Punçoamento em Lajes de BRFA - Estado da Arte

Nuno Dinarte Gouveia

Relatório 3

FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009)

Junho de 2014

Índice

1. Introdução.		2
2. Estado da A	rte	3
2.1 Punço	pamento em Lajes de Betão com Fibras – Ensaios Monotónicos	
2.1.1	Swamy e Ali - 1982	
2.1.2	Narayanan e Darwish - 1987	4
2.1.3	Alexander e Simmonds - 1992	7
2.1.4	Theodorakopoulos e Swamy - 1993	7
2.1.5	Shaaban e Gesund - 1994	
2.1.6	Harajli <i>et al.</i> - 1995	9
2.1.7	McHarg - 1997	11
2.1.8	Vargas - 1997	13
2.1.9	Azevedo - 1999	15
2.1.10	Naaman et al 2007	16
2.1.11	De Hanai e Holanda - 2008	
2.1.12	Cheng e Parra-Montesinos - 2010	
2.1.13	Paias - 2010	
2.1.14	Higashiyama et al 2011	
2.1.15	Nguyen-Minh et al 2012	
2.1.16	Maya et al 2012	
2.1.17	Gouveia <i>et al.</i> - 2013	
2.2 Punço	pamento em Lajes de Betão com Fibras – Ensaios cíclicos	
2.2.1	Diaz - 1991	
2.2.2	Cheng e Parra-Montesinos - 2010	
2.3 Euroc	código 2 – NP EN 1992-1-1 e <i>fib</i> Model Code 2010	
2.3.1	Eurocódigo 2 – NP EN 1992-1-1	
2.3.2	fib Model Code 2010	
3. Agradecime	entos	
Bibliografia		

1. Introdução

A adopção de lajes fungiformes em edifícios é uma solução comum devido a ser económica, de fácil e rápida construção. Neste tipo de estruturas, um dos inconvenientes é o fenómeno de punçoamento, que surge pela actuação de uma carga concentrada (pilar) na laje. Diz-se que ocorreu punçoamento numa laje quando se produz uma rotura com forma tronco-piramidal, se o pilar for quadrado ou com forma tronco-cónica, se o pilar for circular, à volta do pilar no qual a laje se apoia.

Existem diversas técnicas para melhorar a capacidade resistente ao punçoamento, como por exemplo, a colocação de armaduras transversais na forma de estribos ou de "studs", a colocação de um capitel de betão, o aumento da espessura da laje ou da secção do pilar, utilização de póstensão ou mais recentemente o uso de betão reforçado com fibras (BRF). Cada uma das técnicas enumeradas apresenta as suas vantagens e desvantagens.

Enquanto material estrutural, o betão caracteriza-se pela sua elevada resistência à compressão mas baixa resistência à tracção. Devido a este comportamento distinto, o betão quando está sujeito a esforços de tracção é reforçado com varões de aço no seu interior, com o intuito destes resistirem a tais esforços. Para que o betão tenha capacidade de resistir a esforços de tracção em qualquer direcção, são adicionadas fibras curtas, distribuídas de forma aleatória para reforçar a mistura. Como existe um aumento na capacidade de resistência à tracção, diminui-se a abertura das fendas e os mecanismos responsáveis pela sua propagação, criando "pontes" que ligam as faces da fenda. Note-se que as características mecânicas do betão reforçado com fibras dependem das propriedades das fibras, da matriz, da interacção fibramatriz e da distribuição das fibras dentro da matriz cimentícia.

O comportamento do betão reforçado com fibras tem sido alvo de investigação já há algumas décadas, mas não se tem conhecimento de outros ensaios ao punçoamento monotónico ou cíclico de lajes com fibras que sejam acompanhadas por uma caracterização tão detalhada das propriedades do betão, nomeadamente do seu comportamento à tracção, através da definição de uma lei tensão-abertura da fenda do betão utilizado nas lajes, daí a importância do estudo do BRF para o esclarecimento de algumas destas questões.

Neste relatório é apresentado o estado do conhecimento sobre o punçoamento em lajes de betão reforçado com fibras. De forma resumida, são descritos e analisados trabalhos experimentais realizados por alguns investigadores, com o objectivo de estudar o comportamento do betão reforçado com fibras quando sujeito ao punçoamento em lajes fungiformes. Em alguns casos são apresentados os modelos e expressões de cálculo desenvolvidos para ter em consideração a presença de fibras no betão para prever a capacidade resistente ao punçoamento. Por fim, são apresentadas as metodologias de cálculo ao punçoamento da NP EN 1992-1-1 [1] e do recente *fib* Model Code 2010 [2].

2. Estado da Arte

O estudo da ligação laje-pilar em lajes fungiformes tem sido alvo de grande investigação. Normalmente, o seu dimensionamento é condicionado pela sua resistência ao punçoamento. Com o intuito de aumentar a sua capacidade resistente e alterar o seu modo de rotura, diversos autores têm investigado o efeito da adição de fibras no betão, empregando variáveis específicas em cada estudo, entre elas:

- tipo de fibra;
- relação de aspecto da fibra;
- percentagem de fibras;
- dimensões do pilar;
- espessura da laje;
- resistência à compressão do betão;
- percentagem geométrica de armadura longitudinal.

2.1 Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras - Ensaios Monotónicos

De seguida apresenta-se um resumo de alguns dos trabalhos de investigação disponíveis na bibliografia, que visam ensaios experimentais realizados, com o intuito de estudar o efeito do betão com fibras no comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes. É ainda apresentado o processo de cálculo da NP EN 1992-1-1 [1] e do novo *fib* Model Code 2010 [2], relativamente ao assunto referido anteriormente.

2.1.1 Swamy e Ali - 1982

Swamy e Ali [3] estudaram ligações laje-pilar em lajes fungiformes sujeitas ao punçoamento, realizadas com betão reforçado com fibras. A escolha da dimensão das lajes foi efectuada para que abrangesse os momentos negativos na laje, na região do pilar, limitada pela linha de momentos nulos. Realizaram lajes à escala reduzida com 1800 x 1800 x 125 mm com uma altura útil de 100 mm. O pilar, em betão armado, foi colocado na face superior da laje na zona central para simular o carregamento, com dimensões transversais de 150 x 150 mm e uma altura de 250 mm. Realizaram um betão para ter aproximadamente 45 MPa de resistência à compressão em cubos aos 28 dias. Ensaiaram dezanove modelos de laje, simplesmente apoiados nos quatro bordos.

As principais variáveis foram:

- tipo de fibras (gancho, onduladas, recta);
- localização das fibras;
- volume de fibras (0 a 1.37%);
- quantidade da armadura de flexão;
- localização da armadura de flexão;
- combinação das fibras com a armadura específica de punçoamento.

Comparando a ligação laje-pilar de betão normal e betão com fibras, as fibras influenciam em três factores principais no seu comportamento:

- a) promovem uma diminuição dos deslocamentos em todas as etapas do carregamento (1% de fibras diminui em 30% as deformações em serviço), particularmente depois das primeiras fendas;
- b) aumentam a carga última das ligações (1% de fibras aumentou a carga última em 40%);
- c) aumentam as deformações sofridas na rotura, revelando uma maior ductilidade.

Principais conclusões de Swamy e Ali [3]:

- As fibras não só transformaram a rotura frágil, típica no punçoamento, em uma mais dúctil, como afastam a superfície de rotura para mais longe da face do pilar e aumentam a carga última de punçoamento;
- Verificaram que colocando betão com fibras até uma distância de 3h da face do pilar é tão eficiente como colocá-lo em toda a laje;
- No geral, as fibras onduladas foram mais efectivas para resistir às deformações e para aumentar a capacidade de carga ao punçoamento, ductilidade e absorção de energia das lajes. As fibras rectas não são tão eficazes quanto as de gancho e as onduladas;
- Verificaram, através da extensa fendilhação, que as fibras promovem a melhoria no comportamento pós-fendilhação das lajes, aumentando a ductilidade em 100% e a absorção de energia em 300%, para um volume de adição de fibras de 1%;
- O uso de fibras aumentou a capacidade de flexão da ligação laje-pilar em 30% a 40%;
- As fibras tiveram um papel positivo no controlo da fendilhação mesmo depois de atingida a carga última, aumentando a resistência residual da ligação, obtendo um aumento na laje com 1% de fibras de cerca de 70% a 75%.

2.1.2 Narayanan e Darwish - 1987

Narayanan e Darwish [4] investigaram a resistência e o comportamento do betão reforçado com fibras de aço (BRFA) em lajes sujeitas ao punçoamento. Com isto, desenvolveram uma expressão que pode ser aplicada, com suficiente precisão, para prever a carga última ao punçoamento de ligações laje-pilar com BRFA.

Ensaiaram 12 lajes quadradas, com 780 mm da lado e com 60 mm de espessura, simplesmente apoiadas nos quatro bordos, dimensionadas para terem uma rotura por punçoamento. A carga foi simulada por um pilar quadrado em betão com 100 mm de lado (Figura 2.1).

Com o objectivo de avaliar o efeito da percentagem volumétrica de fibras no comportamento do BRFA na resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar, realizaram 6 lajes variando unicamente esse parâmetro entre 0.00 e 1.25%, com um intervalo de 0.25% entre elas. Em outras 4 lajes, só variaram a percentagem de armadura longitudinal entre 1.79% e 2.69%, e nas restantes 2 lajes, variaram a resistência à compressão do betão, mantendo os restantes parâmetros. Na Tabela 2.1 estão apresentados os detalhes dos modelos realizados por estes autores.



Figura 2.1 – Esquema da ligação laje-pilar adoptada por Narayanan e Darwish [4].

Série	Modelo	Mistura	$\rho_l^{(1)}(\%)$	$ ho_{f}^{(2)}(\%)$	$F_{f}^{(3)}$
	S 1	А	2.01	-	-
	S2	А	2.01	0.25	0.19
1	S 3	А	2.01	0.50	0.37
1	S4	А	2.01	0.57	0.56
	S5	А	2.01	1.00	0.75
	S6	А	2.01	1.25	0.94
	S7	А	1.79	1.00	0.75
r	S 8	А	2.24	1.00	0.75
2	S 9	А	2.46	1.00	0.75
	S10	А	2.69	1.00	0.75
2	S11	В	2.01	1.00	0.75
5	S12	В	2.01	1.00	0.75

Tabela 2.1 – Detalhes dos modelos realizados por Narayanan e Darwish [4].

 ⁽¹⁾ percentagem geométrica de armadura longitudinal;
 ⁽²⁾ percentagem volumétrica de fibras;
 ⁽³⁾ parâmetro que têm em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação;

As fibras utilizadas foram as onduladas com 0.3 mm de diâmetro, com uma esbelteza de 100 e uma resistência última de 2000 MPa.

A aplicação da carga foi realizada com 16 a 24 incrementos até à rotura. Os incrementos iniciais eram de 5 kN em intervalos de 4 minutos, sendo muito mais pequenos próximo da carga de rotura (não são quantificados os incrementos finais).

Os resultados obtidos no ensaio mostram que a resistência ao punçoamento aumenta com o aumento da percentagem de fibras adicionadas. Verificaram numa das lajes que a rotura foi por flexão, pois essa laje tinha sido dimensionada para ter uma resistência ao punçoamento próxima da resistência de flexão da laje. Havia mais fendas nas lajes com maior percentagem de fibras, sendo a abertura destas de menor dimensão em comparação com as fendas da laje sem fibras.

A expressão simplificada desenvolvida por Narayanan e Darwish [4], para estimar a resistência última ao punçoamento de lajes de BRFA, foi a Equação (2.1):

$$V(kN) = \lambda_s \cdot \left(0.24 \cdot f_{spf} + 16 \cdot \rho_l + \nu_b\right) \cdot b_{pf} \cdot d$$
(2.1)

$$f_{spf} = \frac{f_{ccm}}{20 - \sqrt{F_f}} + 0.7 + \sqrt{F_f}$$
(2.2)

$$F_f = \frac{k_b \cdot L_f \cdot \rho_f}{D_f} \tag{2.3}$$

$$b_{pf} = u \cdot (1 - 0.55 \cdot F_f) \tag{2.4}$$

$$\lambda_s = 1.6 - 0.002 \cdot h \tag{2.5}$$

$$v_b = 0.41 \cdot \tau \cdot F_f \tag{2.6}$$

em que λ_s é um factor que traduz o efeito de escala que depende da espessura da laje h (mm), F_f é um parâmetro adimensional que tem em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação, k_b é um factor adimensional que tem em conta a geometria da fibra, ρ_f é a percentagem volumétrica de fibras, e L_f e D_f são o comprimento e diâmetro das fibras (mm), respectivamente, f_{ccm} é a resistência à compressão do betão em cubos com 150 mm de lado (MPa), v_b é a tensão de arrancamento nas fibras ao longo da fenda inclinada (MPa), τ é a tensão média de ligação das fibras ao betão na interface, tomada como 4.15 MPa, e u é o perímetro crítico localizado a 1.5 d da face do pilar (mm).

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com uma resistência à compressão em cilindros entre 30 MPa a 53 MPa, percentagem de armadura longitudinal entre 1.8% a 2.7%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.00 a 1.25%, altura útil de 45 mm e fibras do tipo onduladas, com 0.3 mm de diâmetro, com uma esbelteza de 100, com tensão de rotura à tracção de 2000 MPa.

