2. Lausane. 2010.
- [7] American Concrete Institute: *Building Code Requirements for Structural Concrete* (ACI318-08) and Commentary. ACI Committee 318. Farmington Hills, Janeiro, 2008.
- [8] NBR 6118 Associação brasileira de Normas Técnicas. Projeto e execução de obras em concreto armado e protendido – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [9] ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. ACI Journal, Volume 28, N. 1, EUA, 1956, págs. 29-58.
- [10] ROSENTHAL, I. *Experimental Investigation of Flat Plate Floors*. ACI Journal, Volume 56, EUA, 1959, págs. 153-166.
- [11] DI STASIO, J; VAN BUREN, M. P. Transfer of Bending Moment Between Flat Plate Floor and Column. ACI Journal, Volume 32, N. 3, EUA, 1960, págs. 299-314.
- [12] MOE, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Portland Cement Association, Volume D47, EUA, 1961.
- [13] KANOH, Y.; YOSHIZAKI, S. Strength of Slab-Column Connection Transferring Shear and Moment. ACI Journal, Volume 76, N. 22, EUA, 1979, págs. 461-478.
- [14] REGAN, P. E.; WALKER, P. R.; ZAKARIA, K. A. A. Tests of Reinforced Concrete Flat Slabs. School of the Environment, Polytechnic of Central London, 1979.
- [15] HAWKINS, N. M.; BAO, A.; YAMAZAKI, J. Moment Transfer from Slabs to Columns. ACI Structural Journal, Technical Paper, Volume 86, Número 6, 1989.
- [16] SOARES, J. M. P. Punçoamento Excêntrico em Lajes Fungiformes de Betão Armado. Tese apresentada no Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, Junho de 1993.

- [17] MARZOUK, H.; EMAM, M.; HILAL, S. Effect of High-Strength Concrete Columns on the behavior of Slab-Column Connections. ACI Structural Journal, Technical Paper, Volume 93, Número 5, 1996.
- [18] Krüger, G. *Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer*. International Workshop on Punching Shear, Stockholm, Sweden, 2000.
- [19] BROWN, S.; DILGER, W. Design of Slab-Column Connections to Resist Seismic Loading. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Canada, 2004.
- [20] PARK, H.; CHOI, K. Improved Strength Model for Interior Flat Plate-Column Connections Subjected to Unbalanced Moment. Journal of Structural Engineering, ASCE, EUA, 2006.
- [21] CEB-FIP; Fédération Internationale du Béton Model Code 1990 Design Code. Lausanne, 1993.
- [22] PARK, H.; CHOI, K. Strength of exterior slab-Column Connections Subjected to Unbalanced Moments. Engineering and Structures, Volume 29, 2007, págs. 1096-1014.
- [23] MORENO, C.; SARMENTO, A. M. Estudo Experimental e Modelação Numérica do Punçoamento Excêntricoem Lajes Fungiformes. Encontro Nacional Betão Estrutural, Guimarães, 2008.
- [24] KHEYRODDIN, A.; HOSEINI VAEZ, S. R.; NADERPOUR, H. Investigation of Finite Element Model of Slab Column Connections Under Eccentric Load. The 14th World Conference on Earthquake Engineering, China, 2008.
- [25] RAMOS, A. M. P. e LÚCIO, V. Post-Punching Behaviour of Prestressed Concrete Flat Slabs. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, 60, no. 4, Maio, 2008.
- [26] FARIA, D., BISCAIA, H., LÚCIO, V. e RAMOS, A Punching of reinforced concrete slabs and experimental analysis and comparison with codes. Proceedings of IABSE-Fib Codes in Structural Engineering – Developments and Needs for International Practice, Cavtat, Dubrovnik, Croácia, Maio 2010.
- [27] GOMES, J. e RAMOS, A. Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes Reforçadas com Armadura Transversal Aderente Pós-Instalada, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [28] PAIAS, J. e RAMOS, A. Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes de Betão Reforçado com Fibras de Aço, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [29] RAMOS, A. P., LÚCIO, V e REGAN, P.E. *Punching of flat slabs with in-plane forces*, Engineering Structures, Volume 33, Issue 3, Março, 2011.
- [30] FARIA, D.; LÚCIO, V.; RAMOS, A. Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding. Engineering and Structures, Volume 33, Junho 2011, págs. 2025-2043.

