

Estudo Paramétrico do Punçoamento em Lajes Fungiformes Utilizando Análise Numérica Não Linear

Nuno F. Silva Mamede

Relatório 2

FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas
(PTDC/ECM/114492/2009)

Outubro de 2013

1. Introdução

Este documento descreve o Estudo Paramétrico do punçamento em Lajes Fungiformes utilizando Análise Numérica Não Linear, recorrendo ao *software* ATENA 3D.

O recurso a ferramentas de análise numérica tem assumido relevante importância na engenharia civil, estas possibilitam a simulação do comportamento de estruturas de betão armado ou parte destas. As ferramentas mais complexas asseguram a capacidade de prever o comportamento dos materiais de forma não linear, principalmente o betão, tornando possível a análise e simulação dos mais variados tipos de estruturas de betão armado. No entanto a calibração dos modelos numéricos nunca pode ser dispensada de forma a se obter validação dos resultados numéricos.

Estudar e avaliar a influência dos vários parâmetros que afetam o punçamento através da utilização de uma ferramenta de análise numérica foi o principal objetivo deste trabalho. De modo a se atingir esse objetivo, o modelo numérico foi calibrado – *Benchmark* – recorrendo à simulação de 13 lajes ensaiadas laboratorialmente ao punçamento, englobando, estas, características da gama dos modelos desenvolvidos para o estudo paramétrico. A dimensão do pilar, entre 300 e 400 mm; a resistência à compressão do betão, de 20 a 40 MPa; a percentagem geométrica de armadura longitudinal, entre 0,5% e 2,0%; e a espessura da laje, entre 200 e 350 mm, foram os parâmetros variados no estudo paramétrico. Foram, ainda, comparados os resultados obtidos com as previsões apresentadas nas normas correntes, nomeadamente, o EC2 [1] e o MC2010 [2], em termos de cargas de rotura. Rotações e deslocamentos verticais também foram tidos em conta para comparação de resultados das análises numéricas. Finalmente, uma proposta de alteração da equação que prevê a resistência ao punçamento segundo o EC2 [1] foi realizada, substituiu-se o parâmetro do efeito de escala por parâmetros dependentes da energia de fratura.

2. Benchmark

Neste capítulo é referida a comparação entre os resultados de modelos experimentais de ensaios ao punçamento em laboratório com a análise numérica desses modelos, de modo a obter validação dos modelos numéricos.

2.1 Descrição dos modelos experimentais

Foram utilizados para calibração dos modelos numéricos 13 modelos experimentais de laje fungiforme, quadrada em planta, ensaiadas ao punçamento por diversos autores. Todos os modelos simulavam um painel de laje com pilar interior. Os modelos foram desenvolvidos em estudos elaborados por Ramos [3][4][5] – modelos AR2 e AR9; Faria [6] – modelos DF1 e DF4; Inácio [7] – modelo ID1; Guidotti [8] – modelos PG11, PG19 e PG20; Guandalini [9] – modelos PG2-b; PG5 e PG3; Tomaszewick [10] – modelo ND65-1-1; e Li [11] – modelo P200.

2.1.1 Geometria e características

Os modelos experimentais são lajes fungiformes maciças em betão armado e pretendem apenas simular a zona junto ao pilar, sendo limitadas pela zona de momentos fletores nulos.

As lajes referentes a Ramos [3][4][5], que a são designadas por AR2 e AR9, consistiam em painéis quadrados com dimensões $2300 \times 2300 \text{ mm}^2$, em planta, e uma espessura de 100 mm. O pilar central tem secção transversal de $200 \times 200 \text{ mm}^2$ e foi simulado recorrendo a uma placa de aço.

As cargas verticais foram aplicadas em oito pontos no topo da laje, tendo como sistema de carga dois macacos hidráulicos, como se pode observar na figura 1. A carga foi transferida por meio de cabos de pré-esforço ancorados, um em cada ponto, através de placas de aço com dimensões $100 \times 100 \text{ mm}^2$ e espessura de 20 mm, que ao atravessar a laje cada dois cabos suspendia um perfil metálico. A cada um desses perfis foram suspensos mais dois perfis, sobrepostos. Nestes perfis, o sistema de carga aplicava um deslocamento a meio vão, estando os macacos hidráulicos sob a laje do laboratório ligados por cabos de pré-esforço, e ligadas ao mesmo sistema hidráulico.

Nos bordos da laje, eram permitidas as rotações com o efeito de simular um momento fletor nulo, tal como nos restantes modelos a apresentar. A placa de aço, que simulava o pilar, impedia os deslocamentos verticais funcionando como apoio à laje.

Os modelos experimentais DF1 e DF4, referentes a Faria [6], eram lajes de betão armado com $2300 \times 2300 \text{ mm}^2$ de secção transversal e com espessura de 100 e 120 mm nas lajes DF1 e DF4, respetivamente. As lajes estavam centradas num pilar simulado através de uma placa de aço com 50 mm de espessura e dimensões em planta de $200 \times 200 \text{ mm}^2$.

A carga vertical foi aplicada através de uma placa que simulava o pilar com recurso a um macaco hidráulico. A laje estava apoiada em oito pontos, onde cada um desses pontos continha uma placa de aço, com dimensões $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$. Sobre cada dois desses pontos, assentava um perfil metálico que era atravessado, a meio vão, por um cordão de aço de alta resistência, que atravessava a laje experimental e, era ancorado na base da laje do laboratório, como se ilustra na figura 2.

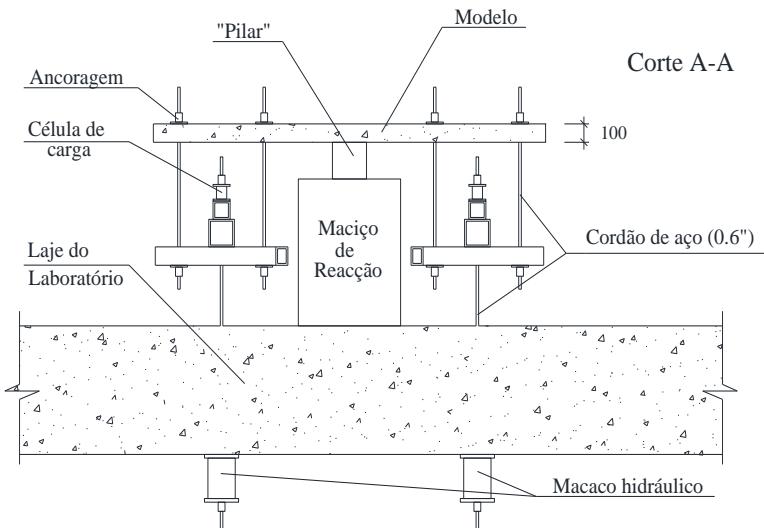
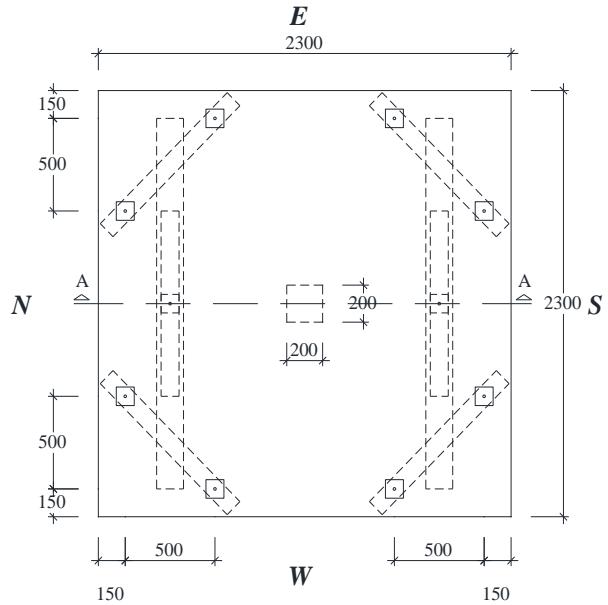


Figura 1 – Esquema de ensaio dos modelos AR2 e AR9, planta e corte, Ramos [3].

O modelo estudado por Inácio [7], ID1, tem dimensões $1800 \times 1800 \text{ mm}^2$ e uma espessura de 120 mm, o pilar central foi simulado por meio de uma placa de aço com $200 \times 200 \text{ mm}^2$ transversalmente, e uma espessura de 50 mm. O sistema de carga e de apoio é semelhante ao descrito no caso das lajes DF1 e DF4, variando apenas as dimensões onde foram colocados os apoios, como se verifica na figura 3.

Os modelos desenvolvidos por Guidotti [8] (PG11, PG19 e PG20) e Guandalini [9] (PG2-b, G5 e PG3) tinham dimensões $3000 \times 3000 \text{ mm}^2$ e espessura de 250 mm, exceto a laje PG3 que tinha o dobro da dimensão dos outros modelos, ou seja, $6000 \times 6000 \times 500 \text{ mm}^3$. Os pilares foram simulados através de placa metálica com $260 \times 260 \text{ mm}^2$ em todos os modelos exceto no PG3 que tinha $520 \times 520 \text{ mm}^2$. O teste realizou-se de forma similar aos das lajes da série AR mas

utilizando 4 macacos hidráulicos, no caso da laje PG3 os macacos hidráulicos foram utilizados e colocados sob a laje de reação dois macacos hidráulicos. Na figura 4 apresenta-se a vista em planta destes modelos, para as dimensões apresentadas, o modelo PG3 apresentar-se-ia com o dobro das dimensões.

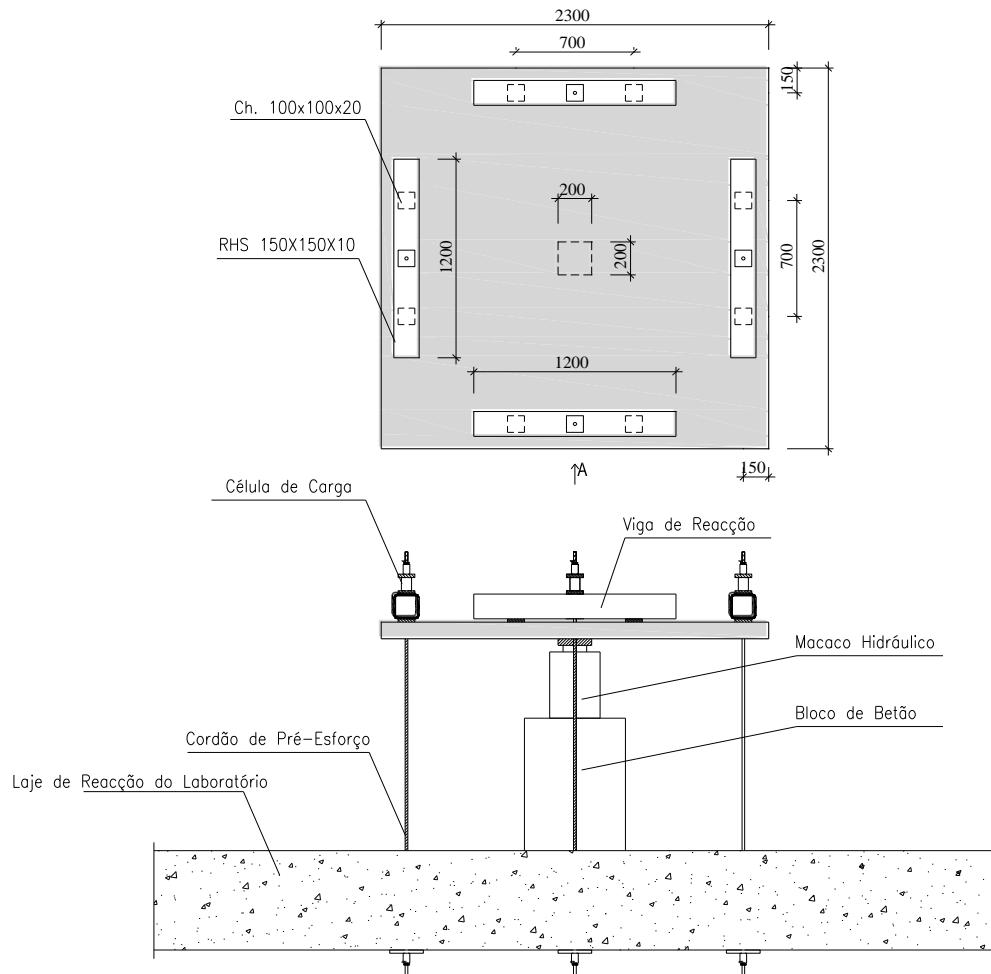
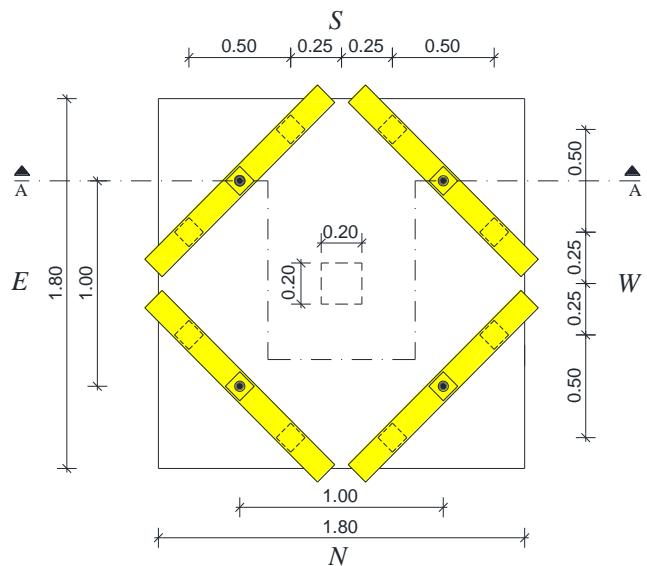


Figura 2 – Esquema de ensaio dos modelos DF1 (100 mm) e DF4 (120 mm), Faria [6].

A laje ND65-1-1, ensaiada por Tomaszewick [10], tinha dimensões em planta de $3000 \times 3000 \text{ mm}^2$ e espessura de 320 mm. O pilar era quadrado com 200 mm de lado e simulado pelo macaco hidráulico que aplicava a carga. O modelo era suportado por um anel metálico em todo o bordo do modelo. O modelo experimental P200, elaborado por Li [11], tinha dimensões $725 \times 725 \text{ mm}^2$ e espessura de 240 mm, o pilar foi simulado por um elemento de betão armado com secção de $200 \times 200 \text{ mm}^2$. O ensaio foi efetuado de forma invertida e a carga aplicada através de uma máquina MTS universal. Na figura 5 pode observar-se a vista em planta dos dois modelos apresentados acima.



Corte A-A

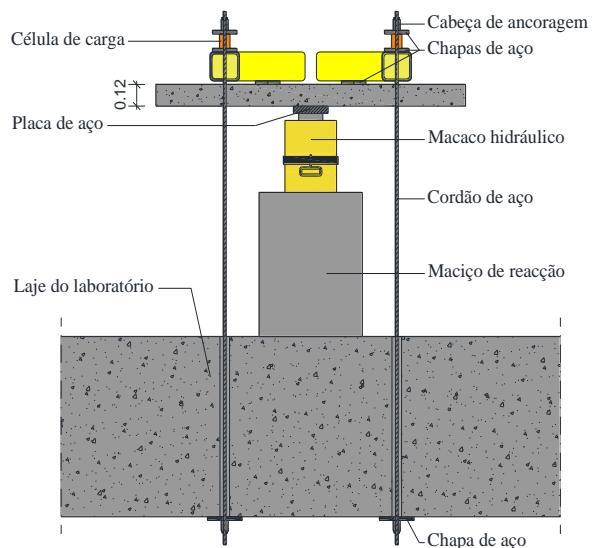


Figura 3 – Esquema de ensaio do modelo ID1, dimensões em m. Inácio [7].

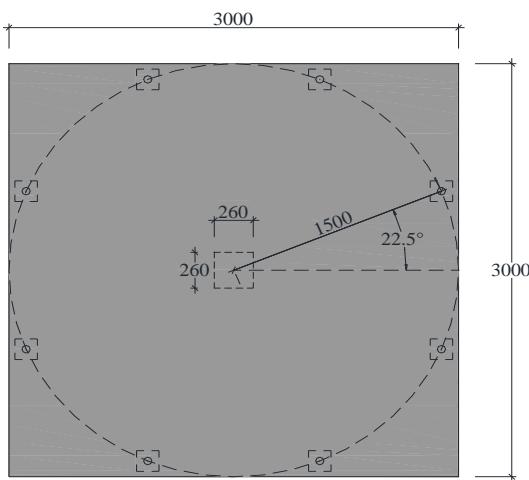


Figura 4 – Vista em planta dos modelos da série PG, dimensões em mm.

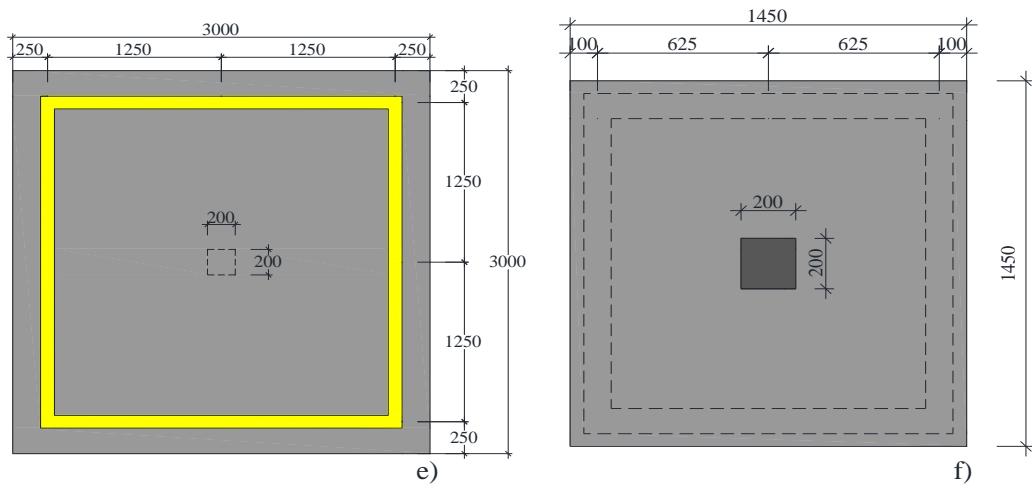


Figura 5 – Vista em planta dos modelos ND65-1-1 e P200, dimensões em mm.

As armaduras longitudinais inferiores consistiam numa malha ortogonal composta por varões de 6 mm de diâmetro espaçados de 200 mm, em todos os modelos experimentais, o que corresponde aproximadamente a $\phi 6//200$, nos modelos das séries AR, DF e ID. Os modelos PG11, PG19 e PG20 eram compostos por armaduras inferiores de $\phi 8//145$, $\phi 10//125$ e $\phi 10//100$, respetivamente, enquanto que a armadura inferior dos modelos PG2-b, PG5 e PG3 consistia em $\phi 8//150$, $\phi 8//115$ e $\phi 10//135$, respetivamente. O modelo ND65-1-1 não possuía este tipo de armadura. No modelo P200 apenas foram providenciados dois varões de 16 mm de diâmetro, em cada direção, junto ao pilar.