O valor médio da razão entre o valor experimental e o valor previsto para as 12 lajes de Narayanan e Darwish [4] e 5 lajes de outros autores é de 1.06, com um desvio padrão de 0.132 e um coeficiente de variação 12.4%.

Narayanan e Darwish [4] puderam concluir que:

 O reforço de betão com fibras de aço em lajes (com pelo menos 0.5% de fibras adicionadas) exibe uma rotura por punçoamento mais dúctil, quando comparadas com uma laje sem fibras. Foi observado, após se atingir a carga máxima, um considerável aumento na carga residual, especialmente para elevadas percentagens volumétricas de fibras;

- O aumento do parâmetro F_f mostrou ser eficiente pois fez aumentar a resistência ao punçoamento. Com o aumento deste parâmetro de 0 para 0.94, a força última aumentou 42%;
- O parâmetro F_f influenciou a posição do perímetro crítico de punçoamento próximo da área de carregamento;
- A expressão proposta prevê razoavelmente a resistência ao punçoamento de lajes de betão reforçadas com fibras de aço.

2.1.3 Alexander e Simmonds - 1992

Alexander e Simmonds [5] estudaram o efeito da adição de fibras no betão em ligações lajepilar quando sujeitas ao punçoamento. Ensaiaram isoladamente seis modelos de ligação lajepilar, em que as lajes quadradas tinham dimensões 2750 x 2750 x 150 mm e os pilares, também quadrados, com dimensões 200 x 200 x 200 mm. Uma das variáveis foi a quantidade de fibras adicionadas (aproximadamente de 0, 30 e 60 kg/m³), utilizando unicamente um único tipo de fibra, as onduladas. A outra variável foi o recobrimento da armadura de flexão (11 e 38 mm), diminuindo consequentemente a altura útil. Os autores utilizaram uma resistência à compressão em cilindros (com 150 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento) em todos os modelos de aproximadamente de 35 MPa aos 28 dias.

Conclusões de Alexander e Simmonds [5]:

- Verificaram que a adição de fibras de aço fez aumentar a resistência ao punçoamento das ligações laje-pilar em 20% e 30%, dependendo da percentagem em volume das fibras adicionadas;
- Observaram que diminuição da altura útil baixou ligeiramente a resistência ao punçoamento da ligação laje-pilar, como seria de esperar;
- A adição de fibras no betão fez com que aumentasse a ductilidade das ligações lajepilar.

2.1.4 Theodorakopoulos e Swamy - 1993

Theodorakopoulos e Swamy [6] realizaram um estudo sobre a influência de fibras de aço nas características e no comportamento de betão leve em ligações laje-pilar, dimensionadas para terem uma rotura por punçoamento.

Efectuaram 20 modelos à escala reduzida de um protótipo estrutural, em que investigaram várias variáveis, incluindo a percentagem volumétrica de fibras, o tipo de fibras, a percentagem de armadura longitudinal, dimensões do pilar e resistência à compressão do betão. As dimensões dos modelos foram escolhidas por forma a estarem compreendidas na região de momento flector negativo em torno do pilar e dentro da linha de inflexão. Os modelos eram quadrados com 1800 mm de lado e com 125 mm de espessura, com uma altura útil de 100 mm. O pilar em betão armado foi posicionado no centro da laje, tendo uma altura de 250 mm desde a face da laje até ao topo do pilar.

A distribuição das fibras foi realizada ao longo de toda a altura da laje, mas somente numa zona quadrada em planta de 1100 mm de lado no centro da laje, excepto numa, em que a distribuição foi realiza em toda a laje. Na Tabela 2.2 são apresentados os tipos e respectivas características das fibras utilizadas por estes autores.

Tipo de fibra	Tipo de secção	Comprimento L_f (mm)	Diâmetro equivalente $D_{e,f}$ (mm)	Esbelteza $L_f/D_{e,f}$	Tensão última de tracção (MPa)
Ondulada	circular	50	0.500	100	1820
"Japanese"	rectangular	25	0.418	60	-
Com Ganchos	circular	50	0.500	100	1100
"Paddle"	elíptica	53	0.76	70	952
Ondulada	circular	38	0.428	90	-

Tabela 2.2 – Tipos e características das fibras utilizadas por Theodorakopoulos e Swamy [6].

Verificaram que a presença de fibras no betão melhorou a ductilidade e a absorção de energia das ligações laje-pilar, preservando continuidade e integridade desse elemento estrutural após a rotura.

Os resultados fornecem provas conclusivas e extensivas de que a presença de fibras no betão actua eficazmente no reforço ao punçoamento, e pode também compensar substancialmente a redução do módulo de elasticidade e a menor resistência de tracção do betão leve.

Principais conclusões de Theodorakopoulos e Swamy [6]:

- A adição de 1% de fibras em betão leve na ligação laje-pilar aumentou a força correspondente ao início da fendilhação, a resistência à flexão e a resistência última ao punçoamento em cerca de 30% a 45%;
- A presença de fibras no betão pode levar a aumentos de 15% a 40% das cargas de serviço;
- A presença de fibras pode atrasar a formação de fendas de punçoamento nas ligações laje-pilar;
- As fibras onduladas e as de maior comprimento proporcionaram melhores resultados;
- As fibras têm um papel específico na preservação da continuidade e integridade da ligação laje-pilar na rotura. Isto é reflectido na maior capacidade da resistência residual;
- O uso de betão leve, com ou sem fibras, demostrou ser tão fiável quanto um betão normal para a resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar.

2.1.5 Shaaban e Gesund - 1994

Shaaban e Gesund [7] estudaram os efeitos da colocação de fibras nas lajes de betão sujeitas ao punçoamento, variando apenas o volume percentual de fibras (0 a 2%). Os modelos eram quadrados com 1600 mm de lado e com cerca de 83 mm de espessura, com uma altura útil de 65 mm. O pilar em betão armado foi posicionado no centro da laje, sendo quadrado com 63.5 mm de lado e com uma altura de 69 mm desde a face da laje até ao topo do pilar. Usaram no seu

estudo fibras de aço onduladas ($L_f = 25$ mm). Foram ensaiadas treze lajes, em que os resultados demostraram uma maior resistência ao punçoamento quando se adicionava as fibras.

Observaram que as superfícies de rotura apresentavam um ângulo médio de 20° com a horizontal e também que os modelos com fibras tinham superfícies de rotura na forma de tronco de pirâmide invertida.

Os autores, com base nos resultados que obtiveram, propuseram uma expressão para a resistência ao punçoamento semelhante à do ACI 318-89 [8], mas que tivesse em conta a introdução de fibras no betão. A expressão proposta foi a Equação (2.7):

$$V(N) = 0.083 \cdot \left[\left(0.3 \cdot W_f + 6.8 \right) \cdot \sqrt{f_{cm}} \right] \cdot u \cdot d$$
(2.7)

em que:

- W_f é a quantidade de fibras introduzidas (kg/m³);
- *f_{cm}* é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (150 mm x 300 mm) (MPa);
- *u* é o comprimento do perímetro crítico definido pelo ACI 318-89 [8], a *d*/2 da face do pilar (mm);
- $d \notin a$ altura útil (mm).

Esta expressão foi obtida da análise dos resultados experimentais destes autores, que têm por base, o uso de pilares rectangulares em betão armado, resistência à compressão em cilindros entre 22 MPa a 47 MPa, percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.0%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média de 60 mm e fibras do tipo onduladas, com 25 mm de comprimento, com tensão última de 1200 MPa.

A vantagem desta expressão é que manteve as bases da expressão para a resistência ao punçoamento proposta pelo ACI 318-89 [8] para betão comum, introduzindo a parcela de percentagem de fibras.

2.1.6 Harajli et al. - 1995

Harajli *et al.* [9] realizaram doze modelos de ligação laje-pilar, com o objectivo de investigar o efeito do reforço de lajes de betão armado com fibras no punçoamento.

De entre os vários parâmetros que influenciam a resistência das lajes ao punçoamento, variaram no seu estudo o tipo de fibra utilizada, a esbelteza e a percentagem de fibras, além das espessuras dos modelos. Foi adoptada uma geometria quadrada para as lajes, tendo 650 mm de lado, com uma espessura variável, sendo de 55 mm para os modelos da série A e 75 mm para os modelos da série B. Os pilares também tinham forma quadrada, tendo 100 mm de lado. Estudaram dois tipos de fibras: as de aço com ganchos nas extremidades ("hooked") e as de polipropileno.

Os modelos eram compostos por um betão de resistência normal e com uma percentagem de armadura longitudinal de flexão de 1.12% em varões de 10 mm de diâmetro. O equipamento

utilizado para os ensaios aplicava, no centro da laje, um deslocamento do pistão com uma velocidade de 0.5 mm/min e era capaz de controlar a deformação.

A curva força *vs* deslocamento vertical dos modelos estudados, mostra um comportamento mais dúctil à medida que aumentou a percentagem de fibras. Verificaram que os modelos com fibras de polipropileno aumentam a ductilidade da laje, mas não trazem um aumento significativo de resistência ao punçoamento, quando comparados com os modelos com adições de fibras de aço.

Após a análise da influência das fibras na resistência e ductilidade na ligação laje-pilar, Harajli *et al.* propuseram uma formulação para determinar a carga última ao punçoamento, em função do volume de fibras de aço adicionado ao betão. Note-se que essa expressão só é válida para o mesmo tipo de condições, isto é, para este tipo de fibras e para modelos com as mesmas dimensões utilizadas no estudo.

Na Figura 2.2 estão representados os valores obtidos nas duas séries, incluindo também a melhor recta de aproximação entre esses valores.



Figura 2.2 – Relação da resistência última normalizada com a percentagem de fibras (adaptado de Harajli *et al.* [9]).

A Equação (2.8) é a proposta por Harajli *et al.* [9] para o cálculo da força de punçoamento do BRFA.

$$V(N) = (\zeta + 0.096 \cdot \rho_f) \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}$$
(2.8)

em que:

- ρ_f é a percentagem de fibras introduzidas no betão (%);
- $u \neq 0$ comprimento do perímetro crítico a d/2 da face do pilar (mm);
- *d* é a altura útil (mm);
- *f_{cm}* é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (150 mm x 300 mm) (MPa);

• ζ é o mínimo de (Equação (2.9)):

$$\zeta = \min \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \\ \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{u} + 2\right) \\ \frac{1/3} \end{cases}$$
(2.9)

- β_c é a relação entre as dimensões das faces do pilar;
- α_s vale 40 para pilares interiores, 30 para pilares de bordo e 20 para pilares de canto.

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros entre 20 MPa a 34 MPa, uma percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.12%, uma percentagem volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média e 39 mm e 55 mm e fibras com ganchos nas extremidades ("hooked"), com um comprimento de 30 mm e um diâmetro de 0.5 mm.

Os autores apresentam também uma expressão que traduz a acréscimo da carga última de punçoamento, que resulta da combinação dos vários resultados experimentais de outros investigadores.

Conclusões de Harajli et al. [9]:

- A introdução de fibras provoca um aumento da resistência ao punçoamento das lajes;
- O aumento da resistência ao punçoamento, devido à presença de fibras, é controlado principalmente pela fracção de percentagem de fibras de aço, e é independente do comprimento ou esbelteza das mesmas;
- A presença de fibras de aço nas lajes, não só aumenta a ductilidade da ligação laje-pilar e a energia de absorção, como pode tornar o modo de rotura diferente, passando de punçoamento puro, para flexão pura ou uma combinação flexão-punçoamento;
- As fibras de aço diminuem o ângulo de corte de rotura das lajes, afastando consequentemente a superfície de rotura ainda mais da face do pilar.

2.1.7 McHarg - 1997

McHarg [10] estudou o comportamento da ligação laje-pilar sujeita ao punçoamento, colocando elevada taxa de armadura de flexão com diferentes disposições, variando também o volume percentual de fibras de aço. Ensaiou 6 modelos de laje à escala real (2300 x 2300 x 150 mm), em que os pilares eram quadrados com 225 mm de lado. O betão das lajes tinha uma resistência à compressão de aproximadamente 30 MPa em cilindros (ϕ 150 mm x 300 mm), enquanto que o betão dos pilares tinha aproximadamente 80 MPa, medida também em cilindros (ϕ 150 mm x 300 mm).

Apresenta-se na Figura 2.3 a distribuição das armaduras superiores.



Figura 2.3 - Distribuição das armaduras superiores dos modelos de McHarg [10].

Na Figura 2.4 é apresentada a distribuição das armaduras inferiores.



Figura 2.4 – Distribuição das armaduras inferiores dos modelos de McHarg [10].

Adoptou a seguinte nomenclatura para a definição das diferentes lajes:

- *NSCU* "Normal-strength concrete slabs uniform" (Lajes com betão normal e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *NSCB* "Normal-strength concrete slabs banded" (Lajes com betão normal e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior);
- *FRSU* "fiber-reiforced placed over the entire depth of the slabs uniform" (Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *FRSB* "fiber-reiforced placed over the entire depth of the slabs banded" (Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior);
- *FRCU* "fiber-reiforced placed only in the top cover concrete uniform" (Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *FRCB* "fiber-reiforced placed only in the top cover concrete banded" (Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior).



Na Figura 2.5 é apresentado um esquema das lajes de cada série.

Figura 2.5 – Esquema das lajes realizadas por McHarg [10].

O volume percentual de fibras de aço, quando adicionadas, foi de 0.5%. As fibras, em gancho nas extremidades, tinham um comprimento $L_f = 30$ mm e um diâmetro $D_f = 0.50$ mm.