- [31] FARIA, D., BISCAIA, H., LÚCIO, V. e RAMOS, A Material and geometrical parameters affecting punching of reinforced concrete flat slabs with orthogonal reinforcement. Short Paper, fib Symposium PRAGUE 2011 – Concrete Engineering for Excellence and Efficiency, Praga, República Checa, Junho 2011.
- [32] RAMOS, A., LÚCIO, V., FARIA, D. e INÁCIO, M. Punching Research at Universidade Nova de Lisboa. Design Of Concrete Structures and Bridges Using Eurocodes, Bratislava, Eslováquia, Setembro 2011.
- [33] FARIA, D., LÚCIO, V., e RAMOS, A. Pull-out and push-in tests of bonded steel strands. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, Volume 63, Issue 9, pp 689-705, September, 2011.
- [34] FARIA, D., INÁCIO, M., LÚCIO, V. e RAMOS, A. Punching of Strengthened Concrete Slabs – Experimental Analysis and Comparison with Codes, IABSE, Structural Engineering International, No. 2 – "Codes of Practice in Structural Engineering", Maio 2012.
- [35] GOMES, J. e RAMOS, A. P. Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 1). Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 23-33.
- [36] GOMES, J. e RAMOS, A. P. Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 2). Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 34-43.
- [37] FARIA, D., LÚCIO, V., e RAMOS, A., *Post-Punching Behaviour of Flat Slabs Strengthened with a New Technique using Post-Tensioning*, Engineering Structures, Volume 40, Julho 2012, pp 382-397.
- [38] MAMEDE, N., RAMOS, A. e FARIA, D. Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao Punçoamento de lajes fungiformes, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [39] FARIA, D.; LÚCIO, V. e RAMOS, A. *Reforço de lajes com recurso a pós-tensão com ancoragens por aderência*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [40] INÁCIO, M.; RAMOS, A.; LÚCIO, V. e FARIA, D. Punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos – efeito da área e posicionamento da ancoragem, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [41] INÁCIO, M.; RAMOS, A.; FARIA, D. Strengthening of flat slabs with transverse reinforcement by introduction of steel bolts using different anchorage approaches. Engineering and Structures, Volume 44, Novembro 2012, págs. 63-77.
- [42] MONTEIRO AZEVEDO, N. e LEMOS, V. A 3D generalized rigid particle contact model for rock fracture, Engineering Computations, Vol 30 (2), 2013, pp. 277-300.

- [43] CLÉMENT, T., RAMOS, A. P., FERNÁNDEZ RUIZ, M. e MUTTONI, A. Design for punching of prestressed concrete slabs. Structural Concrete, 14: 157–167. 2013.
- [44] MAMEDE, N.; RAMOS, A., FARIA, D. Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement. Engineering and Structures, Volume 48, Março 2013, p. 442-457.
- [45] INÁCIO, M.; RAMOS, A., LÚCIO, V. e FARIA, D. Punching of High Strength Concrete Flat Slabs - Experimental Investigation, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, 4p, Tel Aviv, Abril de 2013.
- [46] FARIA, D.; LÚCIO, V. e RAMOS, A. Development of a Design Proposal for a Slab Strengthening System using Prestress with Anchorages by Bonding, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.
- [47] GOUVEIA, N.; FERNANDES, N., FARIA, D.; RAMOS A. e LÚCIO, V. Punching of Steel Fibre Reinforcement Concrete Flat Slabs, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril, 2013.
- [48] SILVA, R.; FARIA, D.; RAMOS, A.; INÁCIO, M. A physical approach for considering the anchorage head size influence in the punching capacity of slabs strengthened with vertical steel bolts, Structural Concrete, Junho, 2013.
- [49] GOUVEIA, N. D.; FARIA, D. M. V. e RAMOS, A. M. P., Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras de aço. Revista Internacional Tech ITT, № 34, Outubro de 2013, Vol. 11, 22-31.