As armaduras longitudinais superiores dos modelos AR2, AR9 e DF1 compunham-se por varões de 10 mm de diâmetro a cada 60 mm, nas duas direções ortogonais, formando assim uma malha quadrada de $\phi 10//60$. Quanto às lajes ID1 e DF4, este tipo de armadura é composto por varões de 10 mm de diâmetro espaçados de 75 mm, ou seja aproximadamente $\phi 10//75$. A laje PG11 era composta por varões de 18 e 16 mm, intercalados, com espaçamento de 290 mm. A armadura longitudinal superior das lajes PG19 e PG20 eram compostas por $\phi 16//125$ e $\phi 20//100$, respetivamente. Os modelos PG2-b e PG5 eram compostos por varões de 10 mm espaçados a 150 mm e 115 mm, respetivamente. A armadura superior da laje PG3 era composta por varões de 16 mm espaçados a 135 mm. Em todos os modelos da série PG as armaduras eram idênticas nas duas direções ortogonais. A armadura longitudinal superior do modelo ND65-1-1 era composta por $\phi 25//60$ numa direção e $\phi 25//120$ na outra. O modelo P200 era composto por varões com diâmetro de 12 mm espaçados a 120,8 mm.

A altura útil média associada a cada modelo experimental pode ser observada na tabela 1.

A execução dos ensaios, em todos os modelos referidos, consistiu em carregamentos contínuos até se atingir a rotura, por prescrição de deslocamento.

Tabela 1 – Altura util média dos modelos experimentais.

Modelo	Altura útil (mm)
AR2	80
AR9	80
DF1	69
DF4	88
ID1	87
PG11	208
PG19	206
PG20	201
PG2-b	210
PG5	210
PG3	456
ND65-1-1	275
P200	200

2.1.2 Materiais

2.1.2.1 Betão

Na tabela 2, podem observar-se os valores obtidos experimentalmente, f_{ccm} , os valores da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos, f_{cm} , os valores da tensão média de rotura à tração do betão, f_{ctm} , e ainda os valores do módulo de elasticidade do betão, E_c . Os valores de f_{cm} , f_{ctm} e E_c foram obtidos através das expressões 1, 2 e 3 presentes no Eurocódigo 2 [1], para os modelos elaborados pela equipa de investigação da qual o autor faz parte – modelos AR, DF e ID1. Na expressão 3 foi considerada uma redução de 10% no módulo de elasticidade, como recomendado pelo EC2 [1], visto que os agregados utilizados foram de origem calcária, nos modelos em que a medida se aplicava. A energia de fratura, G_F , foi obtida segundo o Model Code 1990 [12] seguindo a expressão 4. d_g corresponde à máxima dimensão do agregado. Os valores dos modelos da série PG, do modelo ND65-1-1 e do modelo P200 foram adquiridos na bibliografia correspondente de cada laje experimental.

$$f_{cm} = 0,8 \times f_{ccm} \quad (1)$$

$$f_{ctm} = 0,30 \times (f_{cm} - 8)^{2/3} \quad (2)$$

$$E_c = 9,923 \times f_{cm}^{0.3} \quad (3)$$

(4)

$$G_F = G_{F0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} [N/m]$$

Onde: $f_{cm0}=10$ MPa

$$G_{F0} = \begin{cases} 0,025; d_g = 8 \text{ mm} \\ 0,030; d_g = 16 \text{ mm} \\ 0,058; d_g = 32 \text{ mm} \end{cases} \quad Nmm/mm^2 \quad (5)$$

Tabela 2 – Propriedades do betão.

Modelo	f_{cem} (MPa)	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_c (GPa)	G_F (N/m)	d_g (mm)
AR2	48,9	39,1	3,0	29,8	78	16
AR9	46,4	37,1	2,8	29,3	75	16
DF1	31,0	24,8	2,0	26,0	57	16
DF4	24,7	19,8	1,6	24,3	48	16
ID1	49,2	39,8	3,0	30,0	79	16
PG11	-	31,5	2,5	33,2	67	16
PG19	-	46,2	3,2	32,7	88	16
PG20	-	51,7	3,4	33,9	95	16
PG2-b	-	40,5	3,0	34,7	80	16
PG5	-	29,3	2,3	26,8	64	4
PG3	-	32,4	2,1	31,8	68	16
ND65-1-1	-	64,3	4,3	38,1	110	16
P200	-	39,5	3,3	29,9	97	20

2.1.2.2 Aço

Na tabela 3 apresentam-se as características do aço referentes aos modelos experimentais utilizados na fase de calibração do estudo. Todos os varões ensaiados eram do tipo rugoso de modo a garantir uma boa aderência entre os estes e o betão. De experimentação, nos modelos das séries AR, DF e ID, obteve-se os valores referentes à tensão de cedência do aço, f_{sy} , e à tensão de rotura do aço, f_{su} . Os dados referentes às restantes séries foram obtidos da bibliografia.

Tabela 3 – Propriedades do aço das armaduras longitudinais.

Modelo	ϕ Inferior		ϕ Superior	
	f_{sy} (MPa)	f_{su} (MPa)	f_{sy} (MPa)	f_{su} (Mpa)
AR2	639	732	523	613
AR9	555	670	481	633
DF1	537	656	541	637
DF4	561	678	537	648
ID1	588	697	445	582
PG11	531	-	538	-
PG19	500	-	551	-
PG20	500	-	510	-
PG2-b	500	-	552	-
PG5	500	-	555	-
PG3	500	-	520	-
ND65-1-1	-	-	500	-
P200	-	-	465	-

2.1.3 Instrumentação

Na Figura 6 apresentam-se os pontos onde foram lidos os deslocamentos nos modelos experimentais, através da instalação de defletómetros. As cargas foram obtidas com recurso a células de carga. Os defletómetros foram instalados ao longo da laje nas duas direções ortogonais, mas por razões de simplificação apenas uma linha de resultados é apresentada. Os pontos d_1 a d_5 correspondem aos pontos de leitura das lajes das séries AR, DF e ID. Os deslocamentos associados às lajes da série PG correspondem ao ponto de monitorização denominado d_{pg} . Contudo, não se teve acesso a dados referentes a deslocamentos das lajes ND65-1-1 e P200.

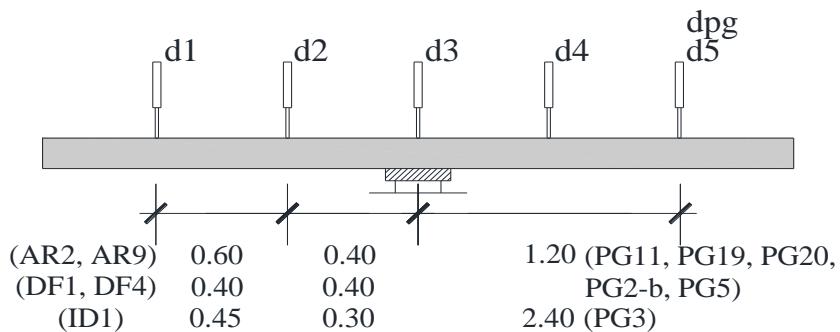


Figura 6 – Posicionamento dos defletómetros nas lajes ensaiadas laboratorialmente, em m.

2.2 Descrição dos modelos Numéricos

Nas definições das propriedades dos materiais e dos parâmetros a introduzir no ATENA 3D, na elaboração dos modelos numéricos, que se apresentam de seguida, foram tidos em conta os trabalhos realizados por Inácio [13] e Nogueira [14], de modo a se obter a melhor convergência na comparação com os modelos experimentais.

2.2.1 Geometria

Uma vez que, os modelos experimentais se caracterizavam por serem lajes quadradas e simétricas, procedeu-se à modelação numérica de apenas $\frac{1}{4}$ de laje, com a finalidade de simplificar e acelerar as análises numéricas. Foram, ainda, modelados os elementos que garantiam o suporte e aplicavam a carga em contacto com a laje, ou seja, as placas de aço que simulavam o pilar e as restantes que se encontravam sobre a zona de momentos nulos que funcionavam como suporte conectadas a cabos de pré-esforço, como se observa na figura 7.

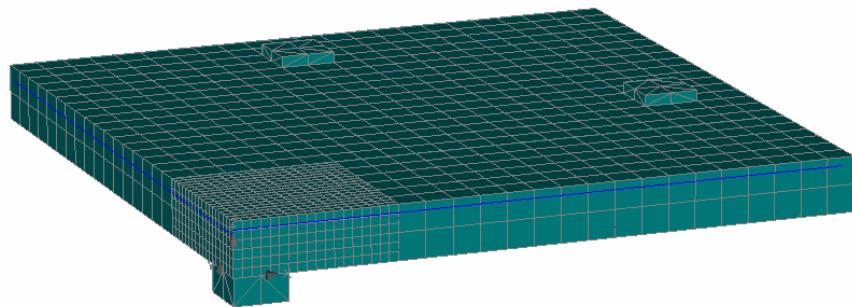


Figura 7 – Exemplo da modelação de $\frac{1}{4}$ de laje no Atena 3D (Modelo AR2).

Em todos os modelos, o carregamento foi simulado com a prescrição de um deslocamento no centro do pilar, com incrementos de 0,1 mm. Na zona de momentos nulos, foi introduzida restrição do deslocamento vertical através de um apoio pontual, no centro de cada placa de aço, permitindo assim as rotações. Nos eixos de simetria foram aplicados encastramentos deslizantes ao longo das superfícies, permitindo deslocamentos verticais e restringidos deslocamentos horizontais e rotações. Assim, garantiu-se as condições de fronteira devido à modelação de apenas um quarto da laje.

Os elementos finitos relativos à laje foram simulados por elementos hexaedros, também designados por *brick*, e as placas de aço foram simulados por elementos tetraedros. Na zona junto ao pilar, a cerca de três vezes a altura útil, executou-se o refinamento da malha para um terço da dimensão máxima. Como se pode observar na figura 8.

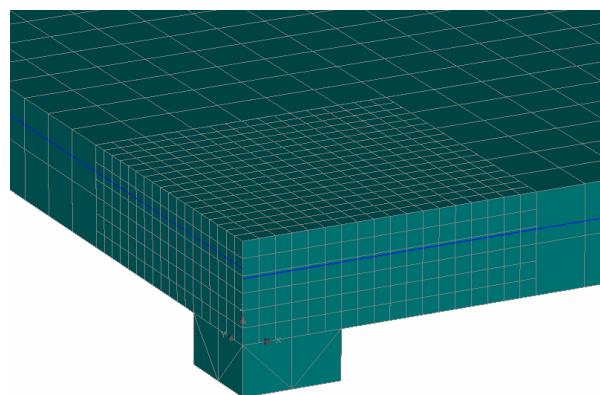


Figura 8 – Exemplo do refinamento da malha junto ao pilar, no Atena 3D (Modelo DF1).

2.2.2 Materiais

As características dos materiais assumidas foram as correspondentes a cada modelo, como descritas acima, na seção 2.1.2.

O modelo de fendilhação do betão foi definido considerando-se um coeficiente de 0,5 para a relação entre o *fixed crack model* e o *rotated crack model*. Assim, quando se atinge uma tensão equivalente a metade da tensão de rotura à tração do betão, as fendas deixam de rodar consoante as tensões principais e passam a ter direção fixa.

Os varões de aço foram considerados com comportamento bilinear e introduzidos por elementos barra, armadura discreta, na respetiva altura útil, ficando a armadura numa direção acima e na outra abaixo da altura útil média. As armaduras coincidentes com os eixos de simetria foram simuladas com metade da área. A aderência entre os varões e a armadura foi assumida como *Perfect-Bond*, ou seja, aderência perfeita entre os varões e a armadura de aço.

2.2.3 Instrumentação

Todos os modelos numéricos foram monitorizados nos pontos correspondentes à colocação dos defletómetros dos modelos experimentais. Na figura 9 pode observar-se um exemplo da colocação dos pontos de monitorização, onde o ponto na base do pilar corresponde à leitura da carga (pela reação nesse ponto) e os restantes correspondem a deslocamentos verticais.

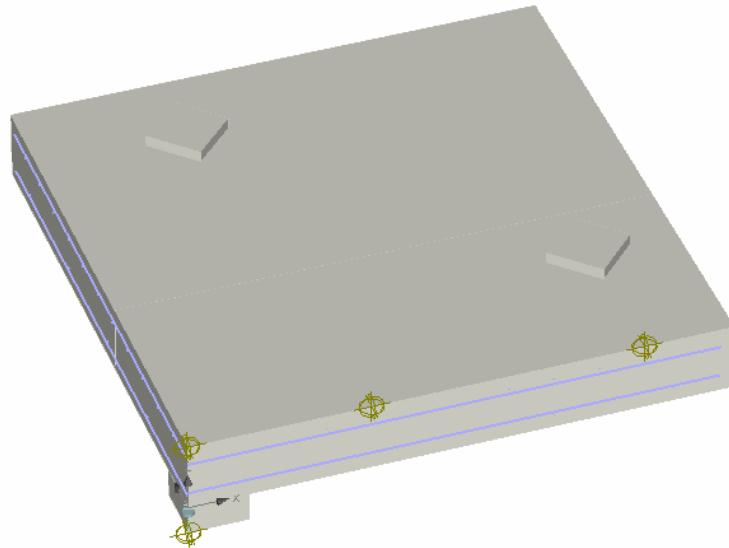


Figura 9 – Exemplo da monitorização inserida nos modelos, no Atena 3D.

2.3 Resultados

Para comparação de resultados entre os modelos experimentais e numéricos, ou seja, a calibração do modelo numérico, foram utilizados os valores correspondentes aos deslocamentos verticais e à carga de rotura dos modelos.

2.3.1 Descolamentos verticais

Os deslocamentos verticais foram monitorizados, nos modelos numéricos, em apenas um ponto, visto que apenas $\frac{1}{4}$ dos modelos foram simulados, assim os deslocamentos foram comparados com a média dos deslocamentos verticais nos modelos experimentais. Na figura 10 apresentam-se as relações Força-Deslocamento dos deslocamentos utilizados para calibração do modelo numérico. Os deslocamentos experimentais d_1 e d_2 correspondem à média dos deslocamentos, identificados na figura 6, d_1 e d_5 , e aos deslocamentos d_2 e d_4 , respetivamente. Os deslocamentos d_{PG} foram estimados com recurso à rotação registada no ponto de referência.

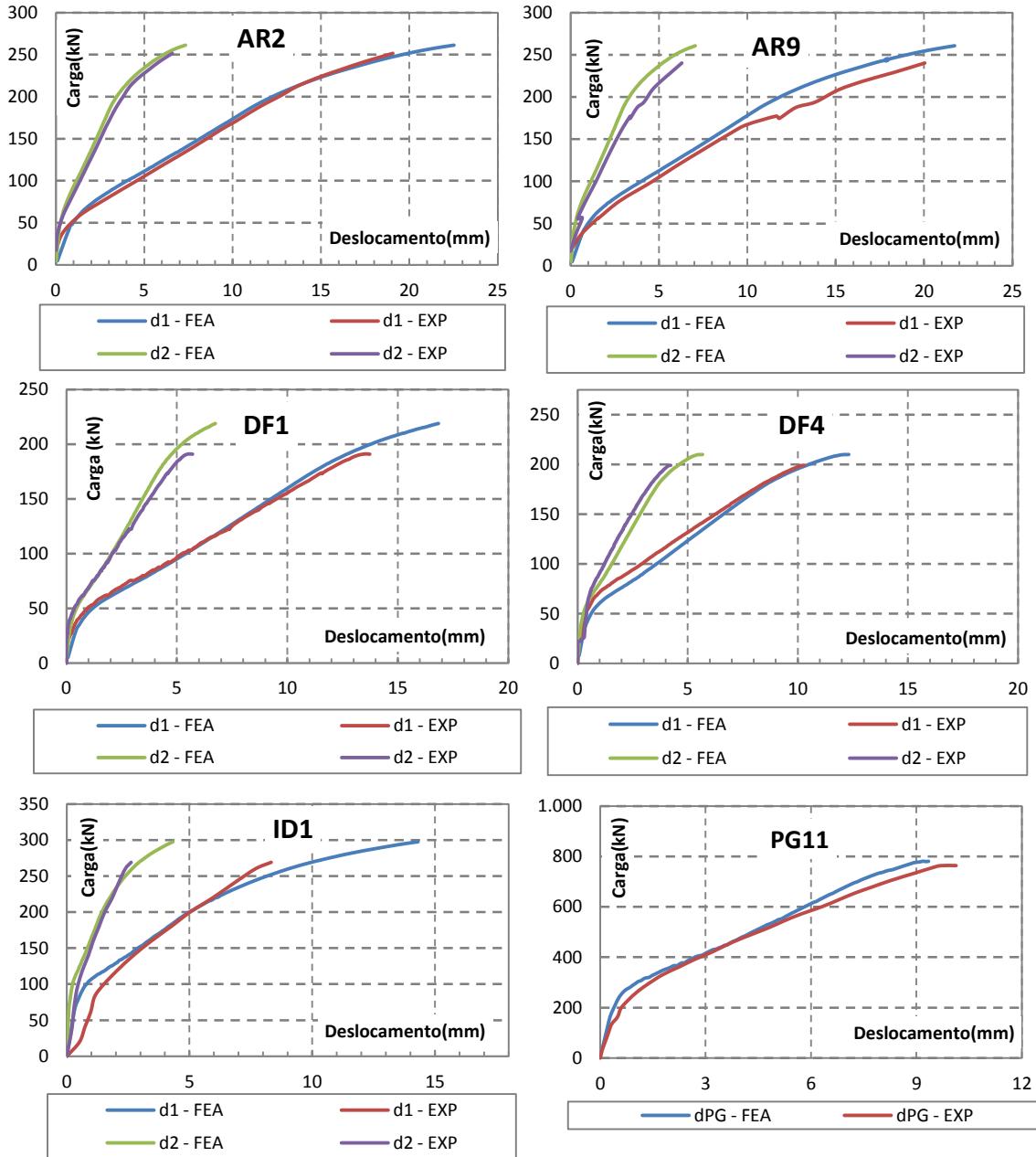


Figura 10 – Relação carga versus deslocamento entre os modelos numéricos e experimentais.