McHarg [10] pôde concluir que:

- A utilização de 0.5% de fibras de aço localizadas até uma distância de 500 mm (aproximadamente 3.3 *h*, sendo *h* a espessura da laje) da face do pilar, ocasionou um aumento da resistência ao punçoamento, da ductilidade e da rigidez após a fendilhação;
- A colocação de armadura de flexão mais concentrada sobre o pilar aumentou a resistência ao punçoamento da laje;
- Observaram uma diminuição da abertura das fendas e também uma diminuição das tensões nas armaduras traccionadas por flexão da laje nas condições de utilização, nos modelos com fibras.

2.1.8 Vargas - 1997

Vargas [11] estudou ensaiou doze modelos de lajes fungiformes quadradas com 800 mm de lado e 60 mm de espessura. O pilar, com geometria quadrada com 100 mm de lado, foi posicionado no centro da laje, atravessando-a. Separou os modelos em duas séries, ficando com seis modelos em cada uma. Na primeira série utilizou um betão normal com resistência à compressão aos sete dias de aproximadamente 30 MPa em cilindros (\$100 mm x 200 mm). Repartiu esta série por três lajes sem reforço (sem armaduras transversais) e três lajes reforçadas com armadura transversal tipo pino. Esses três modelos, independentemente se tinham ou não reforço, distinguiam-se entre si de acordo com o seu volume percentual fibras de 0.00, 0.75% e 1.50%. Na segunda série, utilizou um betão de alta resistência com aproximadamente 85 MPa em cilindros (\$100 mm x 200 mm) aos sete dias, repartindo-a também nas mesmas condições que a primeira série. A nomenclatura utilizada por este autor foi:

- *CBR* : Betão com resistência normal (≈ 30 MPa);
- *CAR* : Betão de alta resistência (≈ 85 MPa);
- A_{sw} : Armadura transversal.

Na Figura 2.6 são apresentados os valores de força resistente em função do volume de fibras obtidos por este autor.





Da análise aos resultados apresentados na Figura 2.6, Vargas [11] concluiu que:

- a introdução de fibras no betão confere um aumento na resistência ao punçoamento das lajes;
- a introdução de armadura transversal tem uma considerável influência no valor da carga final na resistência da laje ao punçoamento;
- aparentemente a adição de fibras nas lajes sem armadura transversal é mais efectiva nos betões de alta resistência do que nos betões de resistência normal, ou seja, o aumento percentual da carga é maior nas lajes de betão de alta resistência do que naquelas com betão normal;
- a adição de fibras proporciona aumentos percentuais de carga maiores nas lajes com armadura transversal do que nas lajes sem armadura transversal.

Conclusões de Vargas [11]:

- A deformação e ductilidade das lajes aumentaram com a adição de fibras;
- A abertura das fendas foi reduzida e houve um melhor controlo destas;
- O aumento da adição de fibras, não só aumentou a ductilidade, mas também, em certos casos, modificou o modo de rotura de punçoamento puro, para rotura combinada flexãopunçoamento quando existe armadura de punçoamento;

 A combinação de betão de alta resistência com armadura de punçoamento e com fibras de aço, aumentou significativamente a resistência ao punçoamento das lajes de betão armado.

2.1.9 Azevedo - 1999

Azevedo [12] estudou doze modelos de lajes fungiformes, analisando a resistência ao punçoamento e ductilidade da ligação laje-pilar. Para isso, efectuou diferentes combinações de resistências do betão, diferentes volumes de fibras, e colocou em algumas lajes armadura transversal na forma de conectores de aço (Figura 2.7 (a)).

As lajes tinham uma geometria quadrada com 1160 mm de lado e com 100 mm de espessura (Figura 2.7 (b)). O pilar foi simulado por um carregamento aplicado no centro da superfície superior através de uma placa de aço quadrada com 80 mm de lado e uma espessura de 37 mm. Utilizou varões de 10 mm de diâmetro para a armadura superior, espaçadas de forma a resistir a um momento flector único em ambas direcções. Os conectores foram dispostos radialmente, compostos de armaduras de aço de 6,6 mm.



(b) Disposição das armaduras longitudinais e transversais.

Figura 2.7 – Distribuição das armaduras longitudinais e transversais utilizadas por Azevedo [12] (Adaptado de Azevedo [12]).

Azevedo [12] optou por utilizar duas séries de 6 lajes, em que a primeira tinha betão resistência normal e a segunda betão de alta resistência. Metade de cada série tinha armadura transversal e em cada grupo de três modelos a percentagem de fibras foi de 0.00, 0.75% e 1.50%. As fibras utilizadas foram rectas com ganchos nas duas extremidades, de comprimento total igual a 30 mm, diâmetro de 0.45 mm, logo com uma esbelteza (l/d) de 0.67. Com o sistema de ensaio que utilizou, com deformação controlada, pretendeu obter uma curva Força x Deslocamento que permitisse a avaliação da energia absorvida

De acordo com os resultados experimentais que obteve, a autora propôs uma expressão linear que relaciona a carga de rotura das lajes com o volume de fibras adicionado, através da melhor aproximação encontrada. Essa expressão é limitada pelo tipo e a geometria de fibras utilizadas no seu trabalho.

A Equação (2.10) foi a que resultou dessa aproximação.

$$V(kN) = (0.17 + 0.05 \cdot \rho_f) \cdot \left[u \cdot d \cdot \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{f_{cm}}}{10} \right]$$
(2.10)

em que:

- ρ_f é a percentagem de fibras introduzidas no betão (%);
- *u* é o perímetro crítico definido a 2*d* da face do pilar;
- *d* é a altura útil;
- f_{cm} é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa).

Esta expressão foi obtida da análise dos resultados experimentais desta autora, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros para betão normal entre 31 MPa a 47 MPa, percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.57%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.00 a 1.50%, altura útil média de 80 mm e fibras rectas com gancho nas duas extremidades, com 30 mm de comprimento e com relação de aspecto de 67.

Azevedo [12] concluiu que:

- Para o caso em que não se tem armadura transversal de punçoamento, a adição de fibras é mais eficiente nos betões de alta resistência do que nos de resistência normal;
- Em todos os casos, ou seja, utilizando betão com resistência normal ou de alta resistência, com ou sem armadura transversal, observou a carga de rotura é crescente em função do volume de fibras, indicando que ao adicionar volumes maiores de fibras, haverá um acréscimo da capacidade resistente das lajes;
- Constatou que a utilização de betão de alta resistência, juntamente com a armadura transversal, aumenta substancialmente a resistência da ligação laje-pilar, e quando combinado com fibras de aço, consegue-se um considerável aumento da ductilidade, podendo até modificar o modo de rotura.

2.1.10 Naaman et al. - 2007

Naaman *et al.* [13] estudaram a resistência ao punçoamento com fibras HPFRCC ("highperformance fiber-reinforced cementitious composite") com vários níveis de armaduras de flexão, em lajes quadradas com 790 mm de largura e com uma espessura de 180 mm, apoiadas na periferia e carregadas no centro. Note-se que com esta geometria de lajes, obtêm-se uma esbelteza de aproximadamente 12, que se assemelha mais a uma viga do que uma laje. As armaduras de flexão foram colocadas nas diferentes lajes em uma ou duas direcções, dependendo dos casos que queriam estudar. Na Figura 2.8 estão representados os modelos ensaiados.



Figura 2.8 - Representação dos modelos ensaiados por Naaman et al. [13].

As lajes que continham só armadura de flexão, serviram de base para comparação de resultados com as soluções com reforço de fibras de alta-performance.

Com o objectivo de se verificar o comportamento das lajes reforçadas com fibras de altaperformance, utilizaram três diferentes tipos de fibras:

- "polyvinyl alcohol" (PVA) (13 mm);
- "ultra-high molecular weight polyethylene" (SPE) (38 mm);
- "twisted steel identified as Torex" (TOR) (30 mm).

Na Tabela 2.3 são apresentadas os resultados obtidos nos modelos de Naaman et al. [13].

Dos vários casos de estudo, os resultados mostram que no global, a introdução de fibras na laje melhoram a resistência ao punçoamento (entre 15% a 100%), a capacidade absorção de energia (entre 90% a 280% medidos até 45 mm de deslocamento no centro da laje) e a deformação da laje quando se utiliza apenas um nível de armaduras passivas dispostas nas duas direcções principais, quando comparadas com lajes com dois níveis (inferior e superior) de armaduras de flexão nas duas direcções principais.

Ao contrário das lajes com 4 níveis de armaduras sem fibras, verificou que o uso de fibras não conduz a fragmentação do betão para grandes deformações.

A tensão resistente ao punçoamento é dada pela Equação (2.11):

$$v_u(MPa) = \frac{V}{u \cdot d} \tag{2.11}$$

em que:

- *V* é a força de punçoamento;
- *u* é o perímetro da secção crítica, localizado a metade da distância entre a face do pilar e a intersecção entre a superfície de rotura e a face inferior da laje, medida a partir dos ensaios experimentais;
- *d* é a altura útil;

Para correlacionar-se esta formulação com a do ACI 318-05 [14], a resistência ao corte é expressa através do factor $\sqrt{f_{cm}}$ (Equação (2.12)).

$$\beta = \frac{v_u}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{V}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}}$$
(2.12)

Principais conclusões de Naaman et al. [13]:

- A capacidade de carga ao punçoamento dos modelos aumentou mais de 15% quando foram adicionadas fibras;
- A capacidade de absorção de energia dos modelos, medida até 45 mm de deslocamento central, aumentou entre 90% e 280% quando foram adicionadas fibras;
- Os resultados experimentais sugerem que a resistência punçoamento de lajes de betão armado com fibras, pode ser seguramente considerada como duas vezes a recomendada ACI 318-05 [14];
- Entre as fibras testadas na capacidade ao punçoamento de lajes, as TOR provaram ser as mais eficientes, seguidas das fibras SPE e PVA, respectivamente.

2.1.11 De Hanai e Holanda - 2008

De Hanai e Holanda [15] analisaram os mecanismos resistentes e as similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade ao punçoamento de lajes fungiformes e ao corte de vigas de betão.

Através dos resultados obtidos, afirmaram que existe uma similaridade de comportamento estrutural entre a ligação laje-pilar quando sujeita a punçoamento com ensaios de corte a vigas prismáticas, concluindo que os resultados dos ensaios do corte em vigas podem ser bons indicadores para o ensaio das lajes ao punçoamento.

Verificaram que a introdução de fibras no betão para resistir ao punçoamento, faz com que a laje tenha um melhor desempenho, seja por aumento da capacidade resistente, quer seja por alterar o modo de rotura, passando de uma rotura frágil por punçoamento a uma rotura dúctil por flexão. Para chegarem a tais conclusões, estudaram o caso de uma ligação laje-pilar sem armadura específica de punçoamento, em que variaram:

- a resistência do betão;
- a percentagem de fibras;
- tipo de fibras utilizadas.

Na Figura 2.9 está representado o esquema do modelo das lajes utilizado por estes autores.



(a) Localização dos extensómetros na armadura longitudinal.



(b) Localização dos deflectómetros na laje.



Figura 2.9 – Esquema do modelo das lajes de De Hanai e Holanda [15].

A resistência ao punçoamento das lajes de betão tem muito a ver com a resistência à tracção do betão. O ACI 318-02 [16] apresenta a Equação (2.13) para o cálculo da resistência à tracção do betão:

$$f_{sp} = 0.5563 \cdot \sqrt{f_{cm}}$$
 (2.13)

Sendo f_{cm} a resistência à compressão do betão em cilindros (MPa).

No caso do uso de fibras no betão, o cálculo da resistência à tracção é de acordo com a Equação (2.14):

$$f_{sp} = (0.19 \cdot \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_{cm}} \tag{2.14}$$

Sendo ρ_f a percentagem de fibras (%). Note-se que a Equação (2.14) foi obtida com base na correlação da resistência à tracção e à compressão do BRFA dos ensaios experimentais destes autores.

De acordo com o ACI 318-02 [16], o cálculo da resistência ao punçoamento de lajes de betão armado é dado pela Exp. (2.15):

$$V = \frac{0.3321 \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot u \cdot d}{10} \tag{2.15}$$

em que:

- f_{cm} é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- $u = 4 \cdot (c + d)$ e é o perímetro crítico onde ocorre o punçoamento (cm);
- *c* é a largura do pilar (cm);
- $d \notin a$ altura útil (cm).

Os autores propuseram a Equação (2.16) para ter em consideração a introdução das fibras nas lajes:

$$V = \frac{0.6266 \cdot (0.19 \cdot \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot u \cdot d}}{10}$$
(2.16)

Sendo ρ_f em (%), f_{cm} em MPa e u e d em cm.

Dos resultados experimentais obtidos e com recurso a uma regressão linear, os autores aplicaram um coeficiente empírico da ordem de 0.3102 para reduzir o efeito de ρ_f . A expressão obtida foi denominada "Expressão do ACI 318 modificada" (Equação (2.17)).

$$V = \frac{0.6266 \cdot (0.06 \cdot \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot u \cdot d}}{10}$$
(2.17)

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros aos 14 dias entre 23 MPa a 60 MPa, uma percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.57%, uma percentagem

volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média de 80 mm e três tipos de fibras com ganchos nas extremidades ("hooked"), com esbeltezas de 54.5, 48.0 e 37.5.