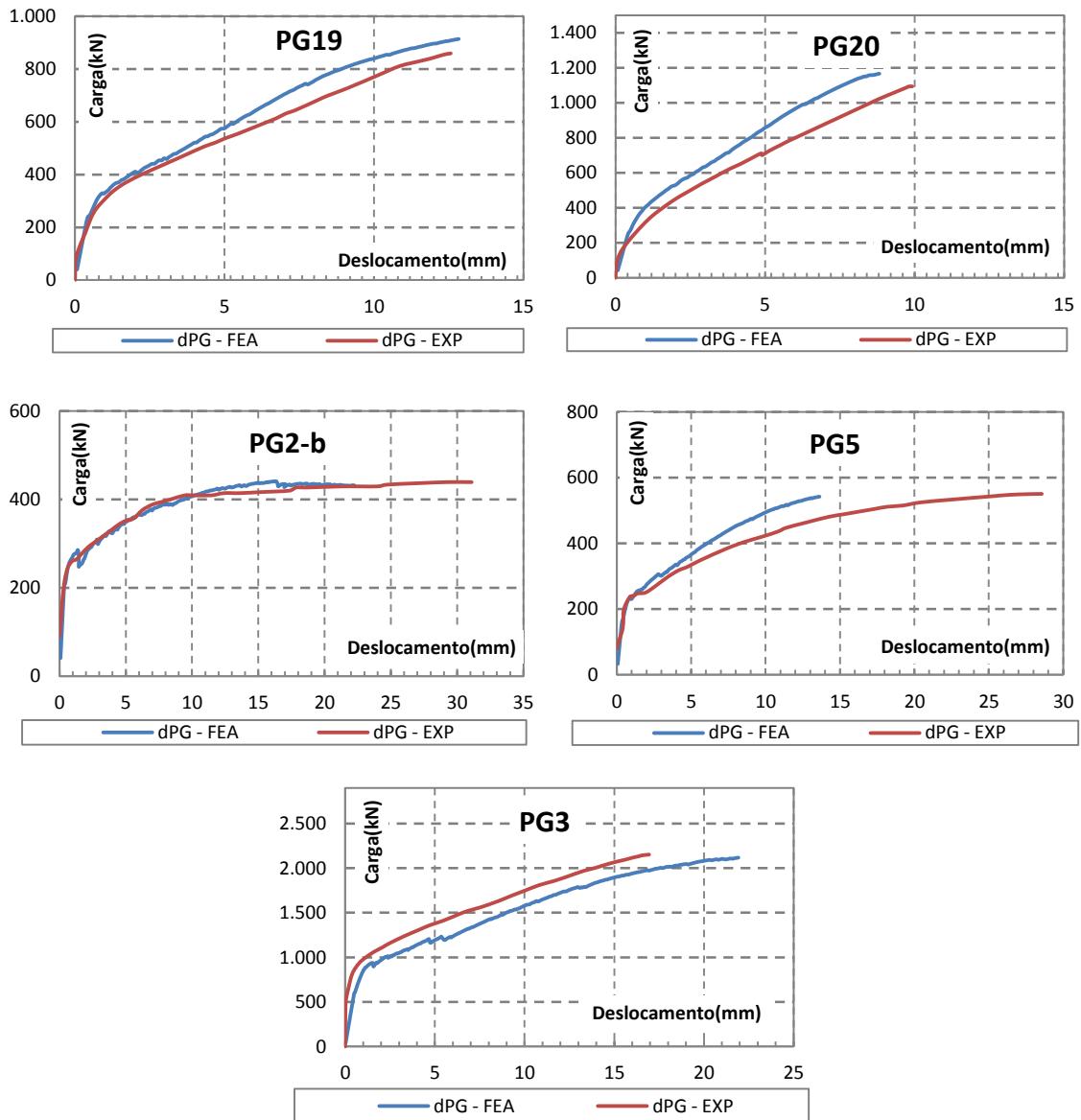


Figura 10 – Continuação.

Como se apresenta na Figura 10, o comportamento previsto dos modelos numéricos demonstra uma boa aproximação com os modelos experimentais. Todos os modelos apresentaram rotura ao punçamento, embora as lajes experimentais PG2-b e PG5 terem atingido o seu patamar plástico e a rotura por punçamento ter ocorrido com grandes deformações plásticas, segundo Guandalini [9] – rotura mista flexão-punçamento. Deste modo, justificam-se as disparidades apresentadas, nestes casos, entre as análises numéricas e experimentais em relação aos deslocamentos finais.

2.3.2 Cargas de Rotura

As cargas de rotura das lajes foram o segundo ponto de comparação para a validação do modelo numérico. Na Tabela 4 apresentam-se as cargas de rotura experimentais, V_{EXP} , e numéricas, V_{FEM} , tal como a sua relação. Podem observar-se, ainda, o valor médio do rácio entre os modelos e a seu coeficiente de variação, COV. A carga de rotura foi definida com base no valor prévio a uma perda súbita de resistência dos modelos numéricos.

Tabela 4 – Propriedades do aço das armaduras longitudinais.

Modelo	V_{EXP} (kN)	V_{FEM} (kN)	V_{EXP}/V_{FEM}
AR2	258,0	259,1	1,00
AR9	251,0	260,6	0,96
DF1	191,0	218,9	0,87
DF4	199,0	210,0	0,95
ID1	269,0	297,4	0,90
PG11	763,3	780,8	0,98
PG19	860,0	914,4	0,94
PG20	1094,0	1166,8	0,94
PG2-b	438,7	441,2	0,99
PG5	550,0	542,0	1,01
PG3	2153,0	2117,2	1,02
ND65-1-1	2050,0	2041,2	1,00
P200	904,0	992,0	0,91
Média		0,96	
COV		0,05	

Tal como se apresenta na Tabela 4, pode afirmar-se que houve uma boa concordância entre as cargas de rotura experimentais e numéricas. A média da relação entre estas resultou em 0.96 com um COV de 0.05. Em média, os resultados dos modelos numéricos apresentaram-se um pouco mais conservativos que os experimentais, estando-se assim ligeiramente no lado da segurança.

3. Estudo Paramétrico

Nesta secção, serão apresentados os modelos do estudo paramétrico, as suas características geométricas e dos materiais e os resultados provenientes deste estudo, onde se analisam a influência de cada parâmetro variado – espessura da laje, percentagem de armadura longitudinal de tração, resistência do betão e dimensão da seção do pilar. A comparação das cargas previstas dos modelos numéricos do estudo paramétrico será efetuada com as previsões das normas correntes, nomeadamente, o EC2 [1] e o MC2010 [2]. Finalmente, uma proposta de alteração da equação que prevê a resistência ao punçamento segundo o EC2 [1] será apresentada, substituindo-se o parâmetro do efeito de escala por parâmetros dependentes da energia de fratura. A comparação entre a previsão obtida através da expressão proposta e os resultados experimentais de diversos estudos de laje ao punçamento será apresentada.

3.1 Características dos modelos

Para o estudo paramétrico foram desenvolvidos 360 modelos numéricos onde se combinaram os parâmetros referidos acima. Os modelos numéricos, tal como as lajes experimentais descritas na primeira parte deste artigo, simulavam a zona junto a um pilar interior limitada pela linha de momentos fletores nulos, que segundo a literatura se pode aproximar a 22% do vão, L . A geometria dos modelos em planta, $\frac{1}{4}$ de laje, resultou de acordo com o ilustrado na Figura 11. Na qual os apoios e o pilar foram simulados por elementos de com material aço e a carga foi introduzida através da prescrição de deslocamentos verticais no pilar.

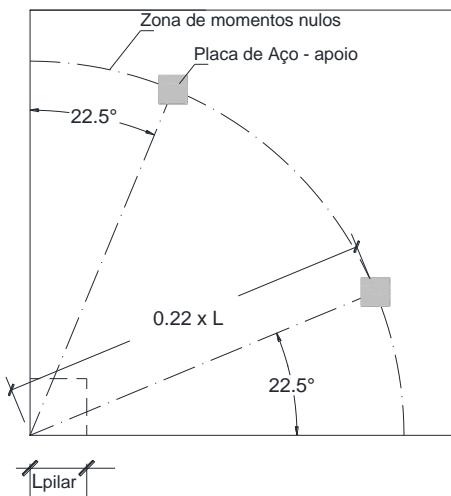


Figura 11 - Vista em planta da geometria dos modelos numéricos do estudo paramétrico.

A geometria dos modelos foi definida com base na escolha da espessura da laje, h , em que através da esbelteza se obteve o comprimento do vão, L , estando este limitado a aproximadamente 22% do seu comprimento: $h=L/30$. Os apoios foram colocados sobre a linha de momentos nulos, como se observa na Figura 1. Na Tabela 1 apresentam-se as dimensões dos

modelos segundo a respetiva espessura. Neste estudo foram consideradas as espessuras de laje seguintes: 200, 225, 250, 300 e 350 mm. Os pilares foram tomados com seção quadrada com a dimensão lateral, L_{pilar} , de 300, 400 e 500 mm.

Tabela 5 – Características geométricas dos modelos do estudo paramétrico.

<i>h [mm]</i>	<i>d [mm]</i>	<i>L [m]</i>	<i>0,22 x L [m]</i>
200	165	6,00	1,32
225	190	6,75	1,49
250	215	7,50	1,65
300	265	9,00	1,98
350	315	10,50	2,31

As diferentes resistências do betão assumidas no estudo foram 20, 25, 30 e 40 MPa. Com base nestas resistências à compressão, na Tabela 6 apresentam-se as propriedades associadas a cada classe de resistência, onde: f_c é a resistência à compressão do betão à compressão; f_{ct} é a resistência à tração do betão; E_c é o módulo de elasticidade do betão e G_F é a energia de fratura do betão.

Tabela 6 – Características do betão dos modelos numéricos do estudo paramétrico.

<i>f_c [MPa]</i>	<i>f_{ct} [MPa]</i>	<i>E_c [GPa]</i>	<i>G_F [N/m]</i>
20	2,2	30	50
25	2,6	31	57
30	2,9	33	65
40	3,5	35	80

A armadura longitudinal de tração foi o outro parâmetro a ser alterado neste estudo. Foram definidas malhas de armadura correspondentes a percentagens de 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50 e 2.00 %. Os varões foram dispostos nas duas direções ortogonais sendo compostos por uma malha com varões espaçados a cada 100 mm com diâmetro correspondente à respetiva percentagem de armadura. A armadura inferior era constituída por varões espaçados a 200 mm, nas duas direções ortogonais, com o diâmetro dos varões calculado segundo a equação para a armadura mínima para estruturas de betão armado, como recomendado no EC2 [1]. Na figura 12 apresenta-se um exemplo da armadura longitudinal de uma laje, varões a azul.

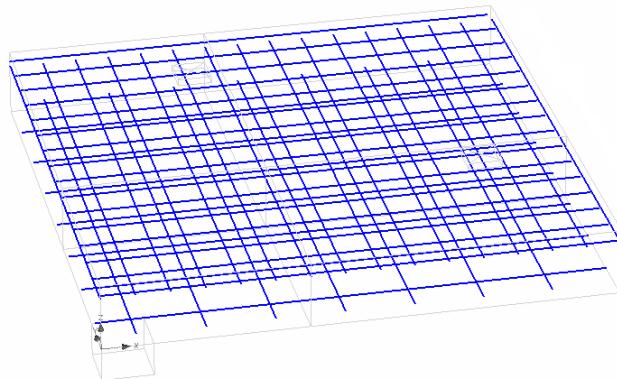


Figura 12 – Exemplo das armaduras longitudinais de um modelo numérico.

3.2 Análise de resultados

3.2.1 Cargas de rotura ao punçamento dos modelos numéricos

Neste tópico apresentam-se os todos os valores das cargas de rotura obtidas numericamente, V_{MEF} , e as cargas previstas segundo as normas correntes, nomeadamente o EC2 [1] ($V_{Rm,EC2}$) e MC2010 [2] ($V_{Rm,MC2010}$), e as respetivas relações entre as cargas numéricas e previsões. A equação presente no MC2010 [2] para previsão da resistência ao punçamento em lajes fungiformes está direcionada para efeitos de dimensionamento, neste estudo foi recorreu-se a uma equivalente, em que apenas se alteram os valores de alguns parâmetros, que foi desenvolvida por Muttoni [15] com vista a comparação com resultados experimentais.

A Equação 6 expressa a previsão da resistência ao punçamento segundo o EC2 [1], onde d é a altura útil, ρ_l é a percentagem de armadura longitudinal média e u_1 é o perímetro de controlo em torno do pilar definido a uma distância de $2d$ do pilar.. Na Equação 7 u é o perímetro de controlo definido a $0,5d$ do pilar, ψ a rotação da laje e d_g é a máxima dimensão do agregado. Na equação seguinte, r_s define a distância do centro do pilar à zona de momentos nulos; f_y e E_s definem a tensão de cedência e módulo de elasticidade dos varões de aço; m_{sd} e m_{rd} são o momento fletor atuante e resistente na zona junto ao pilar, respetivamente, sendo o momento atuante aproximado a $V/8$.

$$V_{Rm,EC2} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \cdot \rho_l f_c)^{1/3} \cdot u_1 d \quad (6)$$

$$\frac{V_{Rm,MC2010}}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{16 + d_g}} \quad (7)$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{rd}} \right)^{1.5} \quad (8)$$

A expressão 8 corresponde a um nível de aproximação II. Nesta seção, os valores correspondentes ao MC2010 [2] estão apresentados com base nas equações 7 e 8 que caracterizam um modelo experimental com nível de aproximação II.

Nas tabelas seguintes, tabela 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 apresentam-se os valores das previsões da resistência ao punçamento obtidas numericamente e através das previsões utilizadas neste estudo.

Tabela 7 – Cargas de rotura para h=200, f_c=20 MPa e f_c=25 MPa.

Modelo	V _{MEF} (kN)	V _{Rm,EC2} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,EC2}	V _{Rm,MC2010} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,MC2010}
M_200_050_20_300	427,20	440,06	0,97	380,99	1,12
M_200_075_20_300	537,20	503,75	1,07	451,64	1,19
M_200_100_20_300	579,20	554,44	1,04	503,21	1,15
M_200_125_20_300	614,00	597,26	1,03	542,47	1,13
M_200_150_20_300	651,20	634,68	1,03	573,43	1,14
M_200_200_20_300	703,60	698,56	1,01	617,71	1,14
M_200_050_20_400	472,00	493,84	0,96	424,67	1,11
M_200_075_20_400	559,60	565,30	0,99	506,76	1,10
M_200_100_20_400	614,80	622,19	0,99	567,43	1,08
M_200_125_20_400	649,60	670,24	0,97	614,55	1,06
M_200_150_20_400	700,80	712,23	0,98	651,97	1,07
M_200_200_20_400	787,60	783,92	1,00	706,34	1,12
M_200_050_20_500	500,00	547,61	0,91	463,54	1,08
M_200_075_20_500	557,60	626,86	0,89	555,56	1,00
M_200_100_20_500	616,80	689,94	0,89	624,76	0,99
M_200_125_20_500	682,40	743,22	0,92	678,79	1,01
M_200_150_20_500	748,00	789,79	0,95	722,02	1,04
M_200_200_20_500	832,40	869,28	0,96	785,66	1,06
M_200_050_25_300	458,00	474,04	0,97	406,57	1,13
M_200_075_25_300	571,60	542,64	1,05	484,87	1,18
M_200_100_25_300	634,00	597,26	1,06	543,20	1,17
M_200_125_25_300	676,40	643,38	1,05	588,68	1,15
M_200_150_25_300	710,80	683,69	1,04	625,13	1,14
M_200_200_25_300	784,00	752,50	1,04	679,47	1,15
M_200_050_25_400	494,40	531,97	0,93	452,38	1,09
M_200_075_25_400	609,60	608,95	1,00	543,23	1,12
M_200_100_25_400	643,20	670,24	0,96	611,54	1,05
M_200_125_25_400	690,40	721,99	0,96	665,74	1,04
M_200_150_25_400	758,80	767,23	0,99	709,61	1,07
M_200_200_25_400	844,40	844,45	1,00	775,87	1,09
M_200_050_25_500	524,40	589,89	0,89	493,23	1,06
M_200_075_25_500	599,60	675,26	0,89	594,69	1,01
M_200_100_25_500	670,00	743,22	0,90	672,45	1,00
M_200_125_25_500	718,80	800,61	0,90	734,20	0,98
M_200_150_25_500	768,80	850,77	0,90	784,72	0,98
M_200_200_25_500	859,20	936,40	0,92	862,10	1,00

Tabela 8 – Cargas de rotura para h=200, f_c=30 MPa e f_{c'}=40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	V_{Rm,EC2} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,EC2}	V_{Rm,MC2010} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}
M_200_050_30_300	492,40	503,75	0,98	427,93	1,15
M_200_075_30_300	640,40	576,64	1,11	512,78	1,25
M_200_100_30_300	726,00	634,68	1,14	576,83	1,26
M_200_125_30_300	753,60	683,69	1,10	627,45	1,20
M_200_150_30_300	797,20	726,53	1,10	668,57	1,19
M_200_200_30_300	868,00	799,65	1,09	731,17	1,19
M_200_050_30_400	518,00	565,30	0,92	475,62	1,09
M_200_075_30_400	669,20	647,11	1,03	573,68	1,17
M_200_100_30_400	729,20	712,23	1,02	648,42	1,12
M_200_125_30_400	759,60	767,23	0,99	708,48	1,07
M_200_150_30_400	844,00	815,31	1,04	757,69	1,11
M_200_200_30_400	946,00	897,36	1,05	833,75	1,13
M_200_050_30_500	555,60	626,86	0,89	518,14	1,07
M_200_075_30_500	680,40	717,57	0,95	627,40	1,08
M_200_100_30_500	738,00	789,79	0,93	712,22	1,04
M_200_125_30_500	801,20	850,77	0,94	780,38	1,03
M_200_150_30_500	876,00	904,08	0,97	836,96	1,05
M_200_200_30_500	1.013,60	995,07	1,02	925,36	1,10
M_200_050_40_300	514,80	554,44	0,93	462,73	1,11
M_200_075_40_300	700,00	634,68	1,10	558,39	1,25
M_200_100_40_300	842,00	698,56	1,21	631,66	1,33
M_200_125_40_300	913,60	752,50	1,21	690,69	1,32
M_200_150_40_300	914,00	799,65	1,14	739,48	1,24
M_200_200_40_300	990,40	880,12	1,13	815,41	1,21
M_200_050_40_400	562,80	622,19	0,90	513,55	1,10
M_200_075_40_400	731,20	712,23	1,03	623,01	1,17
M_200_100_40_400	852,40	783,92	1,09	708,41	1,20
M_200_125_40_400	858,80	844,45	1,02	777,67	1,10
M_200_150_40_400	943,20	897,36	1,05	835,65	1,13
M_200_200_40_400	1.050,80	987,67	1,06	927,43	1,13
M_200_050_40_500	593,20	689,94	0,86	558,66	1,06
M_200_075_40_500	773,60	789,79	0,98	680,57	1,14
M_200_100_40_500	830,40	869,28	0,96	776,38	1,07
M_200_125_40_500	893,20	936,40	0,95	855,24	1,04
M_200_150_40_500	957,20	995,07	0,96	921,35	1,04
M_200_200_40_500	1.085,60	1.095,22	0,99	1.027,47	1,06

Tabela 9 – Cargas de rotura para h=225, fc=20 MPa e fc=25 MPa.