Conclusões de De Hanai e Holanda [15]:

- Quando as vigas e lajes têm semelhantes características mecânicas, existe inequívocas similaridades entre a resistência ao corte das vigas e a resistência ao punçoamento das lajes;
- Através de uma análise teórica baseada na modificação das expressões do ACI, adaptadas para ter em consideração o BRFA, obtiveram bons indicadores da resistência ao punçoamento de lajes sem armadura transversal.

2.1.12 Cheng e Parra-Montesinos - 2010

Cheng e Parra-Montesinos [17] realizaram uma avaliação do reforço com fibras de aço para a resistência ao punçoamento em ligações laje-pilar de lajes fungiformes, apresentando uma primeira parte com carregamento monotónico.

Os resultados experimentais, obtidos na investigação realizada por Cheng e Parra-Montesinos [17], mostram a evolução da eficácia da colocação de fibras de aço para aumentar a resistência ao punçoamento e a ductilidade da ligação laje-pilar, quando sujeito a carregamentos monotónicos concentrados.

Estes autores variaram os seguintes parâmetros na realização das lajes:

- Geometria das fibras (com ganchos ou torcidas);
- Tensão última das fibras (1100, 1800 e 2300 MPa);
- Volume de fibras (1% a 1.5%);
- Percentagem de armadura longitudinal (0.56% e 0.83%).

Estudaram quatro tipos de BRFA e duas percentagens de armaduras de flexão. Os objectivos desta primeira parte foram:

- verificar que tipo de fibra teria o melhor desempenho;
- estimar um limite da resistência ao punçoamento da laje.

As lajes eram quadradas com 1500 mm de lado e com 150 mm de espessura, com um pilar também quadrado com 150 mm de lado. A respectiva armadura de flexão, colocada neste ensaios na parte inferior das lajes, com uma altura útil de 127 mm, era composta por:

- ϕ 12 // 0.10 para S1, S3, S5, S7 e S9 (percentagem de armadura de 0,83%);
- φ 12 // 0.15 para S2, S4, S6, S8 e S10 (percentagem de armadura de 0,56%);

O carregamento foi aplicado na face superior da laje pelo pilar. A velocidade de aplicação da carga foi de 3.8 mm/min. As rotações foram medidas a 2h, isto é, 300 mm da face do pilar. O perímetro de controlo (*u*) foi calculado a d/2 da face do pilar, de acordo com ACI 318-08 [18]. Nas lajes S5, S6, S9 e S10 só colocaram fibras numa área quadrada no centro com 760 mm de lado. Todas as misturas de betão foram realizadas para terem aproximadamente 35 MPa de resistência à compressão aos 28 dias.

Na Tabela 2.4 são apresentadas as propriedades dos materiais utilizados nas lajes realizadas por Cheng e Parra-Montesinos [17].

Referência	Material (betão)	Resistência à compressão (MPa)	Tipo de fibra " ρ_f "	L _f "D _f " (mm)	$f_{u,f}$ (MPa) (fibras)	${ ho_l}^{(1)}$ (%)	$f_y^{(1)}$ (MPa)	$f_t^{(1)}$ (MPa)
S1	Simples	47.7	-	-	-	0.83	471	697
S2	Simples	47.7	-	-	-	0.56	471	697
S 3	FRC	25.4	c/gancho (1%)	30 (0.55)	1100	0.83	455	670
S4	FRC	25.4	c/gancho (1%)	30 (0.55)	1100	0.56	455	670
S 5	FRM ⁽²⁾	59.3	torcida (1.5%)	35 (0.5) ⁽³⁾	1800	0.83	471	689
S 6	FRM ⁽²⁾	57.9	torcida (1.5%)	35 (0.5) ⁽³⁾	1800	0.56	471	689
S 7	FRC	31.0	c/gancho (1.5%)	30 (0.55)	1100	0.83	449	681
S 8	FRC	31.0	c/gancho (1.5%)	30 (0.55)	1100	0.56	449	681
S 9	FRC ⁽²⁾	46.1	c/gancho (1.5%)	30 (0.38)	2300	0.83	449	681
S10	FRC ⁽²⁾	59.1	c/gancho (1.5%)	30 (0.38)	2300	0.56	449	681

Tabela 2.4 – Propriedades dos materiais utilizados nas lajes de Cheng e Parra-Montesinos [17].

⁽¹⁾ corresponde à armadura longitudinal;
 ⁽²⁾ unicamente na região central da laje (760 x 760 mm);

⁽³⁾ diâmetro equivalente;

Notas: FRC é o betão reforçado com fibras; FRM é uma argamassa reforçada com fibras;

As lajes FRC foram misturadas no próprio laboratório, enquanto que as FRM foram misturadas em central por um fornecedor.

Verificaram que as lajes reforçadas com fibras de aço em gancho ("hooked"), com uma percentagem de 1.5% com tensão de cedência normal (1100 MPa) ou tensão de cedência alta (2300 MPa), é que apresentavam melhor desempenho em termos de resistência ao punçoamento e capacidade de deformação.

Os resultados mostram que nem sempre era claro que tivesse ocorrido rotura por punçoamento na parte inferior da laje. As lajes com espaçamento da armadura de flexão de 100 mm mostraram pouca ou nenhuma ductilidade, enquanto que as lajes com espaçamento de 150 mm e com 1.5% de fibras mostraram maior ductilidade. A lajes com reforço de fibras em gancho ("hooked") (S7, S8, S9 e S10) mostraram maior capacidade de rotação.

Um aspecto importante nas lajes S5, S6, S9 e S10 com reforço de fibras só na zona central com 760 mm quadrados, é que nenhuma das lajes mostrou falhas ou rotura na zona de interligação das duas interfaces. A tensão média de corte na interface entre os materiais variou entre 0.18 $\sqrt{f_{cm}}$ a 0.22 $\sqrt{f_{cm}}$ (MPa). Isto mostra que o reforço pode ser efectuado numa zona restrita de ligação laje-pilar. A tensão de corte limite na zona de transição entre os dois materiais, sugerida por estes autores, é dada pela Equação (2.18):

$$v_u = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_{cm}} \tag{2.18}$$



A Figura 2.10 mostra a variação da capacidade relativa de deformação e de absorção de energia dos modelos.

em que:

- $\overline{\Delta}$ deformação na rotura para cada laje;
- Δ_c deformação na rotura das lajes S1 e S2, com 0.83% e 0.56% de armadura de flexão respectivamente;
- E energia absorvida para cada laje;
- $E_{\rm c}$ energia absorvida das lajes S1 e S2, com 0.83% e 0.56% de armadura de flexão respectivamente.

Figura 2.10 – Capacidade relativa de deformação e de absorção de energia dos modelos [17].

Cheng e Parra-Montesinos [17] puderam concluir que:

- A adição de fibras levou a um aumento da resistência ao punçoamento e de deformação das lajes. As lajes com fibras em gancho ("hooked") com adição de 1.5% na mistura, exibiram melhores comportamentos, com aumentos de 55% na resistência ao punçoamento. Não foi observada nenhuma alteração apreciável na rigidez da laje devido à adição de fibras;
- O aumento da resistência ao punçoamento da laje, devida à utilização de BRFA, pode conduzir a uma alteração no modo de rotura, passando de rotura por punçoamento a rotura por flexão. Este fenómeno foi observado na laje S10, que é composta por 1.5% de adição de fibras e 0.56% de percentagem de armadura de flexão. Com isto, foi possível observar que neste modelo S10, o aumento da resistência ao punçoamento fez com que a laje exibisse rotura por flexão antes de ter rotura por punçoamento;
- Os resultados demostraram que a utilização de BRFA na região de ligação laje-pilar até 2h da face do pilar, é suficiente para aumentar a resistência ao punçoamento da laje. Um limite de 1/6 √f_{cm} para a tensão de corte na região de ligação dos dois materiais (reforçado e não-reforçado com fibras) foi considerada adequada.

2.1.13 Paias - 2010

Paias [19,36] realizou uma análise experimental em modelos de laje fungiforme maciça de betão armado de alta resistência à escala reduzida, para um estudo do comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço. Realizou quatro modelos de laje, variando unicamente a percentagem volumétrica de fibras adicionadas no betão (0, 0.5%, 1.0% e 1.5%).

Os modelos de laje eram quadrados com dimensões em planta de 1200 x 1200 mm e uma espessura de cerca de 75 mm. A armadura longitudinal superior foi composta por uma malha quadrada em todos os modelos, sendo constituída por varões de 8 mm de diâmetro, espaçados de 0.075 m. Utilizou fibras Dramix[®] RC-80/50-BN, que são fibras com elevada percentagem de carbono com as extremidades em gancho e têm uma resistência à tracção de 2000 MPa.

A caracterização do BRFA foi realizada com recurso a ensaios de compressão a cubos (150 mm de lado) e ensaios de tracção por flexão a vigas (600 x 150 x 150 mm). Na Tabela 2.5 são apresentadas as propriedades mecânicas dos betões com fibras de aço utilizados nos modelos de Paias [19].

Tabela 2.5 - Pr	opriedades mecânic	is dos betões con	n fibras de aço	utilizados nos :	modelos de Paias [1	9].
	1		5		L	_

Modelo	f_{ccm} ⁽¹⁾ (MPa)	f_{cm} ⁽²⁾ (MPa)	f _{ctm,flexão} ⁽³⁾ (MPa)
R	55.4	44.8	8.8
F0.5	55.9	45.3	8.9
F1.0	71.1	61.2	10.5
F1.5	76.4	66.2	11.3

⁽¹⁾ valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos (150 x 150 mm);

⁽²⁾ valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros;

⁽³⁾ valor médio da tensão de rotura do betão à tracção por flexão (600 x 150 x 150 mm);

Ao longo dos ensaios a carga vertical aplicada aos modelos foi medida utilizando duas células de carga. Para a determinação dos deslocamentos verticais dos modelos foram utilizados cinco deflectómetros eléctricos.

Na Figura 2.11 é apresentado o aspecto geral do ensaio realizado aos modelos de Paias [19].



Figura 2.11 – Esquema de ensaio adoptado por Paias [19].

Após a análise dos resultados, provenientes dos ensaios experimentais, realizou uma comparação das cargas de rotura experimentais com as previstas pelas normas NP EN 1992-1-1 [1] e ACI 318-08 [18]. Apesar de não serem directamente aplicáveis, calculou os valores previstos para a carga de rotura ao punçoamento das normas anteriormente referidas. A influência da existência e da quantidade de fibras de aço, foi só tida em conta indirectamente utilizando o valor da resistência do betão (f_{cm}), obtido dos provetes fabricados para cada modelo.

Principais conclusões de Paias [19]:

- O início da fendilhação e consequente diminuição de rigidez dos modelos ocorreu para uma carga de cerce de 60 kN no modelo de referência e, entre 60 a 70 kN nos modelos de BRFA;
- Os modelos apresentaram deformadas praticamente lineares, com rotações que se concentraram essencialmente junto ao pilar;
- Os modelos com BRFA apresentaram um comportamento mais dúctil em relação ao modelo sem fibras, deixando de ter uma rotura súbita, conferindo-lhes alguma ductilidade;
- Os modelos com BRFA tiveram incrementos na carga de rotura de cerca de 18%, 61% e 40% nos modelos F0.5, F1.0 e F1.5, respectivamente, quando comparados com o modelo de referência;
- A introdução de fibras de aço aumentou a inclinação da superfície de rotura com a horizontal, sendo cerca de 15%, 33% e 11% nos modelos F0.5, F1.0 e F1.5, respectivamente, quando comparados com o modelo de referência;
- Através da comparação dos valores experimentais com os valores previstos pela NP EN 1992-1-1 [1], observou que este regulamento é o que mais se aproximou com os valores experimentais, verificando uma diferença média de valores de 6%. O ACI 318-08 [18] apresentou uma diferença média de valores na ordem dos 20%, sendo mais conservador.

2.1.14 Higashiyama et al. - 2011

Higashiyama *et al.* [20] tiveram como objectivo investigar o comportamento ao punçoamento de lajes em betão reforçado com fibras de aço (BRFA), propondo uma nova expressão, baseada nas especificações da norma da sociedade Japonesa de engenheiros civis (JSCE [21]).

Nesse estudo, foram ensaiadas 12 lajes com variação da quantidade de fibras, espessura das lajes, percentagem de armadura longitudinal e a resistência à compressão do betão. Com os seus resultados experimentais e com mais 50 resultados obtidos por outros autores, verificaram a precisão da expressão proposta.

No que se refere ao material utilizado, usaram um betão normal proveniente de uma central local que utilizava cimento Portland, prevendo um abaixamento de 150 mm. A máxima dimensão do agregado utilizado foi de 20 mm. Foi também utilizada na mistura um redutor de ar e água.

As fibras utilizadas eram em gancho, com 30 mm de comprimento e 0.62 mm de diâmetro. A sua tensão última e módulo de elasticidade eram de 1215 N/mm² e 184 kN/mm², respectivamente.

Obtiveram a resistência à compressão e o módulo de elasticidade de cada modelo através de ensaios a três cilindros (ϕ 100 mm x 200 mm).

As lajes ensaiadas eram quadradas com 1200 mm de lado, simplesmente apoiadas nos quatros bordos com um vão de 1000 mm. Utilizaram três espessuras de laje, nomeadamente, 100 mm, 140 mm e 180 mm. O carregamento foi efectuado no centro da laje por um macaco hidráulico, através de uma placa de aço quadrada com 100 mm de lado.