Modelo	V _{MEF} (kN)	V _{Rm,EC2} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,EC2}	V _{Rm,MC2010} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,MC2010}
M_225_050_20_300	561,60	535,55	1,05	462,65	1,21
M_225_075_20_300	671,60	613,05	1,10	547,89	1,23
M_225_100_20_300	780,80	674,75	1,16	610,15	1,28
M_225_125_20_300	831,20	726,85	1,14	657,65	1,26
M_225_150_20_300	867,20	772,40	1,12	694,86	1,25
M_225_200_20_300	923,60	850,13	1,09	748,31	1,23
M_225_050_20_400	616,80	595,26	1,04	513,65	1,20
M_225_075_20_400	779,60	681,40	1,14	612,07	1,27
M_225_100_20_400	828,40	749,98	1,10	685,12	1,21
M_225_125_20_400	898,80	807,89	1,11	741,61	1,21
M_225_150_20_400	938,00	858,51	1,09	786,40	1,19
M_225_200_20_400	1.019,60	944,92	1,08	851,64	1,20
M_225_050_20_500	690,80	654,97	1,05	559,13	1,24
M_225_075_20_500	764,40	749,76	1,02	669,68	1,14
M_225_100_20_500	841,20	825,21	1,02	752,10	1,12
M_225_125_20_500	912,40	888,93	1,03	816,73	1,12
M_225_150_20_500	966,80	944,63	1,02	868,42	1,11
M_225_200_20_500	1.053,20	1.039,70	1,01	944,50	1,12
M_225_050_25_300	600,40	576,90	1,04	493,62	1,22
M_225_075_25_300	728,00	660,39	1,10	588,29	1,24
M_225_100_25_300	836,00	726,85	1,15	658,85	1,27
M_225_125_25_300	901,60	782,98	1,15	713,77	1,26
M_225_150_25_300	953,20	832,04	1,15	757,73	1,26
M_225_200_25_300	1.026,80	915,78	1,12	823,15	1,25
M_225_050_25_400	635,60	641,22	0,99	547,24	1,16
M_225_075_25_400	849,60	734,02	1,16	656,42	1,29
M_225_100_25_400	887,60	807,89	1,10	738,50	1,20
M_225_125_25_400	954,00	870,28	1,10	803,48	1,19
M_225_150_25_400	1.006,80	924,81	1,09	856,10	1,18
M_225_200_25_400	1.098,80	1.017,88	1,08	935,58	1,17
M_225_050_25_500	731,20	705,55	1,04	595,06	1,23
M_225_075_25_500	825,20	807,65	1,02	716,99	1,15
M_225_100_25_500	920,00	888,93	1,03	809,62	1,14
M_225_125_25_500	1.004,40	957,57	1,05	883,69	1,14
M_225_150_25_500	1.041,60	1.017,57	1,02	944,19	1,10
M_225_200_25_500	1.144,40	1.119,99	1,02	1.036,56	1,10

Tabela 10 – Cargas de rotura para h=225, fc=30 MPa e fc=40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	V_{Rm,EC2} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,EC2}	V_{Rm,MC2010} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}
M_225_050_30_300	638,00	613,05	1,04	519,64	1,23
M_225_075_30_300	827,60	701,77	1,18	622,21	1,33
M_225_100_30_300	907,60	772,40	1,18	699,72	1,30
M_225_125_30_300	990,40	832,04	1,19	760,86	1,30
M_225_150_30_300	1.039,20	884,17	1,18	810,47	1,28
M_225_200_30_300	1.138,80	973,16	1,17	885,85	1,29
M_225_050_30_400	695,60	681,40	1,02	575,43	1,21
M_225_075_30_400	905,60	780,01	1,16	693,34	1,31
M_225_100_30_400	1.009,20	858,51	1,18	783,14	1,29
M_225_125_30_400	1.020,00	924,81	1,10	855,17	1,19
M_225_150_30_400	1.130,40	982,75	1,15	914,29	1,24
M_225_200_30_400	1.196,80	1.081,66	1,11	1.005,47	1,19
M_225_050_30_500	759,60	749,76	1,01	625,18	1,22
M_225_075_30_500	963,60	858,26	1,12	756,56	1,27
M_225_100_30_500	999,20	944,63	1,06	858,01	1,16
M_225_125_30_500	1.110,40	1.017,57	1,09	939,46	1,18
M_225_150_30_500	1.121,20	1.081,33	1,04	1.007,20	1,11
M_225_200_30_500	1.225,20	1.190,16	1,03	1.112,81	1,10
M_225_050_40_300	689,20	674,75	1,02	562,14	1,23
M_225_075_40_300	912,80	772,40	1,18	677,85	1,35
M_225_100_40_300	1.028,40	850,13	1,21	766,35	1,34
M_225_125_40_300	1.121,20	915,78	1,22	837,67	1,34
M_225_150_40_300	1.164,40	973,16	1,20	896,52	1,30
M_225_200_40_300	1.259,60	1.071,10	1,18	988,23	1,27
M_225_050_40_400	726,80	749,98	0,97	621,43	1,17
M_225_075_40_400	968,40	858,51	1,13	753,44	1,29
M_225_100_40_400	1.154,80	944,92	1,22	855,72	1,35
M_225_125_40_400	1.205,20	1.017,88	1,18	939,16	1,28
M_225_150_40_400	1.233,60	1.081,66	1,14	1.008,79	1,22
M_225_200_40_400	1.322,80	1.190,52	1,11	1.118,86	1,18
M_225_050_40_500	784,80	825,21	0,95	674,29	1,16
M_225_075_40_500	1.076,00	944,63	1,14	820,87	1,31
M_225_100_40_500	1.170,80	1.039,70	1,13	935,94	1,25
M_225_125_40_500	1.212,80	1.119,99	1,08	1.029,81	1,18
M_225_150_40_500	1.275,60	1.190,16	1,07	1.109,16	1,15
M_225_200_40_500	1.370,80	1.309,94	1,05	1.235,92	1,11

Tabela 11 – Cargas de rotura para h=250, fc=20 MPa e fc=25 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	V_{Rm,EC2} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,EC2}	V_{Rm,MC2010} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}
M_250_050_20_300	673,20	639,08	1,05	549,11	1,23
M_250_075_20_300	739,20	731,56	1,01	650,30	1,14
M_250_100_20_300	791,60	805,19	0,98	723,93	1,09
M_250_125_20_300	870,00	867,36	1,00	780,05	1,12
M_250_150_20_300	920,00	921,71	1,00	823,99	1,12
M_250_200_20_300	1.036,00	1.014,48	1,02	887,06	1,17
M_250_050_20_400	723,60	704,60	1,03	607,41	1,19
M_250_075_20_400	798,40	806,56	0,99	723,71	1,10
M_250_100_20_400	909,20	887,74	1,02	809,64	1,12
M_250_125_20_400	966,80	956,28	1,01	876,00	1,10
M_250_150_20_400	1.030,00	1.016,20	1,01	928,57	1,11
M_250_200_20_400	1.125,20	1.118,48	1,01	1.005,05	1,12
M_250_050_20_500	734,80	770,11	0,95	659,55	1,11
M_250_075_20_500	817,20	881,56	0,93	789,45	1,04
M_250_100_20_500	890,00	970,28	0,92	886,51	1,00
M_250_125_20_500	951,20	1.045,20	0,91	962,19	0,99
M_250_150_20_500	1.029,60	1.110,70	0,93	1.022,64	1,01
M_250_200_20_500	1.154,80	1.222,48	0,94	1.111,51	1,04
M_250_050_25_300	723,60	688,43	1,05	585,97	1,23
M_250_075_25_300	824,00	788,05	1,05	698,40	1,18
M_250_100_25_300	862,40	867,36	0,99	781,85	1,10
M_250_125_25_300	916,40	934,34	0,98	846,76	1,08
M_250_150_25_300	976,80	992,88	0,98	898,67	1,09
M_250_200_25_300	1.092,80	1.092,81	1,00	975,88	1,12
M_250_050_25_400	781,20	759,00	1,03	647,21	1,21
M_250_075_25_400	871,60	868,84	1,00	775,92	1,12
M_250_100_25_400	961,20	956,28	1,01	872,88	1,10
M_250_125_25_400	1.012,00	1.030,13	0,98	949,26	1,07
M_250_150_25_400	1.077,60	1.094,67	0,98	1.011,04	1,07
M_250_200_25_400	1.172,00	1.204,84	0,97	1.104,25	1,06
M_250_050_25_500	786,00	829,58	0,95	702,03	1,12
M_250_075_25_500	893,20	949,63	0,94	845,37	1,06
M_250_100_25_500	981,60	1.045,20	0,94	954,51	1,03
M_250_125_25_500	1.044,80	1.125,91	0,93	1.041,29	1,00
M_250_150_25_500	1.077,20	1.196,46	0,90	1.112,09	0,97
M_250_200_25_500	1.212,80	1.316,87	0,92	1.220,02	0,99

Tabela 12 – Cargas de rotura para h=250, fc=30 MPa e fc=40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	V_{Rm,EC2} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,EC2}	V_{Rm,MC2010} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}
M_250_050_30_300	767,60	731,56	1,05	616,91	1,24
M_250_075_30_300	943,20	837,43	1,13	738,74	1,28
M_250_100_30_300	966,40	921,71	1,05	830,44	1,16
M_250_125_30_300	1.014,80	992,88	1,02	902,72	1,12
M_250_150_30_300	1.062,80	1.055,10	1,01	961,32	1,11
M_250_200_30_300	1.202,80	1.161,28	1,04	1.050,31	1,15
M_250_050_30_400	839,60	806,56	1,04	680,62	1,23
M_250_075_30_400	977,20	923,28	1,06	819,66	1,19
M_250_100_30_400	1.056,80	1.016,20	1,04	925,79	1,14
M_250_125_30_400	1.130,80	1.094,67	1,03	1.010,49	1,12
M_250_150_30_400	1.210,40	1.163,26	1,04	1.079,93	1,12
M_250_200_30_400	1.324,00	1.280,34	1,03	1.186,90	1,12
M_250_050_30_500	846,00	881,56	0,96	737,66	1,15
M_250_075_30_500	972,00	1.009,13	0,96	892,14	1,09
M_250_100_30_500	1.083,60	1.110,70	0,98	1.011,27	1,07
M_250_125_30_500	1.140,00	1.196,46	0,95	1.107,22	1,03
M_250_150_30_500	1.209,60	1.271,43	0,95	1.186,52	1,02
M_250_200_30_500	1.310,40	1.399,39	0,94	1.309,98	1,00
M_250_050_40_300	834,80	805,19	1,04	667,43	1,25
M_250_075_40_300	1.109,20	921,71	1,20	804,55	1,38
M_250_100_40_300	1.133,60	1.014,48	1,12	909,69	1,25
M_250_125_40_300	1.142,00	1.092,81	1,05	994,03	1,15
M_250_150_40_300	1.202,80	1.161,28	1,04	1.063,59	1,13
M_250_200_40_300	1.305,20	1.278,16	1,02	1.171,89	1,11
M_250_050_40_400	882,80	887,74	0,99	735,13	1,20
M_250_075_40_400	1.128,80	1.016,20	1,11	890,88	1,27
M_250_100_40_400	1.203,20	1.118,48	1,08	1.011,85	1,19
M_250_125_40_400	1.234,40	1.204,84	1,02	1.110,03	1,11
M_250_150_40_400	1.281,60	1.280,34	1,00	1.191,87	1,08
M_250_200_40_400	1.415,60	1.409,19	1,00	1.321,08	1,07
M_250_050_40_500	906,00	970,28	0,93	795,74	1,14
M_250_075_40_500	1.204,40	1.110,70	1,08	968,18	1,24
M_250_100_40_500	1.230,00	1.222,48	1,01	1.103,39	1,11
M_250_125_40_500	1.296,00	1.316,87	0,98	1.214,06	1,07
M_250_150_40_500	1.317,20	1.399,39	0,94	1.307,04	1,01
M_250_200_40_500	1.456,00	1.540,23	0,95	1.455,34	1,00

Tabela 13 – Cargas de rotura para h=300, fc=20 MPa e fc=25 MPa.

Modelo	V _{MEF} (kN)	V _{Rm,EC2} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,EC2}	V _{Rm,MC2010} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,MC2010}
M_300_050_20_300	850,40	869,98	0,98	735,99	1,16
M_300_075_20_300	975,60	995,88	0,98	871,38	1,12
M_300_100_20_300	1090,80	1096,10	1,00	969,85	1,12
M_300_125_20_300	1203,20	1180,74	1,02	1044,87	1,15
M_300_150_20_300	1264,80	1254,73	1,01	1103,58	1,15
M_300_200_20_300	1357,20	1381,00	0,98	1187,49	1,14
M_300_050_20_400	1030,80	946,80	1,09	808,40	1,28
M_300_075_20_400	1202,00	1083,81	1,11	962,60	1,25
M_300_100_20_400	1221,20	1192,89	1,02	1076,37	1,13
M_300_125_20_400	1311,60	1285,00	1,02	1164,11	1,13
M_300_150_20_400	1393,20	1365,52	1,02	1233,53	1,13
M_300_200_20_400	1522,40	1502,94	1,01	1334,39	1,14
M_300_050_20_500	1005,20	1023,61	0,98	873,71	1,15
M_300_075_20_500	1224,40	1171,75	1,04	1044,93	1,17
M_300_100_20_500	1364,80	1289,67	1,06	1172,62	1,16
M_300_125_20_500	1465,20	1389,26	1,05	1272,02	1,15
M_300_150_20_500	1583,20	1476,31	1,07	1351,29	1,17
M_300_200_20_500	1725,60	1624,89	1,06	1467,60	1,18
M_300_050_25_300	840,40	937,16	0,90	785,35	1,07
M_300_075_25_300	995,20	1072,78	0,93	935,82	1,06
M_300_100_25_300	1108,40	1180,74	0,94	1047,47	1,06
M_300_125_25_300	1226,40	1271,92	0,96	1134,25	1,08
M_300_150_25_300	1247,20	1351,61	0,92	1203,63	1,04
M_300_200_25_300	1375,20	1487,64	0,92	1306,38	1,05
M_300_050_25_400	1013,60	1019,90	0,99	861,49	1,18
M_300_075_25_400	1142,40	1167,50	0,98	1032,22	1,11
M_300_100_25_400	1278,80	1285,00	1,00	1160,64	1,10
M_300_125_25_400	1442,80	1384,22	1,04	1261,67	1,14
M_300_150_25_400	1538,80	1470,96	1,05	1343,31	1,15
M_300_200_25_400	1684,00	1619,00	1,04	1466,29	1,15
M_300_050_25_500	1101,20	1102,65	1,00	930,15	1,18
M_300_075_25_500	1288,00	1262,22	1,02	1119,20	1,15
M_300_100_25_500	1482,00	1389,26	1,07	1262,86	1,17
M_300_125_25_500	1591,60	1496,53	1,06	1376,91	1,16
M_300_150_25_500	1697,60	1590,30	1,07	1469,81	1,15
M_300_200_25_500	1840,40	1750,35	1,05	1611,17	1,14

Tabela 14 – Cargas de rotura para h=300, fc=30 MPa e fc=40 MPa.

Modelo	V _{MEF} (kN)	V _{Rm,EC2} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,EC2}	V _{Rm,MC2010} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,MC2010}
M_300_050_30_300	884,00	995,88	0,89	826,83	1,07
M_300_075_30_300	1096,40	1139,99	0,96	989,93	1,11
M_300_100_30_300	1214,00	1254,73	0,97	1112,62	1,09
M_300_125_30_300	1338,80	1351,61	0,99	1209,28	1,11
M_300_150_30_300	1338,80	1436,30	0,93	1287,61	1,04
M_300_200_30_300	1488,00	1580,86	0,94	1406,05	1,06
M_300_050_30_400	1092,00	1083,81	1,01	906,06	1,21
M_300_075_30_400	1260,00	1240,65	1,02	1090,55	1,16
M_300_100_30_400	1392,40	1365,52	1,02	1231,17	1,13
M_300_125_30_400	1567,20	1470,96	1,07	1343,27	1,17
M_300_150_30_400	1662,40	1563,13	1,06	1435,06	1,16
M_300_200_30_400	1803,60	1720,44	1,05	1576,25	1,14
M_300_050_30_500	1156,80	1171,75	0,99	977,50	1,18
M_300_075_30_500	1403,60	1341,31	1,05	1181,33	1,19
M_300_100_30_500	1548,40	1476,31	1,05	1338,22	1,16
M_300_125_30_500	1735,20	1590,30	1,09	1464,38	1,18
M_300_150_30_500	1812,80	1689,95	1,07	1568,51	1,16
M_300_200_30_500	1985,60	1860,03	1,07	1730,30	1,15
M_300_050_40_300	1026,80	1096,10	0,94	894,60	1,15
M_300_075_40_300	1240,00	1254,73	0,99	1078,20	1,15
M_300_100_40_300	1397,60	1381,00	1,01	1218,90	1,15
M_300_125_40_300	1531,60	1487,64	1,03	1331,71	1,15
M_300_150_40_300	1638,00	1580,86	1,04	1424,72	1,15
M_300_200_40_300	1755,20	1739,96	1,01	1569,45	1,12
M_300_050_40_400	1208,80	1192,89	1,01	978,78	1,24
M_300_075_40_400	1490,40	1365,52	1,09	1185,54	1,26
M_300_100_40_400	1549,20	1502,94	1,03	1345,92	1,15
M_300_125_40_400	1723,60	1619,00	1,06	1475,94	1,17
M_300_150_40_400	1866,00	1720,44	1,08	1584,20	1,18
M_300_200_40_400	2010,00	1893,59	1,06	1754,87	1,15
M_300_050_40_500	1282,40	1289,67	0,99	1054,69	1,22
M_300_075_40_500	1633,60	1476,31	1,11	1282,35	1,27
M_300_100_40_500	1804,00	1624,89	1,11	1460,56	1,24
M_300_125_40_500	1915,60	1750,35	1,09	1606,22	1,19
M_300_150_40_500	2062,40	1860,03	1,11	1728,41	1,19
M_300_200_40_500	2222,80	2047,23	1,09	1922,95	1,16

Tabela 15 – Cargas de rotura para h=350, fc=20 MPa e fc=25 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	V_{Rm,EC2} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,EC2}	V_{Rm,MC2010} (kN)	V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}
M_350_050_20_300	989,20	1132,23	0,87	940,59	1,05
M_350_075_20_300	1216,80	1296,08	0,94	1113,76	1,09
M_350_100_20_300	1265,60	1426,53	0,89	1239,75	1,02
M_350_125_20_300	1376,80	1536,68	0,90	1335,76	1,03
M_350_150_20_300	1437,20	1632,96	0,88	1410,92	1,02
M_350_200_20_300	1546,80	1797,31	0,86	1518,78	1,02
M_350_050_20_400	1112,80	1220,03	0,91	1026,77	1,08
M_350_075_20_400	1285,60	1396,59	0,92	1222,32	1,05
M_350_100_20_400	1467,60	1537,14	0,95	1366,50	1,07
M_350_125_20_400	1585,60	1655,84	0,96	1477,66	1,07
M_350_150_20_400	1629,20	1759,59	0,93	1565,56	1,04
M_350_200_20_400	1786,80	1936,68	0,92	1692,79	1,06
M_350_050_20_500	1177,60	1307,83	0,90	1104,99	1,07
M_350_075_20_500	1383,60	1497,09	0,92	1320,92	1,05
M_350_100_20_500	1538,80	1647,76	0,93	1481,77	1,04
M_350_125_20_500	1674,00	1775,00	0,94	1606,87	1,04
M_350_150_20_500	1754,40	1886,22	0,93	1705,95	1,03
M_350_200_20_500	1902,80	2076,05	0,92	1852,40	1,03
M_350_050_25_300	1111,20	1219,66	0,91	1003,65	1,11
M_350_075_25_300	1306,40	1396,17	0,94	1196,09	1,09
M_350_100_25_300	1383,60	1536,68	0,90	1338,91	1,03
M_350_125_25_300	1538,40	1655,34	0,93	1449,97	1,06
M_350_150_25_300	1654,40	1759,06	0,94	1538,78	1,08
M_350_200_25_300	1755,20	1936,09	0,91	1670,84	1,05
M_350_050_25_400	1216,00	1314,24	0,93	1094,27	1,11
M_350_075_25_400	1438,80	1504,43	0,96	1310,80	1,10
M_350_100_25_400	1612,00	1655,84	0,97	1473,59	1,09
M_350_125_25_400	1762,40	1783,70	0,99	1601,61	1,10
M_350_150_25_400	1815,20	1895,46	0,96	1705,00	1,06
M_350_200_25_400	1982,40	2086,22	0,95	1860,14	1,07
M_350_050_25_500	1329,60	1408,82	0,94	1176,51	1,13
M_350_075_25_500	1502,80	1612,69	0,93	1414,98	1,06
M_350_100_25_500	1692,40	1775,00	0,95	1596,01	1,06
M_350_125_25_500	1805,20	1912,06	0,94	1739,60	1,04
M_350_150_25_500	1927,60	2031,86	0,95	1856,47	1,04
M_350_200_25_500	2109,60	2236,36	0,94	2033,72	1,04

Tabela 16 – Cargas de rotura para h=350, fc=30 MPa e fc=40 MPa.