Na Figura 2.12 é apresentada uma foto do esquema de ensaio utilizado por Higashiyama *et al.* [20].



Figura 2.12 – Esquema de ensaio adoptado por Higashiyama et al. [20].

Na Tabela 2.6 são apresentadas as características de cada modelo e a respectiva carga última experimental.

Modelos	<i>h</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	$ ho_l$ (%)	$ ho_{f}(\%)$	f _{cm} (MPa)	P_u (kN)
t100-0.67	100	70	0.85	0.67	24.6	137.5
t140-0.67	140	110	0.54	0.67	24.6	210.2
t180-0.67	180	150	0.40	0.67	24.6	297.6
t100-0.72	100	65	0.91	0.72	42.2	140.8
t140-0.72	140	105	0.57	0.72	42.2	213.2
t180-0.72	180	145	0.41	0.72	42.2	290.7
t100-0.91	100	65	0.91	0.91	21.6	120.8
t140-0.91	140	105	0.57	0.91	21.6	183.1
t180-0.91	180	145	0.41	0.91	21.6	231.2
t100-0.63	100	70	0.85	0.63	27.8	152.3
t100-0.94	100	70	0.85	0.94	31.1	147.9
t100-1.03	100	70	0.85	1.03	30.4	158.9

Tabela 2.6 - Características dos modelos ensaiados por Higashiyama et al. [20].

Através da análise dos resultados dos ensaios, verificaram que todas a lajes mostraram um comportamento gradual e dúctil até à carga máxima, em comparação com a laje simples sem fibras. Verificaram que para uma espessura de laje de 100 mm, variando apenas a percentagem de fibras, a resistência ao punçoamento não aumentou linearmente com o aumento da percentagem de fibras.

Higashiyama *et al.* [20] propuseram a Equação (2.19) para o cálculo da resistência ao punçoamento de lajes de betão reforçado com fibras, baseando-se no JSCE [21], considerando

também a tensão na fibra na zona da fenda (v_b) e o perímetro crítico (u) empiricamente modificado pelo factor de fibra (F_f) , proposto por Narayanan e Darwish [4].

$$V = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot (f_{pcd} + v_b) \cdot u \cdot d$$
(2.19)

$$f_{pcd} = 0.2 \cdot \sqrt{f_{cm}} \le 1.2 \, MPa$$
 (2.20)

$$\nu_b = 0.41 \cdot \tau \cdot F_f \tag{2.21}$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1000}{d}} \tag{2.22}$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l} \tag{2.23}$$

$$\beta_r = 1 + \frac{1}{1 + 0.25 \cdot u_p/d} \tag{2.24}$$

$$u = (u_p + \pi \cdot d) \cdot (1 - K \cdot F_f)$$
(2.25)

$$F_f = \frac{L_f}{D_f} \cdot \rho_f \cdot k_b \tag{2.26}$$

em que f_{cm} é a resistência à compressão do betão em cilindros (MPa) (ϕ 100 mm x 200 mm), *d* é a altura útil (mm), ρ_l é a percentagem de armadura longitudinal, τ é a tensão de ligação entre as fibras e a matriz na interface (4.15 MPa), u_p é o perímetro do pilar (mm), *u* é o perímetro crítico localizado a *d*/2 da face do pilar (mm), ρ_f é a percentagem volumétrica de fibras, k_b é a um factor que tem em conta a geometria das fibras, L_f e D_f são o comprimento e diâmetro das fibras, respectivamente, F_f é um parâmetro que têm em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação, e *K* é um valor de uma constante não-dimensional (*K*=0.32). Este valor do factor *K* foi derivado dos ensaios das 12 lajes realizadas por Higashiyama *et al.* [20].

Esta expressão é válida quando se utiliza lajes de BRFA com uma resistência à compressão em cilindros (ϕ 100 mm x 200 mm) entre 22 MPa a 61 MPa, espessura de laje entre 60 mm a 180 mm, uma percentagem de armadura longitudinal entre 0.4% a 2.7%, uma percentagem volumétrica de fibras entre 0.25% a 1.93%, e para fibras do tipo com gancho, torcidas, onduladas e com reentrâncias.

Os resultados das 12 lajes de BRFA ensaiadas neste estudo, quando se realiza a razão entre os valores obtidos nos ensaios com o previsto pela Equação (2.19), tiveram uma média de 0.999 com um desvio padrão de 0.144.

A expressão proposta foi também aplicada a 50 lajes de BRFA de outros autores para verificar a sua precisão. Obtiveram na razão entre os valores obtidos nos ensaios com o previsto pela Equação (2.19) uma média de 1.01 com um desvio padrão de 0.14.

2.1.15 Nguyen-Minh et al. - 2012

Nguyen-Minh *et al.* [22] estudaram o comportamento ao punçoamento das ligações laje-pilar de betão com fibras, em que a principal variável em estudo foi o volume percentual de fibras introduzidas no betão.

Realizaram 12 lajes no total, dividindo-as por três grupos, dependendo das dimensões em planta adoptadas (grupo A – 1050 x 1050 mm; grupo B – 1350 x 1350 mm; grupo C – 1650 x 1650 mm) e todas com 125 mm de altura. As dimensões do pilar foram de 200 x 200 mm para assegurar uma elevada tensão de corte nas lajes.

As quantidades de material utilizado para realização das lajes foi de:

- Cimento: 453 kg/m^3 ;
- Água: 181 kg/m³;
- Areia natural (0-4 mm): 624 kg/m³;
- Agregado grosso (22 mm): 1242 kg/m³;
- Plastificante: 5 L/m³;
- Fibras: 30, 40 e 60 kg/m³.

Utilizaram fibras em gancho com 60 mm de comprimento e 0.75 mm de diâmetro, com uma resistência à tracção de 1100 MPa. A percentagem de armadura longitudinal utilizada foi de 0.66% nas duas principais direcções.

Através de um modelo teórico, apresentaram uma nova formulação para cálculo da resistência ao punçoamento das lajes com base no mecanismo de rotura apresentado na Figura 2.13, que tem em conta a contribuição do betão armado e das fibras.



Figura 2.13 – Diagrama de corpo livre de uma viga simplesmente apoiada e suposições geométricas da fenda de corte de acordo com Nguyen-Minh *et al.* [22].

Para lajes quadradas com pilares quadrados, é proposta por estes autores a Equação (2.27) para o cálculo da resistência ao punçoamento do betão com fibras:

$$V(kN) = \sqrt{\frac{400}{d}} \cdot \frac{48}{(L_l - c)/d} \cdot \rho_l^{0.4} \cdot (f_{cm})^{0.4} \cdot u \cdot d + 2.24 \cdot \frac{n_f \cdot L_f \cdot \rho_f}{D_f} \cdot (c + a_T) \cdot a_T$$
(2.27)

$$u = c + \frac{2 \cdot d}{\tan \alpha}$$
(2.28)

$$a_{T} = \left\{ 1 - \left[\sqrt{\frac{85.1 \cdot \rho_{l}}{\sqrt{f_{cm}}} + \left(\frac{42.55 \cdot \rho_{l}}{\sqrt{f_{cm}}}\right)^{2}} - \frac{42.55 \cdot \rho_{l}}{\sqrt{f_{cm}}} \right] \right\} \cdot \sqrt{3} \cdot d$$
(2.29)

em que:

- d é a altura útil da laje (mm);
- L₁ é a largura teórica da laje (mm);
- *c* é a largura do pilar (mm);
- ρ_l é a percentagem de armadura longitudinal (%);
- f_{cm} é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- *u* é o comprimento do perímetro de rotura no cone de punçoamento (mm);
- α é o ângulo de corte (graus);
- n_f é o factor que têm em conta a eficiência do tipo de fibra:
 - \blacktriangleright n_f = 0.5 ("round fiber");
 - \blacktriangleright n_f = 0.75 ("crimped fiber");
 - \triangleright n_f = 1.0 ("hooked-end fibers").
- L_f é o comprimento das fibras (mm);
- ρ_f é a percentagem volumétrica de fibras (%);
- D_f é o diâmetro das fibras (mm);
- a_T é o comprimento da projecção horizontal da fenda diagonal (mm).

Os resultados da investigação experimental mostraram que existe um aumento na resistência ao punçoamento, diminuição da abertura média das fendas e também maior integridade no comportamento pós-colapso em comparação com as lajes convencionais, à medida que aumenta o volume percentual de fibras.

Observaram que a abertura de fendas, para uma força de 150 kN nas lajes do grupo C, reduziu 40% das lajes sem fibras para as lajes com 60 kg/m³ de fibras. Para as lajes do grupo A e B, com o mesmo nível de carga, a redução de abertura de fendas foi de aproximadamente 34% e 36% respectivamente. Para maiores níveis de carga, a abertura de fendas também diminuiu entre 41% e 89%.

No patamar da carga de cedência da laje sem fibras, as deformações nas lajes com 30 kg/m³ e 45 kg/m³ de fibras diminuiu de 8 a 16% e 16 a 31% respectivamente. Para a adição de 60 kg/m³ de fibras, resultou numa diminuição da deformação da laje de aproximadamente 36%.

O aumento na resistência ao punçoamento foi de 16 a 39% nas lajes do grupo A, 19 a 25% para o grupo B e 16 a 23% nas lajes do grupo C.

Principais conclusões de Nguyen-Minh et al. [22]:

1. O uso de fibras nas lajes ensaiadas, sujeitas ao punçoamento, provou ter os seguintes benefícios:

- aumento da resistência ao punçoamento (até 39%);
- redução na abertura média das fendas (até 40% no estados limites de serviço);
- redução da deformação em patamares de carga iguais (até 36%);

que foram acompanhados por um aumento da rigidez da laje, ductilidade do betão e integridade na vizinhança da ligação da laje ao pilar;

2. Os parâmetros relacionados com as características das fibras devem ser contabilizados no cálculo da resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar. Negligenciar estas características leva a subestimar a resistência ao punçoamento destas ligações;

3. A previsão da resistência ao punçoamento utilizando a formulação proposta mostra boa concordância com os resultados experimentais. A média da razão entre a previsão da resistência ao punçoamento e a obtida experimentalmente é de 0.90 com um coeficiente de variação de 0.10.

2.1.16 Maya et al. - 2012

Maya *et al.* [23] apresentaram um modelo mecânico para prever a capacidade resistente ao punçoamento e o comportamento de lajes de betão reforçadas com fibras de aço (BRFA).

Num modelo desenvolvido por Muttoni [24] (Critical Shear Crack Theory - CSCT), é assumido que a abertura da fenda (w) crítica de corte é proporcional à rotação da laje (ψ) multiplicada pela altura útil da laje (d), como é ilustrado na Figura 2.14. O modelo baseia-se no pressuposto de que a resistência ao corte em elementos sem armadura transversal é governada pela abertura e pela rugosidade da fenda de corte que se desenvolve na escora inclinada.



Figura 2.14 – Desenvolvimento do perímetro de rotura de punçoamento através escora teórica de compressão [24].

A resistência ao punçoamento é dada pela acção conjunta do betão e das fibras, como proposto por Muttoni e Ruiz Fernandez [25]. Por conseguinte, a resistência ao punçoamento pode ser calculada pela soma dessas duas contribuições, como é apresentado na Equação (2.30).

$$V_{Rm} = V_{Rm,c} + V_{Rm,f}$$
(2.30)

em que $V_{Rm,c}$ e $V_{Rm,c}$ são as contribuições do betão e das fibras, respectivamente, no ponto em que o ângulo de rotação (ψ_R) corresponde à rotação última da laje. Note-se que a contribuição do betão e das fibras são ambas funções da abertura da fenda (*w*) crítica de corte, de acordo com a CSCT.

Com base no critério de rotura, Muttoni [24] apresenta uma expressão para o cálculo da resistência ao punçoamento (V_{Rm}) de lajes, sem armaduras específicas de punçoamento. Verificou que a resistência ao punçoamento é proporcional à abertura da fenda. Maiores fendas reduzem a contribuição da resistência à tracção e do interbloqueamento de agregados do betão, e consequentemente a uma diminuição da resistência.

Considerando os valores médios das características dos materiais, a equação é (Equação (2.31)):

$$\frac{V_{Rm,c}}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}}$$
(2.31)

em que:

- *d* é a altura útil média da laje;
- u representa o perímetro de controlo a uma distância d/2 da face do pilar;
- *f_{cm}* é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- ψ é a rotação da laje no momento da rotura;
- d_q é a máxima dimensão do agregado do betão.

Para determinar a resistência ao punçoamento e a capacidade de deformação da laje, temos que conhecer a relação entre carga-rotação da laje. A carga e rotação última da laje, como se pode observar na Figura 2.15, dá-se quando a linha do critério de rotura (Equação (2.31)) e a curva carga-rotação se intersectam.



Figura 2.15 – Avaliação da resistência ao punçoamento e da capacidade de deformação de acordo com o CSCT.

Muttoni [24], através da relação momento-curvatura da laje, apresenta uma outra equação (Equação (2.32)) para o cálculo da resistência ao punçoamento da laje, também sem armaduras específicas de punçoamento. Verificou que assumindo algumas simplificações, essa expressão podia ser aproximada à Equação (2.32):

$$V = V_{flex} \cdot \left(\frac{\psi}{1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s}}\right)^{2/3}$$
(2.32)

em que:

- r_s é a distância do eixo do pilar até a linha de momentos de flexão nulos;
- f_y é a tensão de cedência à tracção do aço da armadura longitudinal (MPa);
- E_s é o módulo de elasticidade do aço da armadura longitudinal;
- V_{flex} é a força associada à resistência por flexão da laje (kN) (≈ 8 · m_r em punçoamento centrado);
- m_r é o momento resistente por unidade de comprimento.