Modelo	V _{MEF} (kN)	V _{Rm,EC2} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,EC2}	V _{Rm,MC2010} (kN)	V _{MEF} /V _{Rm,MC2010}
M_350_050_30_300	1217,20	1296,08	0,94	1056,65	1,15
M_350_075_30_300	1419,20	1483,65	0,96	1265,20	1,12
M_350_100_30_300	1603,20	1632,96	0,98	1422,15	1,13
M_350_125_30_300	1696,80	1759,06	0,96	1545,83	1,10
M_350_150_30_300	1864,80	1869,28	1,00	1646,09	1,13
M_350_200_30_300	1918,00	2057,41	0,93	1798,31	1,07
M_350_050_30_400	1354,40	1396,59	0,97	1150,93	1,18
M_350_075_30_400	1558,80	1598,69	0,98	1384,95	1,13
M_350_100_30_400	1776,00	1759,59	1,01	1563,24	1,14
M_350_125_30_400	1920,80	1895,46	1,01	1705,28	1,13
M_350_150_30_400	1964,40	2014,23	0,98	1821,56	1,08
M_350_200_30_400	2122,00	2216,94	0,96	1999,63	1,06
M_350_050_30_500	1396,00	1497,09	0,93	1236,50	1,13
M_350_075_30_500	1638,00	1713,74	0,96	1493,67	1,10
M_350_100_30_500	1825,60	1886,22	0,97	1691,44	1,08
M_350_125_30_500	1972,40	2031,86	0,97	1850,32	1,07
M_350_150_30_500	2110,80	2159,18	0,98	1981,35	1,07
M_350_200_30_500	2260,40	2376,48	0,95	2184,21	1,03
M_350_050_40_300	1330,80	1426,53	0,93	1143,23	1,16
M_350_075_40_300	1636,40	1632,96	1,00	1377,97	1,19
M_350_100_40_300	1748,40	1797,31	0,97	1557,92	1,12
M_350_125_40_300	1909,60	1936,09	0,99	1702,26	1,12
M_350_150_40_300	2162,40	2057,41	1,05	1821,28	1,19
M_350_200_40_300	2241,20	2264,47	0,99	2006,55	1,12
M_350_050_40_400	1512,80	1537,14	0,98	1243,41	1,22
M_350_075_40_400	1784,40	1759,59	1,01	1505,71	1,19
M_350_100_40_400	1925,20	1936,68	0,99	1709,09	1,13
M_350_125_40_400	2127,20	2086,22	1,02	1873,89	1,14
M_350_150_40_400	2259,20	2216,94	1,02	2011,06	1,12
M_350_200_40_400	2354,00	2440,06	0,96	2227,21	1,06
M_350_050_40_500	1553,20	1647,76	0,94	1334,33	1,16
M_350_075_40_500	1857,60	1886,22	0,98	1621,67	1,15
M_350_100_40_500	2018,80	2076,05	0,97	1846,39	1,09
M_350_125_40_500	2180,40	2236,36	0,97	2029,90	1,07
M_350_150_40_500	2312,40	2376,48	0,97	2183,74	1,06
M_350_200_40_500	2546,00	2615,66	0,97	2427,61	1,05

3.2.2 Comparação com as normas correntes

Na tabela 17 pode observar-se o valor da média da relação entre as cargas de rotura previstas segundo a análise numérica e segundo as normas utilizadas neste estudo. Apresentam-se ainda os valores dos coeficientes de variação, COV.

Tabela 17 – Média e COV da relação dos modelos em estudo.

	$V_{FEM}/V_{RM,EC2}$	$V_{FEM}/V_{RM,MC2010}$
μ	1,01	1,14
COV	0,07	0,07

Como se mostra na tabela 17, verificou-se que a previsão, segundo os modelos numéricos, teve tendência em atingir valores ligeiramente superiores que os previstos segundo o EC2 [1] e o MC2010 [2]. A média da relação entre a previsão segundo a análise numérica e o EC2 [1] resultou em 1.01 com um COV de 0.07. Os mesmos valores ao se compararem resultados numéricos com os previstos segundo o MC2010 [2] resultou em média 1.14, com um COV de 0.07. Observa-se assim, que as previsões segundo o MC2010 [2] são ligeiramente mais conservativas que as obtidas numericamente e segundo o EC2 [1], em termos médios.

3.2.3 Influência da percentagem de armadura longitudinal (ρ) na resistência ao punçamento

Neste ponto analisa-se a influência da percentagem de armadura longitudinal de tração na resistência ao punçamento. Para esse efeito, nos gráficos que se apresentam de seguida, observam-se os pontos que correspondem às cargas de rotura ao punçamento, dos respetivos modelos e linhas de tendência com o tipo de regressão potencial, e ainda a expressão associada a essa linha. Em cada gráfico fixou-se o valor de resistência à compressão do betão em provetas cilíndricos, f_c , e a espessura do modelo, h , e variou-se a percentagem de armadura longitudinal, ρ . Ilustrou-se em cada gráfico os três tipos de pilares considerados neste estudo de acordo com a classe do betão e a espessura fixadas no gráfico.

$f_c = 20 \text{ MPa}$

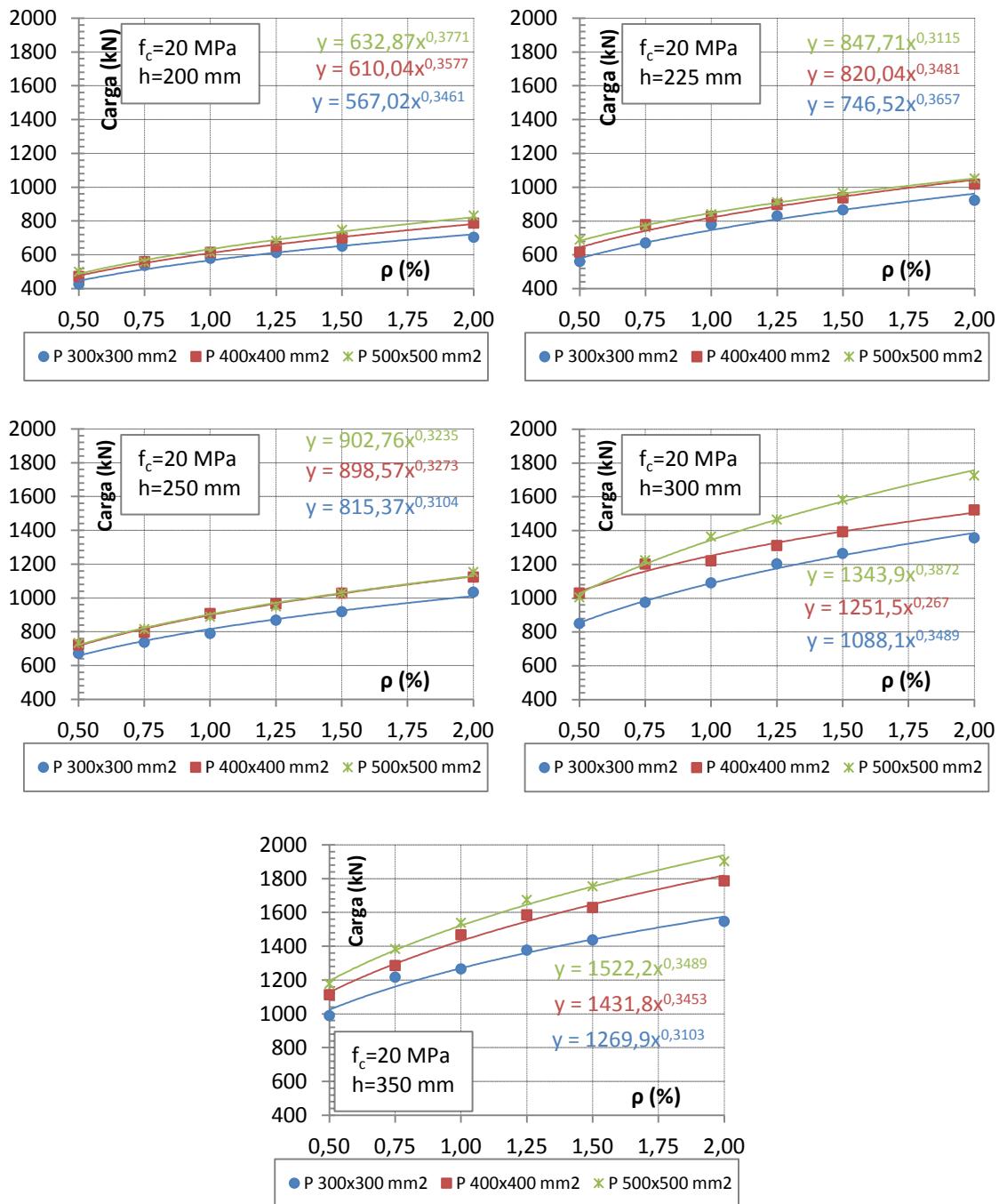


Figura 13 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ . Com $f_c = 20 \text{ MPa}$.

$f_c = 25 \text{ MPa}$

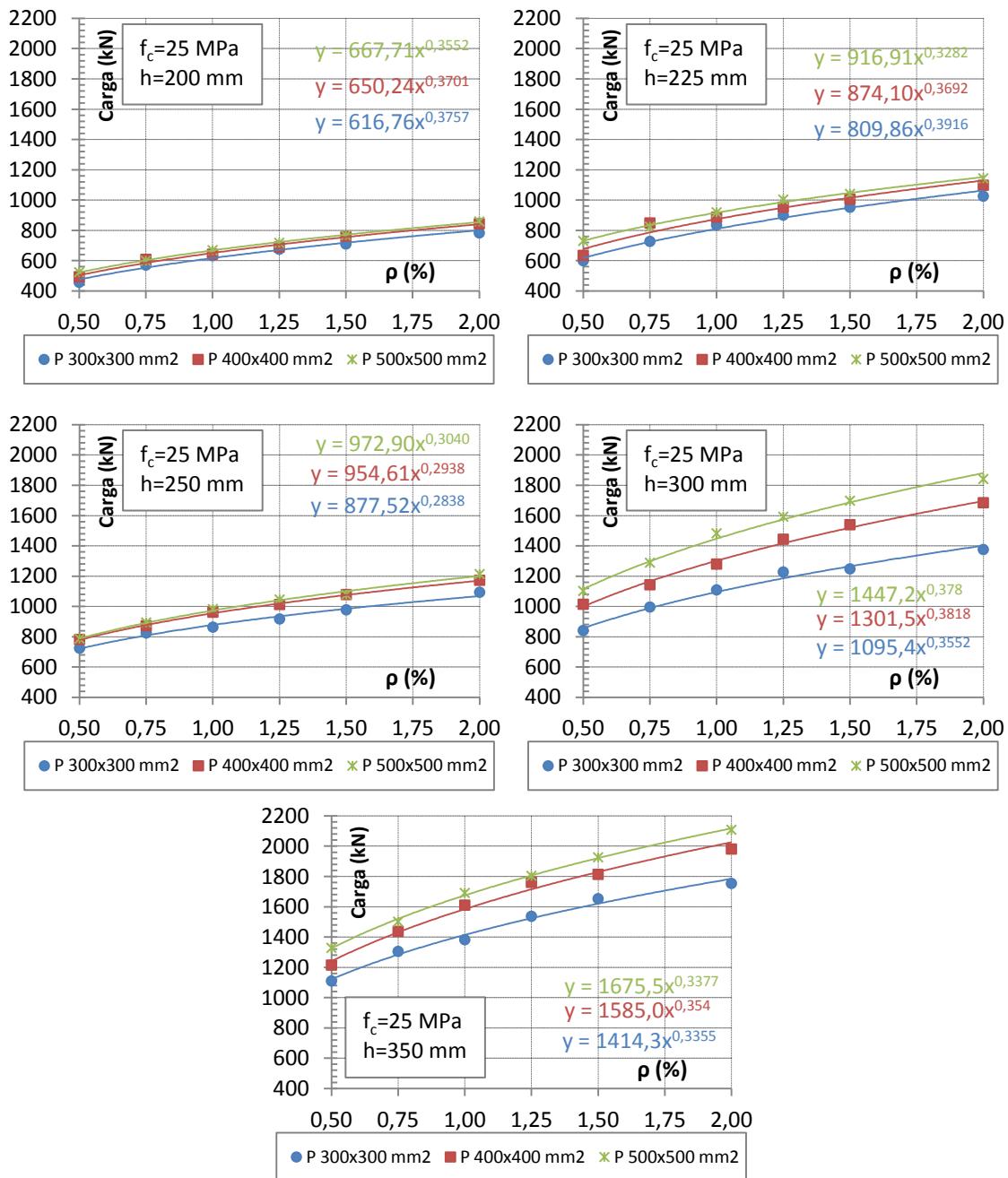


Figura 14 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ . Com $f_c = 25 \text{ MPa}$.

$f_c = 30 \text{ MPa}$

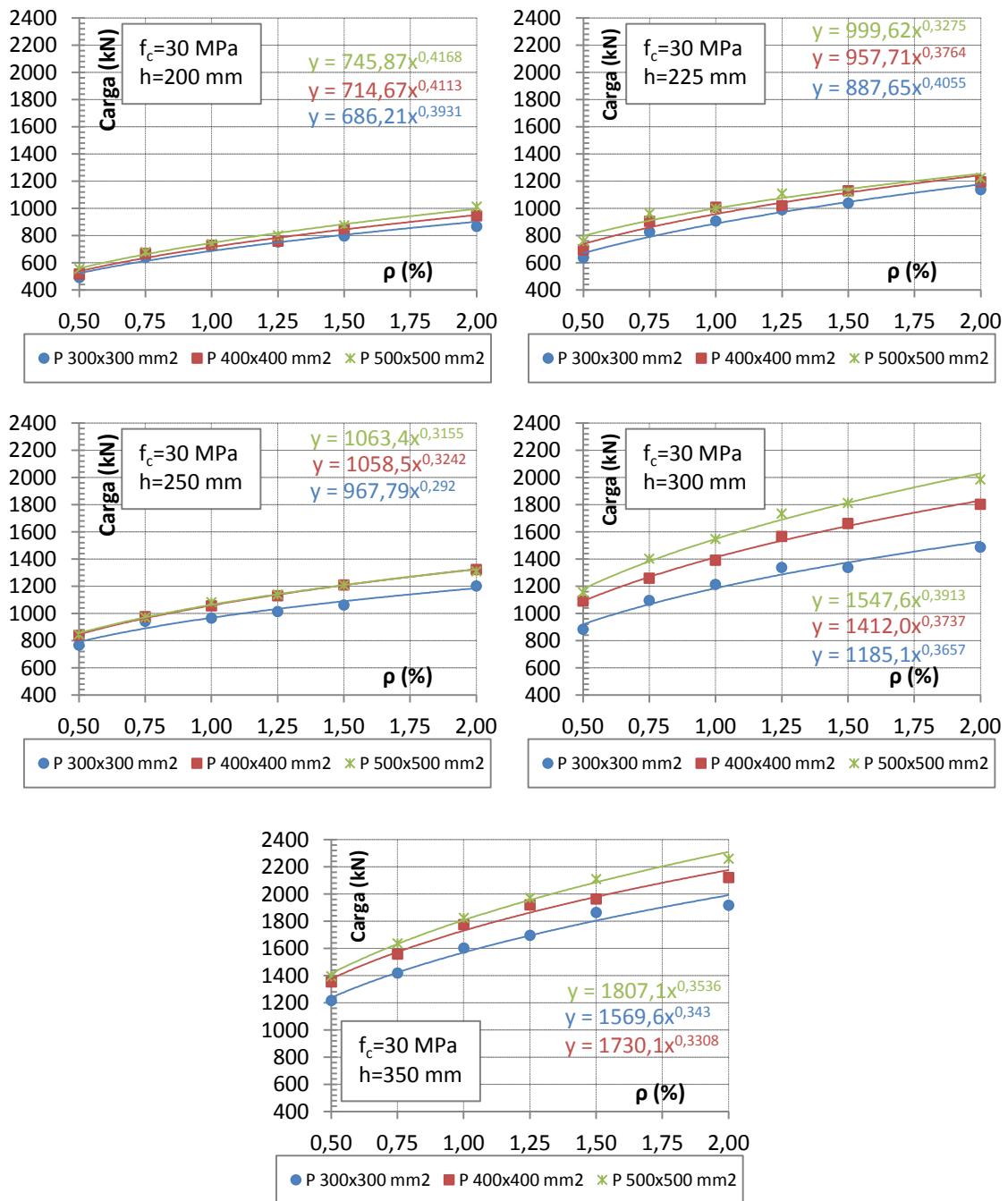


Figura 15 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ . Com $f_c = 30 \text{ MPa}$.