De acordo com o *fib* MC2010 [2], o valor de ψ na Equação (2.32) corresponde ao Nível II de cálculo. Para a aplicação do Nível III é recomendado substituir o coeficiente 1.5 por 1.2 e calcular V_{flex} para cada caso em concreto.

Para o cálculo da resistência à flexão da laje (V_{flex}), é necessário conhecer o momento resistente por unidade de comprimento (m_r), que pode ser calculado pela Equação (2.33):

$$m_{r} = \rho d^{2} f_{y} \left[1 - \frac{\beta_{1} \left(\rho f_{y} + \frac{f_{ct2,f}h}{d} \right)}{2 \left(\alpha_{cc} f_{c} + f_{ct2,f} \right)} \right] + \frac{h^{2} f_{ct2,f}}{2} \left[1 - \frac{\rho f_{y} d/h + f_{ct2,f}}{\left(\alpha_{cc} f_{c} + f_{ct2,f} \right)} \right] \left[1 + \frac{\rho f_{y} d/h + f_{ct2,f}}{\left(\alpha_{cc} f_{c} + f_{ct2,f} \right)} (1 - \beta_{1}) \right]$$

$$(2.33)$$

em que β_1 é um factor relativo à profundidade da zona comprimida, que de acordo com o *fib* MC2010 [...], pode ser aproximado a $\beta_1 = 0.80 - (f_{cm} - 50)/400$. O factor α_{cc} também é adoptado de acordo com o *fib* MC2010 [2] e é um factor que têm em conta os efeitos de longo prazo sobre a resistência à compressão e também os efeitos desfavoráveis devido às condições de carga. O parâmetro $f_{ct2,f}$ é a tensão de tracção residual do BRFA.

A contribuição das fibras na resistência ao punçoamento pode ser calculada integrando a tensão nas fibras (Equação (2.34)), correspondente a cada fenda no perímetro crítico, assumida com um ângulo de 45° com o intradorso da laje:

$$V_{Rm,f} = \int_{A_p} \sigma_{tf}(w(\xi)) \, dA_p = \int_{A_p} \sigma_{tf}(\psi,\xi) \, dA_p \tag{2.34}$$

em que A_p é a área projectada no perímetro crítico de punçoamento, ξ é a distância vertical de um ponto relativamente ao intradorso da laje (altura útil). Note-se que a contribuição das fibras também é função da rotação da laje e da posição das fibras na laje.

De acordo com o modelo Variable Engagement Model (VEM) desenvolvido por Voo e Foster [26], a tensão nas fibras ao longo de um plano de área unitária é dada pela Equação (2.35):

$$\sigma_{tf} = K_f \,\alpha_f \,\rho_f \,\sigma_b \tag{2.35}$$

em que K_f é a orientação global das fibras, α_f é a relação de aspecto das fibras, ρ_f é a percentagem volumétrica de fibras e σ_b é a tensão de aderência entre as fibras e a matriz de betão (Equação (2.36)):

$$\sigma_b = k_b \cdot \sqrt{f_{cm}} \tag{2.36}$$

em que k_b é um factor que depende do tipo de fibra. Para fibras de aço em gancho é 0.8, para fibras onduladas é 0.6 e para fibras rectas 0.4.

Maya *et al.* [23], para validarem o seu modelo mecânico e a formulação proposta, utilizaram um grande número de resultados experimentais obtidos por outros autores. Na Figura 2.16, é apresentada a razão entre os valores de carga máxima dos ensaios com os respectivos valores de cálculo, em função da percentagem de fibras.



Figura 2.16 – Previsão da resistência ao punçoamento para lajes reforçadas com fibras [23].

A média da relação entre a resistência de punçoamento ensaiada com a calculada, seguindo este modelo, é de 1.08 com um coeficiente de variação de 0.09.

Conclusões de Maya et al. [23]:

- A abertura da fenda no perímetro de rotura de punçoamento é proporcional à rotação da laje de acordo com CSCT;
- A contribuição do betão na resistência ao punçoamento tem em conta os principais parâmetros geométricos e mecânicos;
- Para avaliar a contribuição das fibras na resistência ao punçoamento é necessária a relação entre a abertura da fenda com a tensão de tracção no BRFA na ponte de ligação;
- O modelo de previsão de resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar proposto mostra uma boa concordância com os resultados obtidos nos ensaios dos outros autores, representando adequadamente a influência das fibras.

2.1.17 Gouveia et al. - 2013

Gouveia *et al.* [27] estudaram o comportamento de ligações lajes-pilar sujeitas ao punçoamento monotónico realizadas em betão reforçado com fibras de aço (BRFA).

Realizaram e ensaiaram seis modelos de laje usando diferentes percentagens volumétricas de fibras (0, 0.50%, 0.75%, 1.00% e 1.25%). Incluíram no seu estudo ensaios experimentais para a determinação das propriedades mecânicas do BRFA, ou seja, a sua resistência à compressão e à tracção, juntamente com um estudo completo do comportamento à tracção através de uma análise inversa a ensaios à flexão. Para obter o comportamento à tracção do BRFA, descrito através de uma lei tensão-abertura de fenda, utilizaram ensaio indirectos, por meio de ensaios à flexão a vigas entalhadas e a painéis de laje quadrados.

Na Figura 2.17 são apresentadas as leis tensão-abertura de fenda optimizadas para os ensaios às vigas entalhadas e painéis de laje quadrados:



a) lei σ -w do ensaio às vigas entalhadas.

b) lei σ-w do ensaio aos painéis quadrados.

Figura 2.17 – Leis σ-w obtidas por Gouveia *et al.* [27] nos ensaios: a) às vigas entalhadas e b) aos painéis quadrados.

Verificaram que os resultados obtidos nos ensaios às vigas entalhadas sobrestimam os obtidos nos ensaios aos painéis quadrados, essencialmente devido a uma orientação preferencial das fibras nas vigas entalhadas.

Os modelos de laje ensaiados tinham 1650 x 1650 mm de área com 125 mm de espessura. O carregamento foi realizado através de um macaco hidráulico posicionado na parte inferior da laje, através de uma placa de aço com 200 x 200 mm de área posicionada no centro.

Na Tabela 2.7 são apresentadas as cargas de rotura experimentais dos modelos de laje.

Tabela 2.7 - Resultados experimentais dos modelos de Gouveia et al. [27]: Cargas de rotura.

Modelo	ND0	ND1	ND2	ND3	ND4	ND5
$V_{u,exp}$ (kN)	289.2	296.0	369.3	450.7	456.0	474.7
$V_{u,exp} / V_{u,exp,0}$	1.00	1.02	1.28	1.56	1.58	1.64

Através da análise dos resultados dos ensaios, verificaram que é possível aumentar consideravelmente a capacidade de carga das lajes através da introdução de fibras de aço no betão, mostrando os seus efeitos benéficos.

No seu estudo utilizaram três previsões de capacidade de carga, nomeadamente, o *fib* Model Code 2010 [2], o modelo de Maya *et al.* [23] e o modelo apresentado por Azevedo [12]. No modelo do *fib* Model Code 2010 [2] e Maya *et al.* [23] utilizaram os resultados das leis tensão-abertura de fenda, obtidas nos ensaios às vigas entalhadas e nos painéis de laje, na previsão da capacidade de carga dos modelos de laje.

Usando estas previsões, obtiveram o seguinte valor médio das relações $V_{u, exp} / V_{u, pred}$ e o correspondente COV, respectivamente: 0,88 e 0,09 [usando o *fib* MC2010, com a lei da Figura 2.17 a)], 0,93 e 0,08 [usando *fib* MC2010, com a lei da Figura 2.18 b)], 0,83 e 0,14 [usando Maya *et al.* com a lei da Figura 2.17 a)], 0,91 e 0,10 [utilizando Maya *et al.* com a lei da Figura 2.17 b)], 1,08 e 0,06 [utilizando Azevedo].

Conclusões obtidas por Gouveia et al. [27]:

- Os resultados mostraram que a introdução de fibras permitiu um aumento da capacidade de carga ao punçoamento e de deformação última das lajes;
- Os resultados também mostraram que uma laje com uma percentagem volumétrica de fibras de 1,25% teve um aumento na capacidade de carga de 64% em relação a uma laje sem fibras;
- Os resultados experimentais são comparados com as disposições do *fib* MC2010 [2] e Maya *et al.* [23], onde o comportamento à tracção (através das relações σ - w) e as propriedades à compressão do betão são tidos em conta, mostrando boa precisão na previsão da capacidade de carga ao punçoamento;
- Além disso, a previsão fornecida por Azevedo [12] mostra que a expressão EC2 [1] para o cálculo da capacidade de carga ao punçoamento pode ser adaptada de modo a incluir o efeito benéfico do BRF, proporcionando também boas previsões.

2.2 Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras - Ensaios cíclicos

2.2.1 Diaz - 1991

Diaz [28] realizou um estudo experimental sobre o desempenho sísmico de ligações laje-pilar realizadas em betão com fibras. Realizou ensaios à escala 1/2 a três ligações interiores e três exteriores, sujeitas a acção combinada de carga vertical e deslocamentos horizontais. Na Figura 2.18 é apresentado um esquema geral das ligações exteriores e interiores:



Figura 2.18 - Configuração das ligações exteriores e interiores utilizadas por Diaz [28].

A principal variável em estudo foi a percentagem volumétrica de fibras adicionadas ao betão. As fibras de aço eram dúcteis, com baixa percentagem de carbono e tinham uma resistência à tracção específica mínima de 345 MPa. As fibras deformadas tinham 25 mm de comprimento e uma relação de aspecto de 60. O BRFA foi aplicado só na região da ligação, tendo um raio de aproximadamente 1.2 m ao redor do pilar (aproximadamente a 4.2 h da face do pilar).

As lajes tinham uma espessura de 115 mm e o pilar era de secção quadrada com 25 mm de lado. As dimensões em planta das ligações exteriores era de cerca de 1580 x 1980 mm e das ligações interiores era de cerca de 2900 x 1980 mm. Os pilares tinham uma altura de 600 mm desde a face da laje. A altura útil dos modelos foi de 100 mm.

Na Tabela 2.8 são apresentadas as propriedades dos modelos de Diaz [28]:

Madala	ρ_f	f _{cm} (MH	(1) Pa)		Armadura				
Niodelo	(%)	Betão BDEA		toda a largura	da laje (%)	numa faixa central ⁽²⁾ (%)			
	[Kg/III]	simples	DKFA	$ ho_{top}$	$ ho_{bot}$	$ ho_{top}$	$ ho_{bot}$		
Int_90	1.11 [90]	34.5	42.3						
Int_60	0.76 [60]	36.8	31.7						
Int_30	0.38 [30]	39.0	37.6	0.465	0 304	0.832	0 594		
Ext_90	1.11 [90]	34.5	42.3	0.403	0.394	0.832	0.394		
Ext_60	0.76 [60]	36.8	31.7						
Ext_30	0. 3 8 [30]	39.0	37.6						

Tabela 2.8 – Resumo das propriedades dos modelos de Díaz	28].	•
--	----	----	---

⁽¹⁾ a resistência à compressão foi obtida em ensaios à compressão em cilindros com 150 x 300 mm;

⁽²⁾ faixa central: largura do pilar + 3*espessura da laje (600 mm de lado);

Notas: ρ_f é percentagem de fibras e ρ é a percentagem de armadura;

Os modelos eram simplesmente apoiados ao longo de dois lados da laje, perpendiculares à direcção de carregamento horizontal. A carga de vertical foi aplicada por meio de blocos de betão pendurados na laje em vários locais. Na Figura 2.19 é apresentado o esquema geral de ensaio utilizado por Diaz [28].



Figura 2.19 – Esquema de ensaio utilizado por Diaz [28].

Os modelos interiores com uma percentagem de fibras de 1,11% e 0,76% apresentaram uma rotura por flexão atingindo 7% de drift, enquanto o modelo com 0.38% de fibras exibiu uma rotura por punçoamento aos 6% de drift. Nenhum dos modelos exteriores apresentou uma rotura típica, mantendo a carga máxima até ao fim do ensaio.

Em termo de capacidade de carga, os modelos interiores, negligenciando a variação da resistência à compressão, aparentam ter aumentos de 24 a 39% pela mera presença das fibras em relação a um modelo sem fibras. Em relação aos modelos exteriores, verificou que a capacidade total de carga dos modelos com fibras não foi muito maior do que o modelo sem fibras.

A nível geral, o reforço com fibras aumentou a resistência à tracção da matriz de betão e preveniu a desintegração inicial das lajes quando sujeitas a carregamentos laterais, melhorando o comportamento global destas ligações. Os efeitos mais significativos da colocação das fibras nas ligações foram o aumento da capacidade de carga e de drift. As ligações interiores com mais elevada percentagem de fibras tiveram uma rotura por flexão, atingindo maior drift e carga antes da rotura. Em relação às ligações exteriores o efeito mais significativo foi no aumento da ductilidade da ligação, não sendo possível concluir nada sobre a influência das fibras no modo de rotura das ligações.