$f_c = 40 \text{ MPa}$

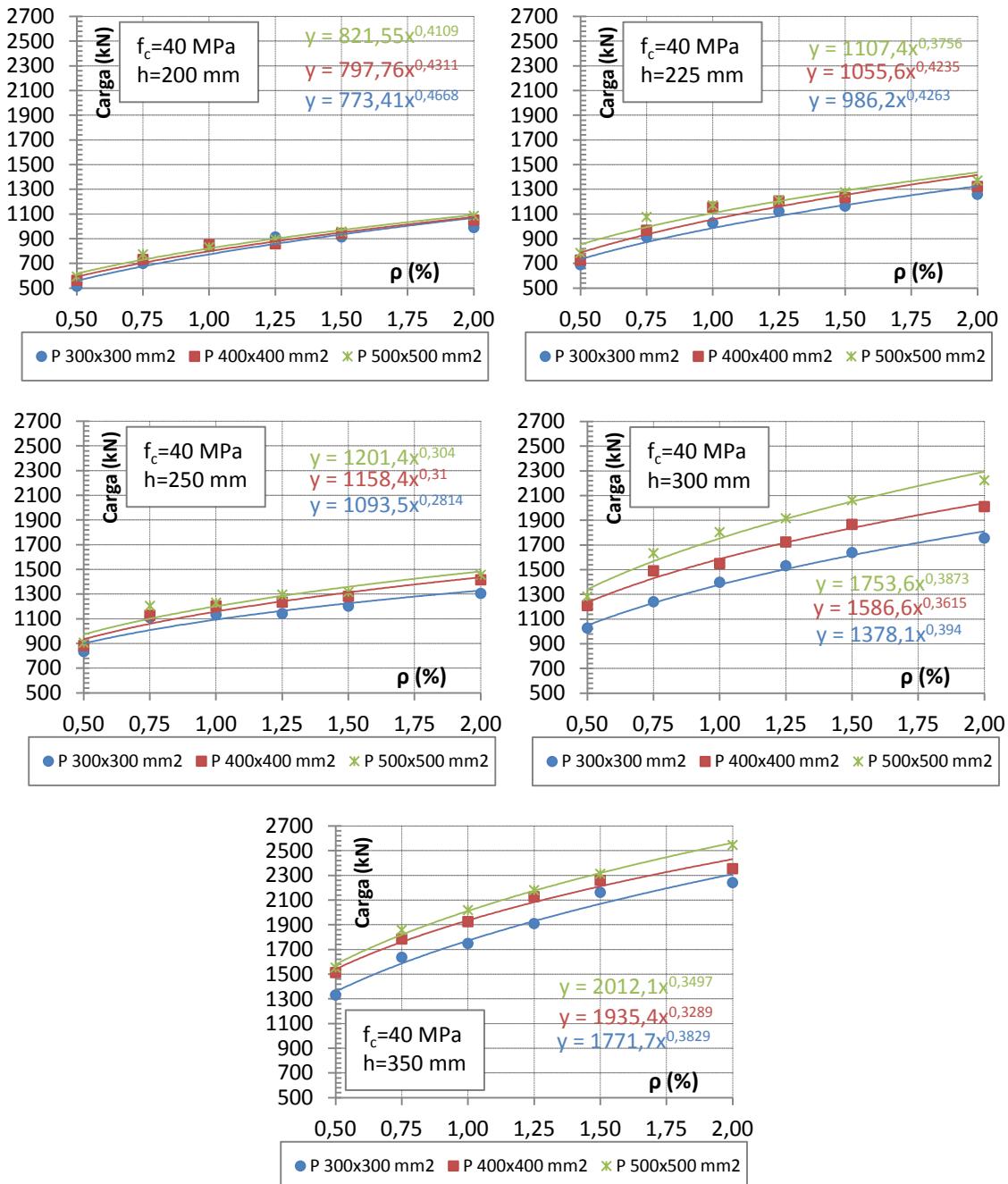


Figura 16 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ . Com $f_c = 40 \text{ MPa}$.

Como se pode observar nas figuras anteriores (13 a 16), a percentagem de armadura longitudinal de tração tem uma grande influência na resistência dos modelos ao punçamento. Constatou-se, com clareza, que com o incremento do valor de percentagem de armadura longitudinal, o valor da carga de rotura nos modelos numéricos aumentou. Da expressão que caracteriza a regressão potencial efetuada, resulta um expoente médio de 0.35 que é aproximadamente o presente na expressão do EC2 [1] - 1/3.

Da generalidade dos casos constata-se igualmente um incremento de carga de rotura com o aumento da dimensão do pilar.

3.2.4 Influência da altura útil da laje (d) na resistência ao punçoamento

Nesta secção analisa-se a influência da altura útil dos modelos na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes maciças. Nos gráficos que se apresentam de seguida, observam-se os pontos que correspondem às cargas de rotura ao punçoamento, dos respetivos modelos e linhas de tendência com o tipo de regressão potencial, tal como a expressão associada a essa linha. Em cada gráfico fixou-se o valor de resistência à compressão do betão, em provetas cilíndricos, f_c , e a percentagem de armadura longitudinal de tração, ρ , e variou-se o valor da altura útil, d .

$$f_c = 20 \text{ MPa}$$

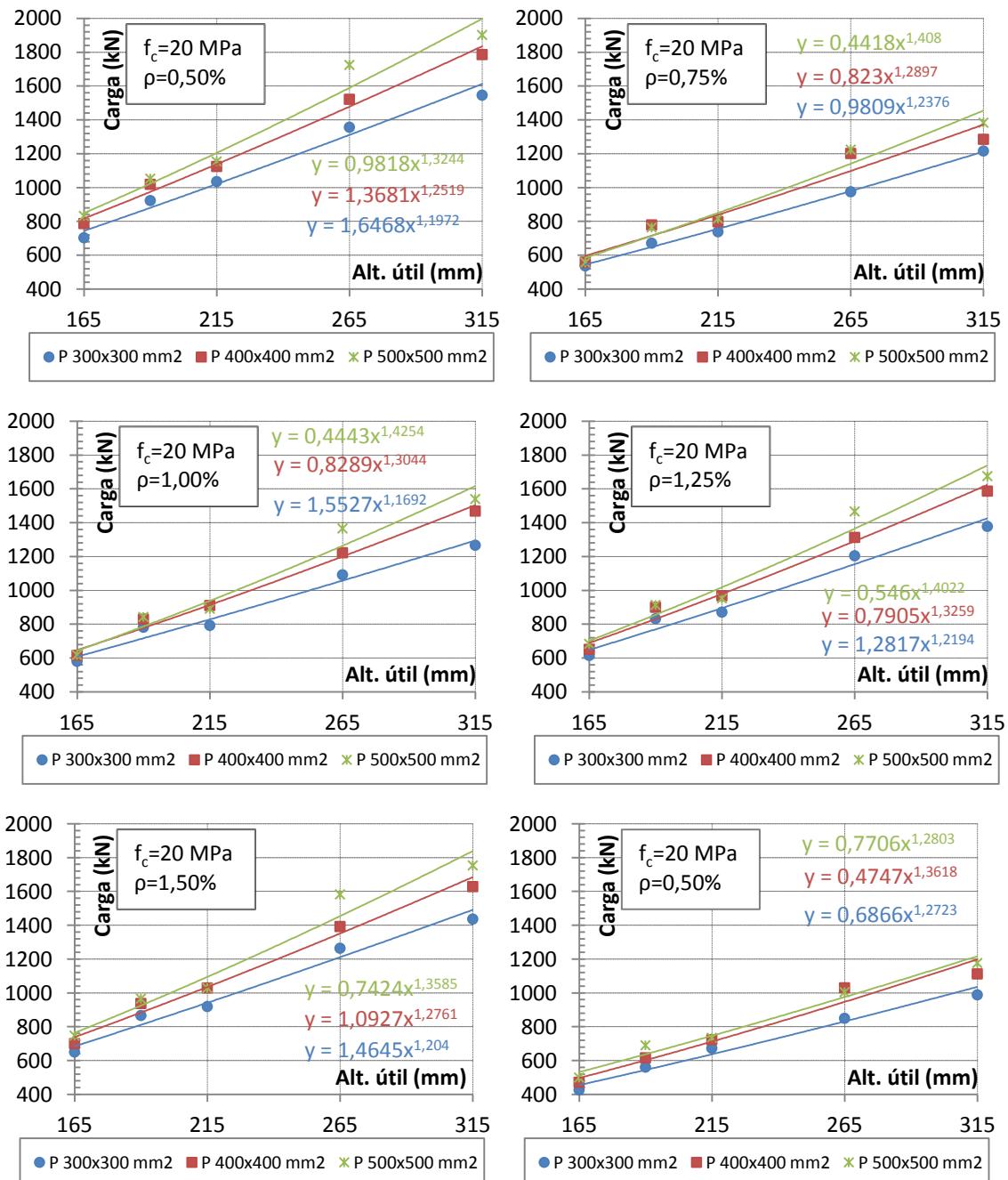


Figura 17 - Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da altura útil, d . Com $f_c = 20 \text{ MPa}$.

$f_c = 25 \text{ MPa}$

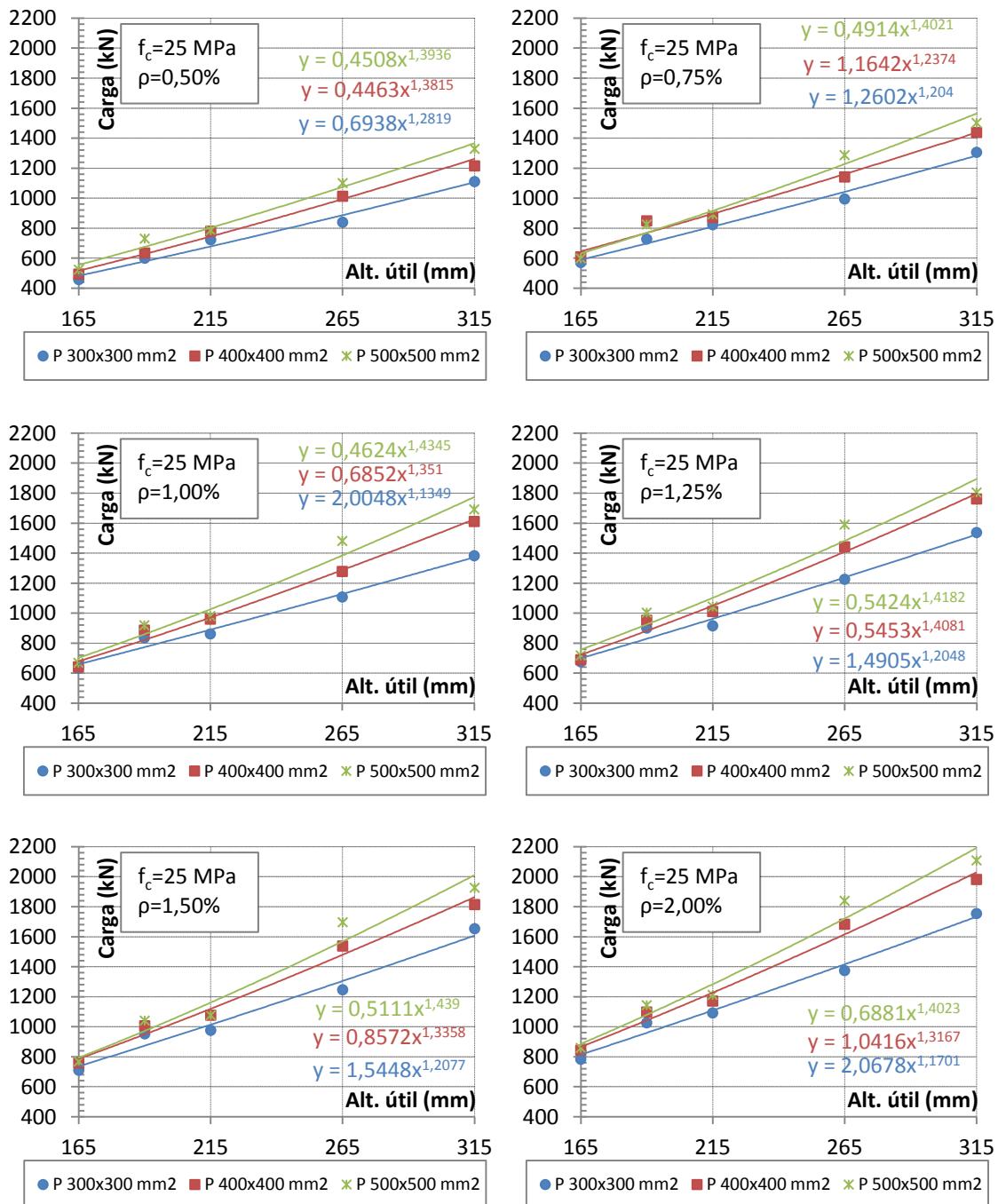


Figura 18 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da altura útil, d. Com $f_c = 25 \text{ MPa}$.

$f_c = 30 \text{ MPa}$

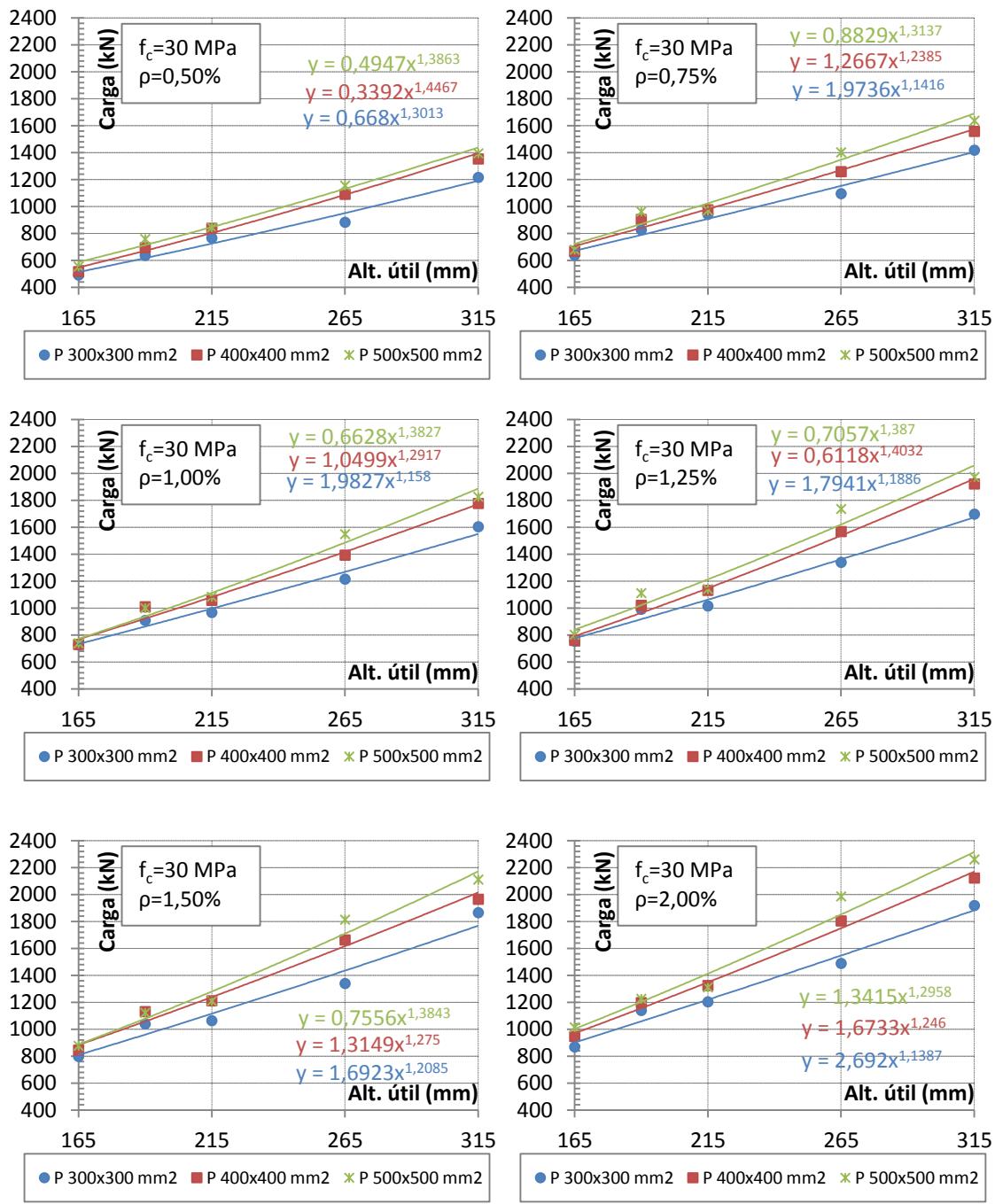


Figura 19 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da altura útil, d. Com $f_c = 30 \text{ MPa}$.

$f_c = 40 \text{ MPa}$

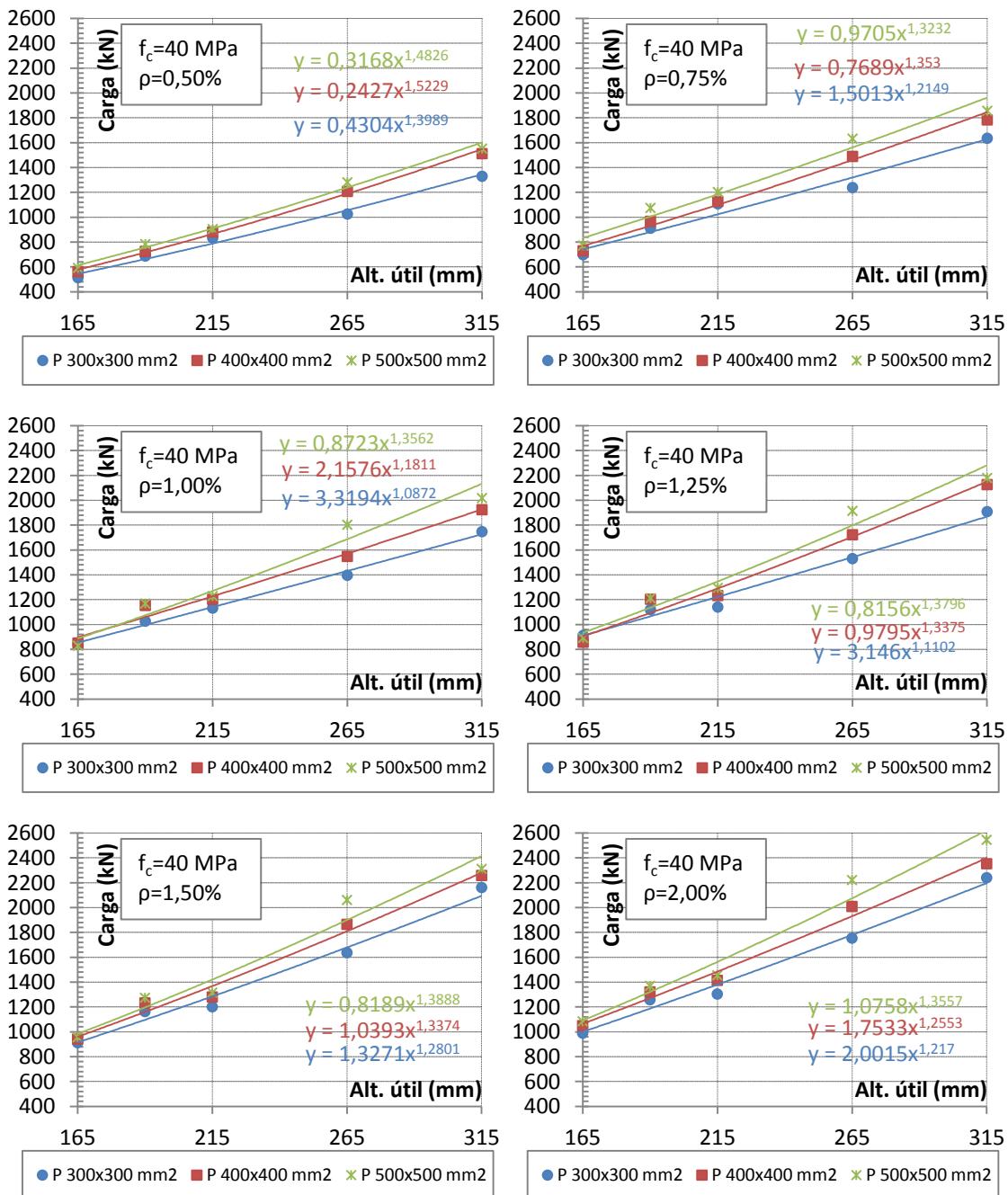


Figura 20 - Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da altura útil, d. Com $f_c = 40 \text{ MPa}$.

Como se pode observar nas Figuras 17 a 20, a altura útil média – derivada da espessura dos modelos, posicionamento dos varões da armadura e recobrimento destes – ao ser aumentada faz com que a resistência ao punçamento aumente.

Verifica-se, mais uma vez, que há um incremento de carga de resistência ao punçamento com o aumento da dimensão do pilar.

3.2.5 Influência da resistência do betão (f_c) na resistência ao punçamento

A influência da classe de resistência do betão dos modelos na resistência ao punçamento pode ser observada nesta secção. Nos gráficos seguintes apresentam-se as cargas de rotura ao punçamento de acordo com as características dos modelos e ainda as linhas de tendência e as expressões associadas, com tipo de regressão potencial. Nos gráficos variou-se o valor da resistência à compressão do betão em provetas cilíndricos, f_c , e fixou-se os valores da percentagem de armadura longitudinal, ρ , e da espessura dos modelos, h . Apresenta-se as três dimensões dos pilares estudados, em cada gráfico, de acordo com as características abordadas.

$h = 200 \text{ mm}$

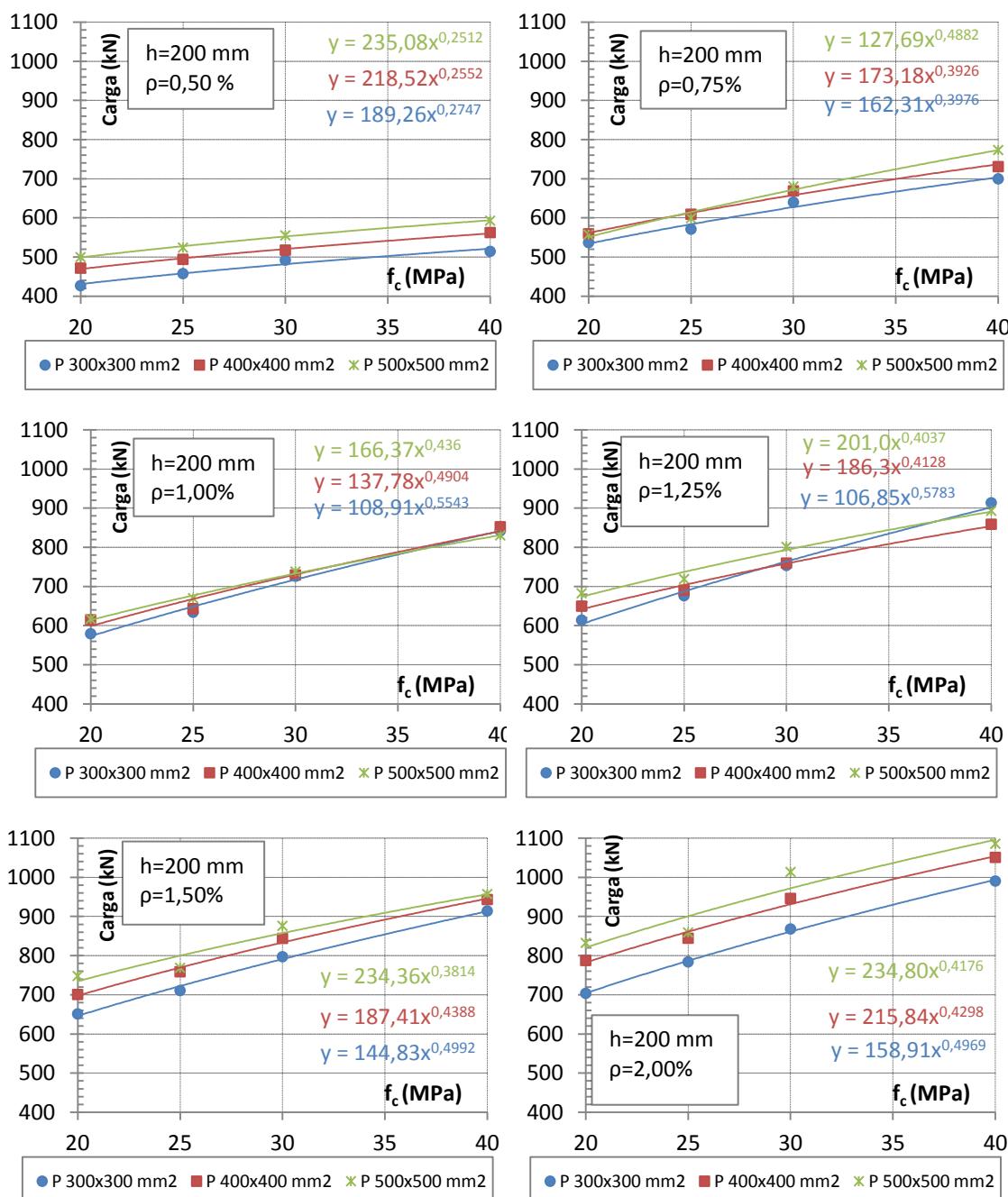


Figura 21 - Cargas de rotura ao punçamento, em que: $h=200 \text{ mm}$.

h = 225 mm

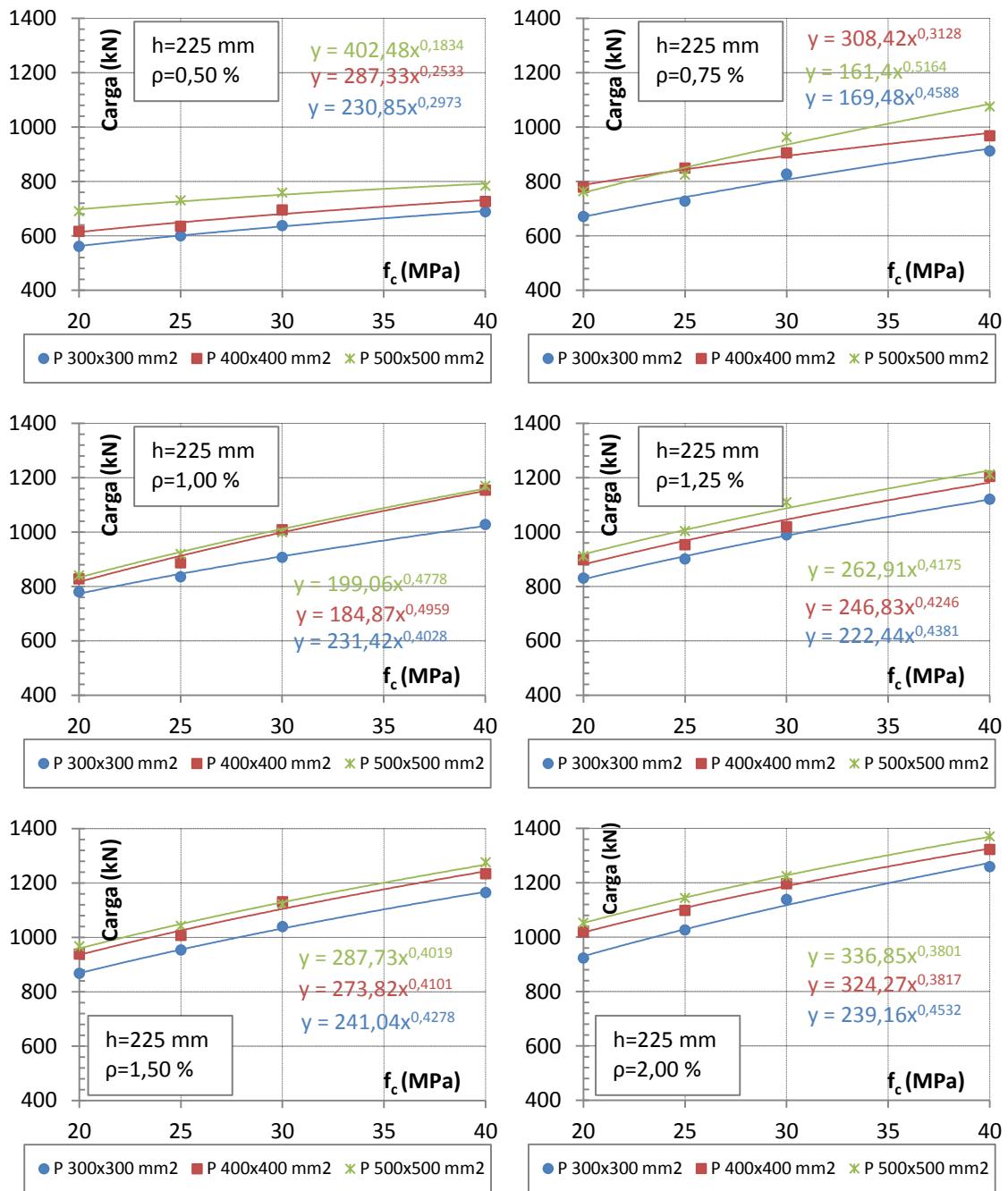


Figura 22 - Cargas de rotura ao punçamento, em que: h=225 mm.

$h = 250 \text{ mm}$

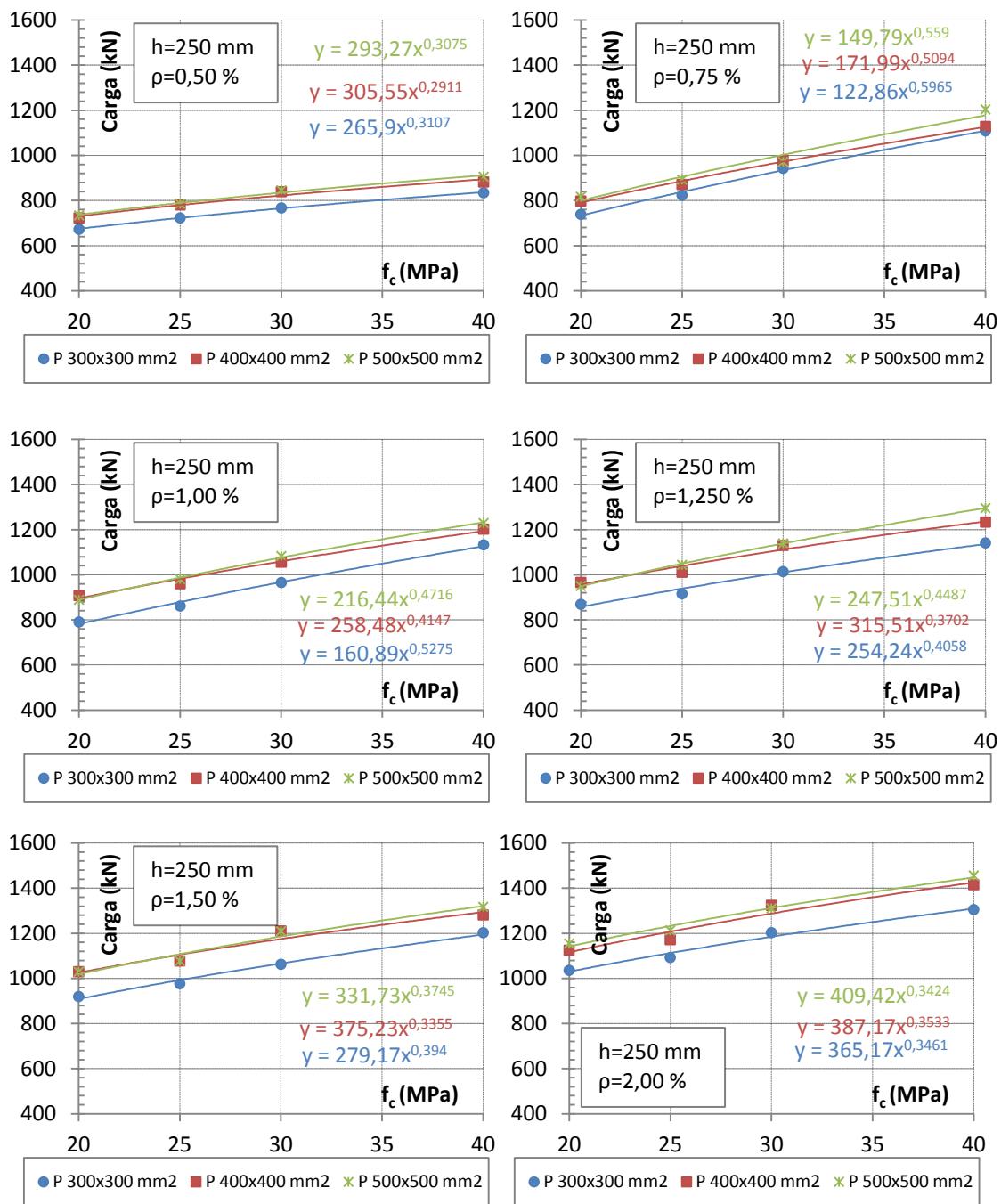


Figura 23 - Cargas de rotura ao punçãoamento, em que: $h=250 \text{ mm}$.

h = 300 mm

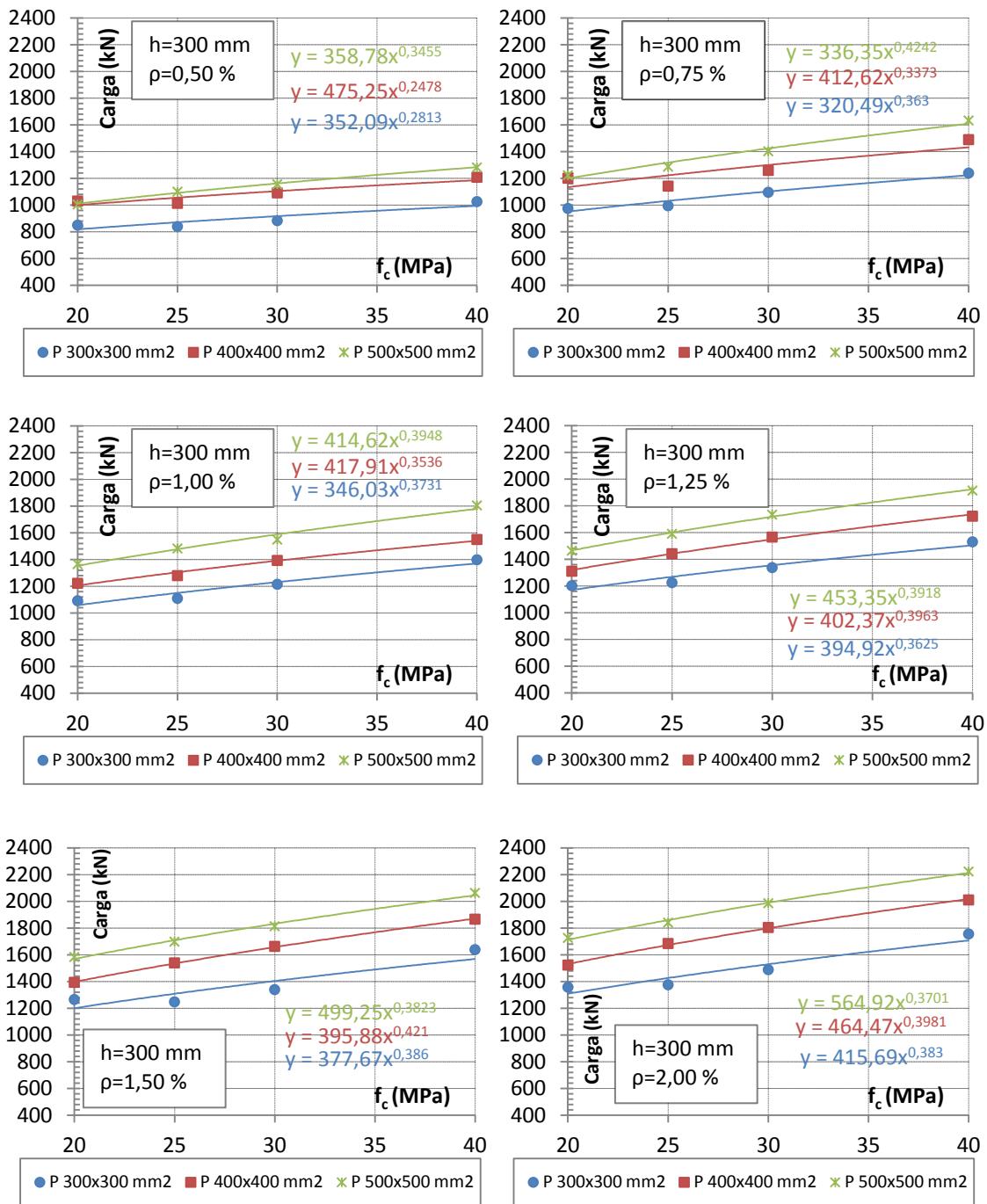


Figura 24 - Cargas de rotura ao punçamento, em que: h=300 mm.