Diaz [28], com base na comparação da resposta das ligações com fibras e sem fibras, pude concluir que:

- A utilização de BRFA nas ligações laje-pilar melhorou o comportamento sísmico das lajes. No entanto, os benefícios são mais significativos em ligações interiores do que nas exteriores;
- O aumento da percentagem de fibras nas ligações interiores alterou o modo de rotura da laje de punçoamento para flexão;

- O reforço com fibras melhorou a ductilidade das ligações, tanto interiores como exteriores, e diminuíram a degradação da rigidez lateral;
- A percentagem óptima de adição de fibras para um melhoramento global do comportamento sísmico das ligações é de entre 0.38% e 0.76%;

2.2.2 Cheng e Parra-Montesinos - 2010

Numa segunda parte, em forma de continuidade do estudo monotónicos de lajes em BRFA, Cheng e Parra-Montesinos [29] realizaram um novo estudo sobre o comportamento sísmico ao punçoamento da ligação pilar-laje fungiforme realizadas em BRFA.

Realizaram ensaios a duas ligações laje-pilar, à escala 1/2 sujeitas a uma combinação de carga vertical e deslocamentos laterais, com o intuito de avaliar a capacidade do BRFA no aumento da capacidade de carga e de deformação das lajes. A ligação de uma das lajes (SU1) foi realizada com fibras com ganchos de elevada resistência (2300 MPa), numa percentagem volumétrica de 1.5%, enquanto a ligação da outra laje (SU2) foi realizada com uma fibra com ganchos e com resistência normal (1100 MPa), também numa percentagem volumétrica de 1.5%. As duas ligações foram submetidas a ciclos de deslocamento até 5% de drift, com combinação de até 5/8 da relação de carga vertical.

Na Figura 2.20 é apresentada a configuração do esquema de ensaio e respectiva geometria do modelo realizados por Cheng e Parra-Montesinos [29].







Figura 2.20 - Esquema de ensaio e geometria dos modelos (a) vista em planta e (b) secção A-A [29] (dimensões em mm).

Na tabela 2.9 é apresentado um resumo das principais características dos modelos.

	Dimensões (mm)			Fibras ⁽¹⁾				Armadura			
Modelo	laje	d	pilar	L_{f}	d_f	f_u	ρ_f	sobre o (%	pilar ⁽²⁾ %)	na la efectiva	rgura (%)
		•	(IIIII)	(IIIII)	(IVIF a)	(70)	$ ho_{top}$	$ ho_{bot}$	$ ho_{top}$	$ ho_{bot}$	
SU1	2743	02	305	30	0.38	2300	1.5	0.52	0.24	0.57	0.46
SU2	x2743 x102	63	x 305	30	0.55	110	1.5	0.32	0.34	0.37	0.40

Tabela 2.9 - Resumo das principais características dos modelos de Cheng e Parra-Montesinos [29].

⁽¹⁾ BRFA colocado unicamente na região central da laje (1117 mm de lado);
⁽²⁾ armadura colocada numa faixa central (1220 mm de lado);
⁽³⁾ largura efectiva é a largura do pilar + 3*espessura da laje (611 mm de lado);

Notas: d é altura útil, L_f é o comprimento das fibras, d_f é o diâmetro das fibras, f_u é a resistência das fibras, ρ_f é percentagem de fibras e ρ é a percentagem de armadura;

Na tabela 2.10 são apresentadas as propriedades dos materiais utilizados nos modelos.

Labela 2.10 – 1 topriedades dos materiais utilizados nos moderos de cheng e 1 arta-montesinos (2)	Tabela 2.10 – Pror	oriedades dos r	nateriais utiliz	ados nos moc	delos de C	heng e Parra	-Montesinos	[29].
--	--------------------	-----------------	------------------	--------------	------------	--------------	-------------	-------

Modelo	Betão		Armaduras	
	Tipo	$f_{cm}^{(1)}$ (MPa)	Tensão de cedência (MPa)	Tensão de rotura (MPa)
SU1	BRFA	58.5	- 528	801
	Normal	33.4		
SU2	BRFA	47.8		
	Normal	50.2		

⁽¹⁾ a resistência à compressão foi obtida em ensaios à compressão em cilindros com 100 x 200 mm;

(b)

A percentagem de carga vertical a aplicar foi determinada para introduzir uma tensão de corte média de $1/6 \sqrt{f_{cm}}$ na secção crítica da ligação (d/2 da face do pilar). Nos dois modelos, o BRFA foi utilizado unicamente numa região central quadrada com 1117 mm de lado, com o perímetro localizado aproximadamente a 4h da face do pilar. É esperada uma tensão de corte combinada na interface dos dois betões (normal e BRFA) menor que $1/6 \sqrt{f_{cm}}$.

Na Figura 2.21 são apresentados os dois protocolos de deslocamentos horizontais utilizados nos ensaios.



Figura 2.21 – Protocolos de deslocamentos horizontais utilizados por Cheng e Parra-Montesinos [29] (a) modelo SU1 e (b) modelo SU2.

Como foram observados poucos danos no ensaio ao modelo SU1 até ao final do ciclo de 4% de drift e sob uma relação de carga vertical de 1/2, tomaram a decisão de aumentar a relação de carga vertical para 5/8 e aplicar ciclos de carga adicionais. Depois da aplicação de 5% de drift, aplicaram uma carga monotónica vertical até a rotura. Quando realizaram o corte da laje, apesar de verificarem que existia algumas fendas inclinadas perto da região da ligação, a maioria dos danos foi sob a forma de fendas de flexão.

No ensaio ao modelo SU2 existiram alguns problemas. Um primeiro problema foi a paragem de leitura ao 2° ciclo dos 4% drift, e por isso aplicaram mais um ciclo para obter o comportamento completo deste ciclo. O segundo problema foi uma rotação impedida (acima dos 2.5% de drift) na base do pilar por parte de uma chapa esquecida. Após aplicarem os 5% de drift, carregaram a laje com carga monotónica. Apesar de a laje apresentar danos significativos, esta demonstrou que ainda possuía mais capacidade de suporte da carga.

Verificaram que a ligação com fibras de resistência normal exibiu elevados danos no fim do ensaio, enquanto a laje com fibras de elevada resistência não apresentou danos significativos. Para ligações construídas com qualquer um destes dois tipos de BRFA, é esperado uma capacidade de rotação de, pelo menos, 0.05 rad. Foi observada uma capacidade máxima de rotação dos modelos de 0.06 rad para 5% de drift e com 1/2 ou 5/8 de relação de carga vertical. Em termos de relação de carga vertical, Cheng e Parra-Montesinos [29] sugerem que uma relação de 1/2 de carga vertical será um limite superior seguro para garantir um drift mínimo de 4%.

Cheng e Parra-Montesinos [29] puderam concluir neste estudo que:

- O reforço com fibras de aço é eficaz no aumento da capacidade de resistência ao punçoamento e deformação das ligações laje-pilar sob carga vertical e deslocamentos laterais. Os dois modelos ensaiados foram sujeitos até drifts de 5% e até relações de carga elevadas como 5/8;
- A tensão de corte combinada devido ao corte e ao momento desequilibrado de 1/3 √f_{cm} representa um limite inferior no qual a capacidade de rotação de, pelo menos, 0,05 rad pode ser esperada em ligações construídas com qualquer um dos dois BRF avaliados. Em termos de relação de carga vertical, os dados sugerem que uma relação de 1/2 deve ser adequada para garantir uma capacidade de drift da ordem de 4%.

2.3 Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 e fib Model Code 2010

Nesta secção apresentam-se os modos de cálculo da carga de rotura por punçoamento apresentadas na NP EN 1992-1-1 [1] e no *fib* MC2010 [2]. São apresentadas apenas as disposições relativas a lajes sem armadura específica de punçoamento, com ou sem a contribuição das fibras, uma vez que é o âmbito deste trabalho.

2.3.1 Eurocódigo 2 – NP EN 1992-1-1

O Eurocódigo 2 apresenta formulação para o cálculo da resistência ao punçoamento, mas sem ter em conta a contribuição da tensão de tracção do betão com fibras. O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas ($V_{Rd,c}$) segundo a NP EN 1992-1-1 [1] é dada pela Equação (2.37):

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.1 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot u \cdot d$$
(2.37)

$$V_{Rd,c} \ge \left(0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} + 0.1 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot u \cdot d$$
(2.38)

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2.0 \ (d \ em \ mm) \tag{2.39}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \le 0.02 \tag{2.40}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2} \tag{2.41}$$

$$d = \frac{d_y + d_z}{2} \tag{2.42}$$

em que:

- *f_{ck}* é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150 x 300 mm) (MPa);
- *u* representa o perímetro de controlo indicado na Figura 2.22;
- d representa a média entre as alturas úteis das armaduras longitudinais superiores, na direcção y e z (d_y e d_z);
- γ_c é o coeficiente parcial relativo ao betão;
- ρ_{ly} e ρ_{lz} são as taxas geométricas de armadura de tracção aderentes na direcção y e z, respectivamente, devendo ser calculadas como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar, acrescida de 3*d* para cada lado;
- $\sigma_{cy} \in \sigma_{cz}$ são as tensões de compressão no betão nas direcções y e z, respectivamente.



Figura 2.22 - Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [1].

A NP EN 1992-1-1 [1] indica como limite máximo para a resistência ao punçoamento (Equação (2.43)) o valor:

$$V_{Rd,máx} = \left(0.5 \cdot 0.6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \cdot f_{cd}\right) \cdot u_0 \cdot d \tag{2.43}$$

em que u_0 é o perímetro do pilar no caso de um pilar interior.

A NP EN 1992-1-1 [1] considera um perímetro de controlo à distância de 2*d* da face do pilar ou área carregada, que para pilares centrados quadrados e rectangulares encontra-se representado na Figura 2.22.

Quando a força de punçoamento é excêntrica, o valor da carga axial de punçoamento ($V_{Ed,x}$), deverá ser multiplicada por um factor que tem em conta o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punçoamento. O valor assim obtido deverá ser inferior a $V_{Rd,c}$. No caso de pilares centrados rectangulares o coeficiente β pode ser calculado pela Equação (2.44):

$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \tag{2.44}$$

em que e_y e e_z representam as excentricidades M/V nos eixos y e z, respectivamente, e b_y e b_z representam as dimensões do perímetro de controlo (Figura 2.22).

2.3.2 *fib* Model Code 2010

Neste documento está apresentada uma formulação para o cálculo da resistência ao punçoamento com base num modelo físico, que consiste num critério de rotura que se baseia na rotação da laje e requer o correcto conhecimento do comportamento carga-rotação da mesma (denominado CSCT - Critical Shear Crack Theory), tornando-se mais intuitivo

Como é demonstrado neste documento, a capacidade resistente deverá ser verificada num perímetro de controlo localizado a d/2 do pilar ou da área carregada e deve ser construído por forma a minimizar o seu comprimento, como está apresentado na Figura 2.23.



Figura 2.23 – Perímetro de controlo para pilares segundo o fib MC2010 [2].

No cálculo da força de punçoamento (V_{Ed}), deverão ser subtraídas as acções aplicadas no interior do perímetro de referência à reacção do pilar, como por exemplo, cargas gravíticas, reacção das terras no caso de fundações e forças de desvio de pré-esforço. Para o caso de pilares centrados e lajes sem armaduras específicas de punçoamento, o valor da resistência ao punçoamento, já tendo em conta a contribuição das fibras, é definido pela Equação (2.45):

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f} \tag{2.45}$$

em que $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,f}$ são a contribuição do betão e das fibras na resistência ao punçoamento, respectivamente.

O valor de $V_{Rd,c}$ pode ser obtido pela Equação (2.46):

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot u \cdot d \tag{2.46}$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \le 0.6 \tag{2.47}$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \ge 0.75 \tag{2.48}$$

em que:

- *f_{ck}* é o valor característico da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- *u* representa o perímetro de controlo indicado na Figura 2.23;
- *d* é a altura útil média da laje;
- γ_c é o coeficiente de segurança do betão;
- ψ é a rotação da laje no momento da rotura;
- d_g é a máxima dimensão do agregado do betão (mm).

O valor de $V_{Rd,f}$ pode ser obtido pela Equação (2.49):

$$V_{Rd,f} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \cdot u \cdot d \tag{2.49}$$

em que:

- f_{Ftuk} é o valor característico da tensão de tracção residual do BRFA, calculada tendo em conta que $w_u = \psi \cdot d/6$;
- γ_F é o factor parcial de segurança para o betão reforçado com fibras.

Quando a força de punçoamento é excêntrica, o valor do perímetro de controlo é reduzido pelo coeficiente de excentricidade k_e , como mostra a Equação (2.50):

$$u_{red} = k_e \cdot u \tag{2.50}$$

em que u_{red} é o perímetro de controlo de punçoamento reduzido devido às excentricidades da carga e k_e é o coeficiente de excentricidade que é determinado como função do momento transferido do pilar para a laje, e é obtido de acordo com a Equação (2.51):

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \tag{2.51}$$

em que e_u é a excentricidade da resultante das forças de corte em relação ao centróide do perímetro de controlo e b_u é o diâmetro de um círculo com a mesma área que a região interior do perímetro de controlo.