h = 350 mm

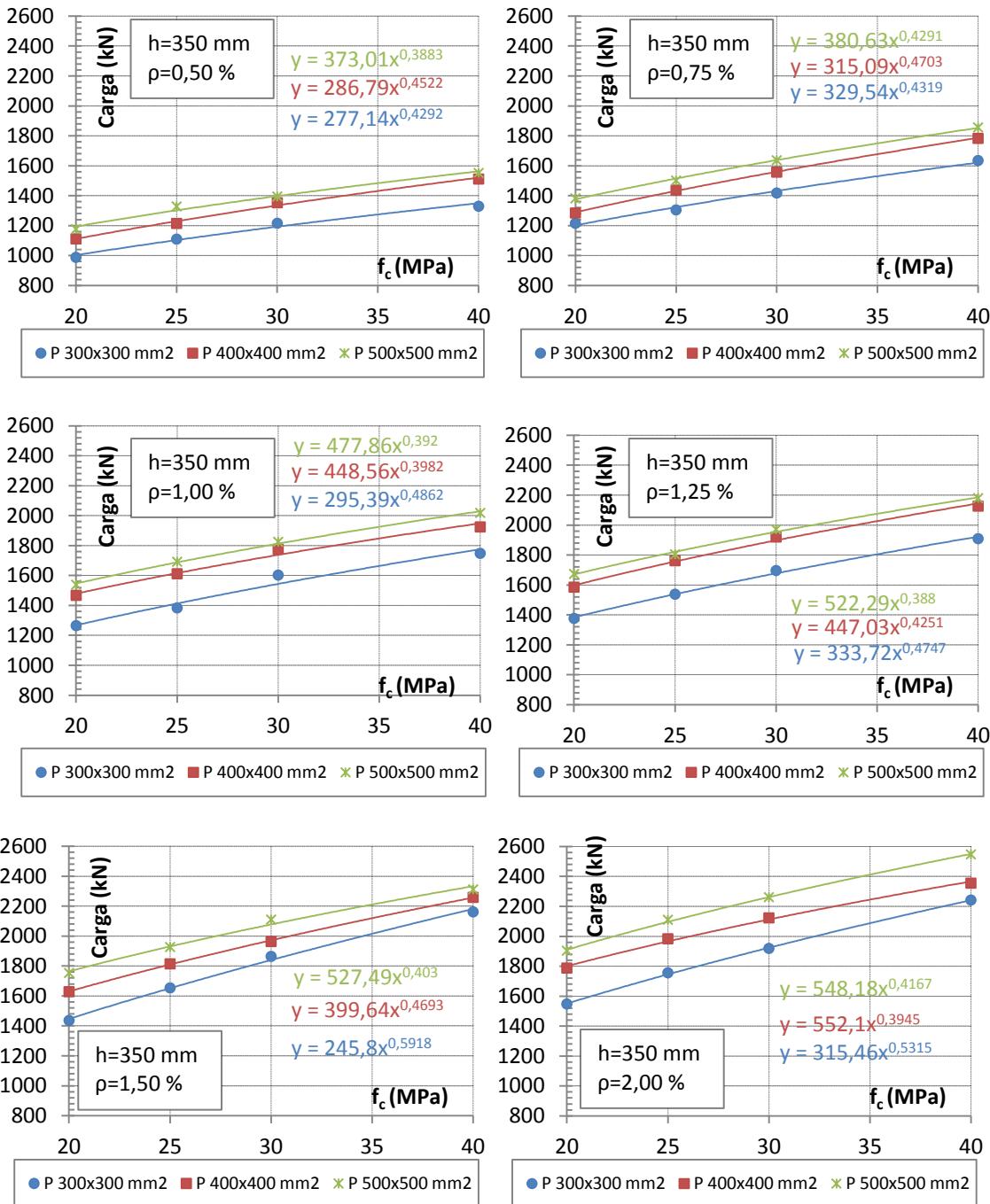


Figura 25 - Cargas de rotura ao punçamento, em que: h=350 mm.

Como ilustrado nas Figuras 21 a 25, com aumento da classe de resistência do betão a resistência ao punçamento também aumenta. Verifica-se que a média dos expoentes das funções da regressão potencial que caracterizam esse aumento resultou em 0,41, valor este que se encontra entre os valores equivalentes preconizados no EC2 [1] (1/3) e MC2010 [2] (1/2).

Verificou-se, também nestes gráficos, que há um incremento de carga de resistência ao punçamento com o aumento da dimensão do pilar.

3.3 Proposta de equação para previsão da resistência ao punçoamento

Nesta secção propõe-se uma alteração da expressão da previsão da resistência ao punçoamento, presente no EC2 [1], expressão 6. Propõe-se a substituição do valor k , $\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right)$, introduzindo a energia de fratura, G_f , na expressão. Para este efeito, normalizou-se as cargas de rotura obtidas na análise numérica, com base na expressão da previsão da carga de rotura no EC2 [1], $V_{Norm,EC2}$, como se ilustra na expressão 9. Esses valores foram projetados num gráfico como ordenadas e no eixo das abcissas apresentam-se os valores de G_f/d , figura 26.

$$V_{Norm,EC2} = \frac{V_{MEF}}{0,18 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d} \quad (9)$$

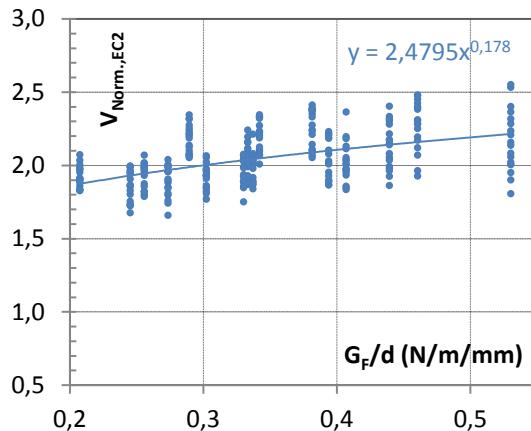


Figura 26 – Relação da carga de rotura ao punçoamento normalizada com G_f/d .

Da observação da equação, que caracteriza a linha de tendência de regressão potencial, ilustrada figura 26, retira-se que a relação entre a carga normalizada e G_f/d foi, aproximadamente e simplificando, $2.48(G_f/d)^{0.18}$. Na expressão 10 apresenta-se a proposta da equação para a previsão da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes, sem armadura de punçoamento, na qual é contemplada a energia de fratura.

$$V_{Prop.} = 0,42 \cdot \left(\frac{G_f}{d}\right)^{0,18} \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad (10)$$

Para validação/verificação da equação proposta foram comparados resultados de cargas de rotura de alguns estudos experimentais com a equação proposta, como se pode observar na Tabela 18. Esses valores de carga de rotura experimentais foram ainda comparados com as previsões do EC2 [1] e MC2010 [2], com nível de aproximação 2.

Tabela 4: Comparação de cargas de rotura experimentais com diversas equações.

Autor	Modelo	V _{EXP} [kN]	V _{EXP} /V _{MC2010}	V _{EXP} /V _{EC2}	V _{EXP} /V _{PROP}
Modelos experimentais	AR2	258	1,17	1,24	1,07
	AR9	251	1,16	1,23	1,06
	DF1	191	1,22	1,28	1,14
	DF4	199	1,10	1,15	1,09
	ID1	269	1,21	1,25	1,09
	PG11	763	1,12	0,97	1,01
	PG19	860	1,13	0,97	0,97
	PG20	1094	1,09	0,98	0,96
	PG2-b	439	1,01	0,74	0,74
	PG5	550	1,19	0,94	0,99
	PG3	2153	1,25	0,92	0,92
ND65-1-1	ND65-1-1	2050	1,07	1,04	0,98
	P200	904	1,07	1,18	1,20
Regan (1993) [16]	I/1	194	0,88	1,00	0,92
	I/2	176	1,00	1,18	1,10
	I/3	194	0,99	1,17	1,08
	I/4	194	0,98	1,17	1,05
	I/5	165	0,79	0,93	0,85
	I/6	165	1,07	1,24	1,18
	I/7	186	1,08	1,26	1,14
Tolf (1988) [17]	S2,1	603	0,88	0,90	0,86
	S2,2	600	0,90	0,92	0,89
	S2,3	489	0,99	0,96	0,91
	S2,4	444	0,92	0,90	0,86
Shaefers (1984) [18]	0	280	1,22	1,25	1,09
	3	460	1,16	1,12	1,04
Ladner et al. (1970/1973/1977) [18]	P1	1662	1,47	1,33	1,24
	M1	362	1,21	1,29	1,07
	DA 6	183	1,39	1,28	1,14
	DA 10	281	1,56	1,57	1,38
	DA 11	324	1,43	1,44	1,28
Moe (1961) [18]	S1-60	389	1,21	1,31	1,11
	S2-60	356	1,02	1,10	0,94
	S3-60	364	0,96	1,02	0,86
	S4-60	334	0,82	0,84	0,71
	S1-70	393	1,26	1,30	1,09
	S5-60	343	1,19	1,28	1,09
	S5-70	378	1,36	1,40	1,18
	R1	312	1,21	1,12	1,10
	R2	394	1,22	1,16	1,14
	H1	372	1,03	1,19	0,99
Kinnunen/Nylander (1960) [18]	M1A	433	1,23	1,27	1,09
	IA15a-5	255	1,14	1,11	0,95
	IA15a-6	275	1,25	1,21	1,05
	IA15c-11	334	1,06	1,01	0,85
	IA15c-12	332	1,09	1,04	0,89
	IA30a-24	430	1,22	1,24	1,09
	IA30a-25	408	1,19	1,22	1,07
	IA30c-30	491	1,15	1,18	1,00
	IA30c-31	540	1,28	1,31	1,12
	IA30d-32	258	1,03	1,00	0,87
	IA30d-33	258	1,01	0,97	0,85
	IA30e-34	332	1,03	1,05	0,91
	IA30e-35	332	1,03	1,05	0,92
		Média	1,12	1,13	1,02
		Desv. Pad	0,16	0,17	0,13
		COV	0,140	0,146	0,130

Verificou-se que a relação média das cargas de rotura experimentais e as previstas pela equação proposta resultou em 1.02 com um COV de 0.13, obtendo-se assim uma boa aproximação. As previsões do EC2 [1] e MC2010 [2] foram um pouco mais conservadoras, resultando numa relação média de 1.12 e 1.13 e COVs de 1.17 e 1.16, respetivamente. Os resultados das normas apresentados foram muito próximos quando se esperava uma abordagem mais conservativa da parte do MC2010 [2], devido ao nível de aproximação utilizado neste estudo. Este facto pode ser justificado pelo facto da limitação da parcela $\left(1 + \sqrt{200/d}\right)$ a 2, sendo muito dos modelos limitados devido à espessura não perfazer os 200 mm.

3.4 Observações gerais

Nesta secção apresentam-se as principais observações retiradas dos resultados provenientes do estudo paramétrico.

Observou-se que de modo geral, com o aumento dos valores dos parâmetros envolvidos neste estudo, percentagem de armadura longitudinal, classe de resistência do betão, espessura da laje e dimensão do pilar, a resistência ao punçamento dos modelos também aumentou.

Da comparação dos resultados obtidos na modelação numérica, para a carga de rotura ao punçamento, com a equação prevista no EC2 [1] obtiveram-se de modo geral boas aproximações, sendo este, na generalidade dos casos, ligeiramente conservativo. Quanto às recomendações preconizadas no MC2010 [2] os resultados foram satisfatórios, embora neste caso os valores resultantes terem sido mais conservativos do que no caso do EC2 [1].

A proposta de alteração da equação prevista no EC2 [1] apresentou valores mais próximos dos resultados experimentais comparados, contemplando também a energia de fratura do betão. Como a energia de fratura tem um papel fundamental na simulação da abertura de fendas no betão esta equação poderia vir a ser considerada para a previsão de cargas de rotura ao punçamento, para lajes sem armadura específica de punçamento.

4. Agradecimentos

Este trabalho foi elaborado no âmbito do projecto FLAT - Comportamento de Lajes Fungiformes Sujeitas a Acções Cíclicas e Sísmicas (PTDC/ECM/114492/2009), com o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia -Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Este projecto sobre o comportamento de lajes fungiformes sob a acção de cargas gravíticas e sísmicas deu já origem a várias publicações [4-7,19-38], servindo estas de meio de divulgação da investigação realizada.

Bibliografia

- [1] NP EN 1992-1-1 – *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios.* 2010.
- [2] Fédération Internationale du Béton: *Model Code 2010. First complet draft.* Bulletin 56. Volume 2. Lausane. 2010.
- [3] RAMOS, A. M. P. – *Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas.* Tese apresentada no Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil, Março de 2003.
- [4] RAMOS, A. M. P. e LÚCIO, V. - *Post-Punching Behaviour of Prestressed Concrete Flat Slabs.* Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, 60, no. 4, Maio, 2008.
- [5] RAMOS, A. P., LÚCIO, V e REGAN, P.E. - *Punching of flat slabs with in-plane forces,* Engineering Structures, Volume 33, Issue 3 , Março, 2011.
- [6] FARIA, D.; LÚCIO, V.; RAMOS, A. – *Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding.* Engineering and Structures, Volume 33, Junho 2011, págs. 2025-2043.
- [7] INÁCIO, M.; RAMOS, A.; FARIA, D. – *Strengthening of flat slabs with transverse reinforcement by introduction of steel bolts using different anchorage approaches.* Engineering and Structures, Volume 44, Novembro 2012, págs. 63-77.
- [8] GUIDOTTI, R. – *Poinçocement des Planchers – dalles avec collones superposes fortement sollicitees.* Tese de doutoramento. Escola Politécnica de Lausane, Suiça. 2010.
- [9] GUANDALINI, S. – *Poïçonnement Symetrique des dalles en Beton Arme.* Tede se Doutoramento. Escola Politécnica de Lausane, Suiça. 2006.
- [10] TOMASZEWICK, A. – *High-strength concrete – SP2-plates and sheets, report 2.3. Punching shear capacity of reinforced concrete slabs.* Noruega. 1993.
- [11] LI, K. – *Influence of size on punching shear strength of concrete slabs.* Tese de Mestrado. Universidade de McGill, Montreal, Canadá. 2000.
- [12] CEB-FIP; Fédération Internationale du Béton – *Model Code 1990 – Design Code.* Lausanne, 1993.
- [13] INÁCIO, R. – *Análise Numérica do Punçoamento em Lajes Fungiformes.* Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Monte da Caparica, 2010.
- [14] NOGUEIRA, J. P. M. - *Modelação numérica do punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos.* Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011.
- [15] MUTTONI, A. – *Punching Shear of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement.* ACI Structural Journal. 2008, págs. 440-450.

- [16] REGAN, P *et al.* – *Behaviour of high strength concrete slabs*. *Concrete 2000*. 2000 págs 761-773.
- [17] TOLF, P. – *Plattjocklekens inverkan pa betongplattors halfasthet vid genomstansning*. *Bulletin 146*. Royal Institute of Technology. Stockholm. 64 páginas.
- [18] Fédération Internationale du Béton – *Punching of structural concrete slabs*. Technical report prepared by CEB/FIP Task Group. Bulletin 12, 2001.
- [19] FARIA, D., BISCAIA, H., LÚCIO, V. e RAMOS, A – *Punching of reinforced concrete slabs and experimental analysis and comparison with codes*. Proceedings of IABSE-Fib Codes in Structural Engineering – Developments and Needs for International Practice, Cavtat, Dubrovnik, Croácia, Maio 2010.
- [20] GOMES, J. e RAMOS, A. *Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes Reforçadas com Armadura Transversal Aderente Pós-Instalada*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [21] PAIAS, J. e RAMOS, A. - *Estudo Experimental do Punçoamento em Lajes de Betão Reforçado com Fibras de Aço*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2010, Lisboa, Novembro, 2010.
- [22] FARIA, D., BISCAIA, H., LÚCIO, V. e RAMOS, A - *Material and geometrical parameters affecting punching of reinforced concrete flat slabs with orthogonal reinforcement*. Short Paper, fib Symposium PRAGUE 2011 – Concrete Engineering for Excellence and Efficiency, Praga, República Checa, Junho 2011.
- [23] RAMOS, A., LÚCIO, V., FARIA, D. e INÁCIO, M. - *Punching Research at Universidade Nova de Lisboa*. Design Of Concrete Structures and Bridges Using Eurocodes, Bratislava, Eslováquia, Setembro 2011.
- [24] FARIA, D., LÚCIO, V., e RAMOS, A. - *Pull-out and push-in tests of bonded steel strands*. Magazine of Concrete Research, Thomas Telford, Volume 63, Issue 9, pp 689-705, September, 2011.
- [25] FARIA, D., INÁCIO, M., LÚCIO, V. e RAMOS, A. - *Punching of Strengthened Concrete Slabs – Experimental Analysis and Comparison with Codes*, IABSE, Structural Engineering International, No. 2 – “Codes of Practice in Structural Engineering”, Maio 2012.
- [26] GOMES, J. e RAMOS, A. P. - *Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 1)*. Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 23-33.
- [27] GOMES, J. e RAMOS, A. P. - *Punçoamento em Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos Transversais Aderentes (Parte 2)*. Revista Internacional Construlink, Nº 30, Junho de 2012, Vol. 10, 34-43.
- [28] FARIA, D., LÚCIO, V., e RAMOS, A., *Post-Punching Behaviour of Flat Slabs Strengthened with a New Technique using Post-Tensioning*, Engineering Structures, Volume 40, Julho 2012, pp 382-397.

- [29] MAMEDE, N., RAMOS, A. e FARIA, D. - *Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao Punçamento de lajes fungiformes*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [30] FARIA, D.; LÚCIO, V. e RAMOS, A. - *Reforço de lajes com recurso a pós-tensão com ancoragens por aderência*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [31] INÁCIO, M.; RAMOS, A.; LÚCIO, V. e FARIA, D. - *Punçamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos – efeito da área e posicionamento da ancoragem*, Encontro Nacional Betão Estrutural 2012, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro de 2012.
- [32] MONTEIRO AZEVEDO, N. e LEMOS, V. , - *A 3D generalized rigid particle contact model for rock fracture*, *Engineering Computations*, Vol 30 (2), 2013, pp. 277-300.
- [33] CLÉMENT, T., RAMOS, A. P., FERNÁNDEZ RUIZ, M. e MUTTONI, A. - *Design for punching of prestressed concrete slabs*. *Structural Concrete*, 14: 157–167. 2013.
- [34] MAMEDE, N.; RAMOS, A., FARIA, D. – *Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement*. *Engineering and Structures*, Volume 48, Março 2013, p. 442-457.
- [35] INÁCIO, M.; RAMOS, A., LÚCIO, V. e FARIA, D. - *Punching of High Strength Concrete Flat Slabs - Experimental Investigation*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, 4p, Tel Aviv, Abril de 2013.
- [36] FARIA, D.; LÚCIO, V. e RAMOS, A. - *Development of a Design Proposal for a Slab Strengthening System using Prestress with Anchorages by Bonding*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.
- [37] GOUVEIA, N.; FERNANDES, N., FARIA, D.; RAMOS A. e LÚCIO, V. - *Punching of Steel Fibre Reinforcement Concrete Flat Slabs*, Proceedings of fib symposium Tel Aviv 2013, Tel Aviv, Abril 2013.
- [38] SILVA, R.; FARIA, D.; RAMOS, A.; INÁCIO, M. - *A physical approach for considering the anchorage head size influence in the punching capacity of slabs strengthened with vertical steel bolts*, *Structural Concrete*, Junho, 2013.