De acordo com o *fib* MC2010 [2] e com Muttoni e Ruiz [30], o cálculo das rotações pode ser realizado através de quatro níveis de aproximação de cálculo dependendo do tipo de análise realizada. No caso de lajes regulares e para efeitos de pré-dimensionamento pode-se utilizar o Nível I de Aproximação. Estas lajes são calculadas usando uma análise elástica linear e sem redistribuição significativa de forças internas, sendo o cálculo da rotação sobrestimado de acordo com a Equação (2.52):

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \tag{2.52}$$

em que r_s representa a distância desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo.

No caso de utilizar-se o Nível II de Aproximação, considera-se que as lajes têm capacidade de redistribuição de momentos significativas para o cálculo da armadura de flexão. A rotação da laje pode ser calculada pela Equação (2.53):

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{3/2}$$
(2.53)

em que m_{sd} é o momento flector médio por unidade de largura usado para o cálculo da armadura de flexão numa banda correspondente ao apoio de largura b_s , e m_{Rd} é o valor do momento resistente por unidade de comprimento naquela banda. O valor de r_s pode ser calculado de forma idêntica que para o Nível I. O valor da largura b_s para um pilar interior pode ser determinado através da Equação (2.54):

$$b_s = 1.5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \le L_{min} \tag{2.54}$$

em que $r_{s,x}$ e $r_{s,y}$ representam as distâncias desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo para cada um dos vãos e L_{min} representa o menor vão. Como se consideram duas direcções principais, deve-se calcular a rotação para cada uma e adoptar o maior valor para o cálculo da resistência ao punçoamento.

Para um pilar interior em que não exista punçoamento excêntrico, pode-se estimar o valor de m_{sd} , para cada uma das direcções, através da Equação (2.55):

$$m_{sd} = \frac{V_{ed}}{8} \tag{2.55}$$

No caso de um pilar interior em que exista excentricidade da carga, o valor de m_{sd} , para cada uma das direcções, é dado pela Equação (2.56):

$$m_{sd} = \frac{V_{ed}}{8} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s}\right) \tag{2.56}$$

Quando se pretende cálculos detalhados o *fib* MC2010 [2] disponibiliza um Nível III de Aproximação, em que propõe substituir o coeficiente 1.5 da Equação (2.53) por 1.2. Porém, esta substituição só é válida se m_{sd} for calculado usando um modelo elástico linear (não fendilhado) obtido como um valor médio dos momentos na banda de apoio de largura b_s e se r_s for também determinado usando um modelo elástico linear (não fendilhado). Este nível é recomendado para o cálculo de lajes irregulares. O valor de b_s pode ser obtido da mesma forma ao determinado para o Nível II de Aproximação (Equação (2.54)).

O *fib* MC2010 [2] preconiza um Nível IV de Aproximação em que a rotação pode ser calculada com base numa análise não linear da estrutura, tendo em conta a fendilhação, efeitos de "tension-stiffening", cedência da armadura e quaisquer outras acções não lineares relevantes. Este nível é em princípio sugerido para o caso de se estar a estudar estruturas complexas.

3. Agradecimentos

Este trabalho foi elaborado no âmbito do projecto FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009), com o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia - Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Este projeto sobre o comportamento de lajes fungiformes sob a acção de cargas gravíticas e sísmicas deu já origem a várias publicações [27; 31-56], servindo estas de meio de divulgação da investigação realizada.

Bibliografia

- [1] NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. 2010.
- [2] Fédération International du Béton: *"Modal Code 2010, Final Draft". fib* Bulletins, (No. 55 e 56), 2010.
- [3] Swamy, R. N., Ali, S. A. R.: Punching Shear Behavior of Reinforced SlabColumm Connections Made with Steel Fiber Concrete. ACI Journal, Vol. 79:pp. 392–406, September-October 1982.
- [4] Narayanan, R., Darwish, I. Y. S.: Punching shear tests on steel-fibre-reinforced micro-concrete slabs. Magazine of Concrete Research, Vol. 39 (No. 138): pp. 42–50, March 1987.
- [5] Alexander, S. D. B., Simmonds, S. H.: Punching Shear Tests of Concrete Slab-Column Joints Containing Fiber Reinforcement. ACI Struct Journal, Vol. 89 (No. 4): pp. 425–432, July-August 1992.
- [6] Theodorakopoulos, D. D., Swamy, N.: Contribution of Steel Fibers to the Strength Caracteristics of Lightweigth Concrete Slab-Column Connections Failing in Punching Shear. ACI Structural Journal, Vol. 90 (No. 4): pp. 342–355, July-August 1993.
- [7] Shaaban, A. M., Gesund, H.: *Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Plates*. ACI Structural Journal, Vol. 91 (No. 3): pp. 406–414, July-August 1994.
- [8] ACI Committee 318: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACI 318-89/ACI 318R-89). American Concrete Institute, Detroit, 1989.
- [9] Harajli, M. H., Maalouf, D., Khatib, H.: Effect of Fibers on the Punching Shear Strength of Slab-Column Connections. Cement & Concrete Composites, Vol. 17: pp. 161–170, 1995.
- [10] McHarg, P. J.: Effect of Fibre-Reinforced Concrete on The Performance of Slab-Column Specimens. Masterthesis, McGill University, 395 Wellington Street Ottawa ON K1A ON4 Canada, July 1997.
- [11] Vargas, E. N. Z.: Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, 1997.
- [12] Azevedo, A. P.: Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.
- [13] Naaman, A. E., Likhitruangsilp, V., Parra-Montesinos, G.: Punching Shear Response of High-Performance Fiber-Reinforced Cementitious Composite Slabs. ACI Structural Journal, Vol. 104 (No. 2): pp. 170–179, March-April 2007.

- [14] ACI Committee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05). American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2005.
- [15] De Hanai, J. B., Holanda, K. M. A.: Similarities between punching and shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slabs and beams. Ibracon Structures and Materials Journal, Vol. 1 (No. 1): pp. 1–16, March 2008.
- [16] ACI Committee 318: *Building code requirements for structural concrete*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [17] Cheng, MY., Parra-Montesinos, G. J.: Evaluation of Steel Fiber Reinforcement for Punching Shear Resistance in Slab-Column Connections - Part I: Monotonically Increased Load. ACI Structural Journal, Vol. 107 (No. 1): pp. 101–109, January-February 2010.
- [18] ACI Committee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
- [19] Paias, J. R. S.: Comportamento ao Punçoamento de Lajes de Betão Armado de Alta Resistência Reforçado com Fibras de Aço. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, Setembro 2010.
- [20] Higashiyama, H., Ota, A., Mizukoshi, M.: Design Equation for Punching Shear Capacity of SFRC Slabs. International Journal of Concrete Structures and Materials, Vol. 5 (No. 1): pp. 35–42, June 2011.
- [21] JSCE: Standard Specifications for Concrete Structures-2007, Design. 2008.
- [22] Nguyen-Minh, L., Rovñák, M., Tran-Quoc, T.: Punching Shear Capacity of Interior SFRC Slab-Column Connections. Journal of Structural Engineering, pp. 613-624, DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000497, May 2012.
- [23] Maya, L. F., Ruiz, M. F., Muttoni, A., Foster, S. J.: Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs. Engineering Structures, Vol. 40: pp. 83–94, doi:10.1016/j.engstruct.2012.02.009, 2012.
- [24] Muttoni, A.,: Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. ACI Structural Journal, Vol. 105 (No. 4): pp. 440–450, 2008.
- [25] Muttoni, A., Fernandez, M.: The critical shear crack theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions. In: FIB Bulletin 57: shear and punching shear in RC and FRC elements, pp. 31-60 Lausanne (Switzerland), 2010.
- [26] Voo, J.Y.L., Foster, S.J.: Tensile fracture of fibre reinforced concrete: variable engagement model. In : 6th Rilem symposium of fibre reinforced concrete (FRC). Varenna, Italy, pp. 75-84, 2004.
- [27] Gouveia, N., Fernandes, N., Faria, D., Ramos, A. e Lúcio, V.: Punching of Steel Fibre Reinforcement Concrete Flat Slabs, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.

- [28] Diaz, A. J.: Seismic Resistance of Fibre-Reinforced Slab-Column Connections. Masterthesis, William Marsh Rice University, Houston, Texas, April 1991.
- [29] Cheng, MY., Parra-Montesinos, G. J.: Evaluation of Steel Fiber Reinforcement for Punching Shear Resistance in Slab-Column Connections - Part II: Lateral Displacement Reversals. ACI Structural Journal, Vol. 107 (No. 1): pp. 110–118, January-February 2010.
- [30] Muttoni, A., Ruiz, M. F.: The Levels-of-approximation Approach in MC2010: Application to Punching Shear Provisions. Structural Concrete, Vol. 13, No. 1, March 2012.
- [31] RAMOS, A. M. P. Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas. Tese apresentada no Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil, Março de 2003.
- [32] Mamede, N.; Ramos, A., Faria, D.: *Experimental and parametric 3D nonlinear finite elemento analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement*. Engineering and Structures, Volume 48, Março 2013, p. 442-457.
- [33] Ramos, A. M. P. e Lúcio, V.: Post-Punching Behaviour of Prestressed Concrete Flat Slabs. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, 60, no. 4, Maio, 2008.
- [34] Ramos, A. P., Lúcio, V e Regan, P.E.: *Punching of flat slabs with in-plane forces*, Engineering Structures, Volume 33, Issue 3, Março, 2011.
- [35] Faria, D.; Lúcio, V.; Ramos, A.: Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding. Engineering and Structures, Volume 33, Junho 2011, págs. 2025-2043.
- [36] Inácio, M.; Ramos, A.; Faria, D.: Strengthening of flat slabs with transverse reinforcement by introduction of steel bolts using different anchorage approaches. Engineering and Structures, Volume 44, Novembro 2012, págs. 63-77.
- [37] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V. e Ramos, A.: Punching of reinforced concrete slabs and experimental analysis and comparison with codes. Proceedings of IABSE-Fib Codes in Structural Engineering – Developments and Needs for International Practice, Cavtat, Dubrovnik, Croácia, Maio 2010.
- [38] Gomes, J. e Ramos, A.: Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes Reforçadas com Armadura Transversal Aderente Pós-Instalada, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [39] Paias, J. e Ramos, A. Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes de Betão Reforçado com Fibras de Aço, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [40] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V. e Ramos, A.: Material and geometrical parameters affecting punching of reinforced concrete flat slabs with orthogonal reinforcement. Short Paper, fib Symposium PRAGUE 2011 – Concrete Engineering for Excellence and Efficiency, Praga, República Checa, Junho 2011.
- [41] Ramos, A., Lúcio, V., Faria, D. e Inácio, M.: Punching Research at Universidade Nova de Lisboa. Design Of Concrete Structures and Bridges Using Eurocodes, Bratislava, Eslováquia, Setembro 2011.

- [42] Faria, D., Lúcio, V., e Ramos, A.: Pull-out and push-in tests of bonded steel strands. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, Volume 63, Issue 9, Setembro, 2011, pp. 689-705.
- [43] Faria, D., Inácio, M., Lúcio, V. e Ramos, A.: Punching of Strengthened Concrete Slabs Experimental Analysis and Comparison with Codes, IABSE, Structural Engineering International, No. 2 – "Codes of Practice in Structural Engineering", Maio 2012.
- [44] Gomes, J. e Ramos, A. P.: Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 1). Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 23-33.
- [45] Gomes, J. e Ramos, A. P.: Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 2). Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 34-43.
- [46] Faria, D., Lúcio, V., e Ramos, A.: Post-Punching Behaviour of Flat Slabs Strengthened with a New Technique using Post -Tensioning, Engineering Structures, Volume 40, Julho 2012, pp 382-397.
- [47] Mamede, N., Ramos, A. e Faria, D.: Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao Punçoamento de lajes fungiformes, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [48] Faria, D.; Lúcio, V. e Ramos, A.: *Reforço de lajes com recurso a pós-tensão com ancoragens por aderência*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [49] Inácio, M.; Ramos, A.; Lúcio, V. e Faria, D.: Punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos – efeito da área e posicionamento da ancoragem, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [50] Clément, T., Ramos, A. P., Fernández Ruiz, M. e Muttoni, A.: *Design for punching of prestressed concrete slabs*. Structural Concrete, 14: 157–167. 2013.
- [51] Monteiro Azevedo, N. e Lemos, V.: A 3D generalized rigid particle contact model for rock fracture, Engineering Computations, Vol. 30 (2), 2013, pp. 277-300.
- [52] Faria, D.; Lúcio, V. e Ramos, A.: Development of a Design Proposal for a Slab Strengthening System using Prestress with Anchorages by Bonding, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.
- [53] Inácio, M.; Ramos, A., Lúcio, V. e Faria, D.: Punching of High Strength Concrete Flat Slabs - Experimental Investigation, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, 4p, Tel Aviv, Abril de 2013.
- [54] Silva, R.; Faria, D.; Ramos, A.; Inácio, M.: A physical approach for considering the anchorage head size influence in the punching capacity of slabs strengthened with vertical steel bolts, Structural Concrete, Junho, 2013.

- [55] Gouveia, N.D, Faria, D.M.V., Ramos, A.M.P.: Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras de Aço, Revista Internacional TECH ITT by Construlink, Nº 34, Out 2013, Vol. 11, ISSN 1645-5576.
- [56] Gouveia, N., Fernandes, N., Faria, D., Ramos, A. e Lúcio, V.: SFRC Flat Slabs Punching Behaviour – Experimental Research, Composites: Part B, Vol. 63, pp. 161-171, Abril, 2014. DOI:10.1016/j.compositesb.2014.04.005.