

## **Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes**



**Nuno Mamede<sup>1</sup>**



**António Ramos<sup>2</sup>**



**Duarte Faria<sup>3</sup>**

### **RESUMO**

Neste trabalho apresenta-se o estudo paramétrico, recorrendo a análise numérica, do punçoamento em lajes fungiformes sem armadura específica de punçoamento. O estudo foi realizado com recurso ao *software* ATENA 3D, que permite uma abordagem não linear dos materiais. Foram modelados numericamente treze laje experimentais previamente ensaiadas, em laboratório, de forma a se compararem resultados e se obter validação dos modelos numéricos. Posteriormente, procedeu-se a um estudo paramétrico onde foram desenvolvidos 360 modelos numéricos com características diferentes, sendo alterados os seguintes parâmetros: percentagem de armadura longitudinal, espessura da laje, classe de resistência do betão e dimensão do pilar. As principais conclusões obtidas apontam para a capacidade de resistência ao punçoamento aumentar com o aumento da percentagem de armadura longitudinal e da classe de resistência do betão, tal como com o aumento da espessura da laje e da dimensão do pilar. Foi também demonstrado que os valores de resistência ao punçoamento obtidos numericamente foram próximos dos valores previstos segundo o EC2 [1] e o Model Code 2010 [2]. Foi ainda proposta uma alteração à equação que prevê a resistência ao punçoamento presente no EC2 [1], onde o parâmetro efeito de escala foi substituído por parâmetros dependentes da energia de fratura mecânica, tornando possível a sua aplicação em lajes com diferentes tipos e tamanhos de agregados.

**Palavras-chave: Punçoamento, Estudo Paramétrico, Betão Armado, Lajes Fungiformes**

### **1. INTRODUÇÃO**

As lajes fungiformes apoiam-se diretamente nos pilares, dispensando o uso de vigas no interior dos edifícios, conferindo aos espaços uma grande versatilidade. Estes elementos estruturais caracterizam-se por serem de simples, rápida e económica execução. Contudo, a elevada flexibilidade

---

<sup>1</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Caparica, Portugal. nunofsmamede@hotmail.com

<sup>2</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Caparica, Portugal. ampr@fct.unl.pt

<sup>3</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Caparica, Portugal. duamvf@gmail.com

## *Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes*

quando sujeitas a ações horizontais, a altas deformações e a concentração de esforços, flexão e corte, junto aos pilares são as principais condicionantes deste tipo de laje.

O punçoamento é um dos fenômenos mais complexos em lajes fungiformes de betão armado, uma vez que ocorre numa zona de descontinuidade geométrica, onde se dá uma grande concentração de tensões, nomeadamente na ligação laje-pilar.

A simulação de estruturas de betão armado através de elementos finitos tornou-se numa importante ferramenta da engenharia para prever e analisar comportamentos. A capacidade de prever o comportamento dos materiais de forma não linear, essencialmente o betão, permite que de uma forma económica e rápida se analise um grande número de modelos, dependendo da capacidade computacional. A possibilidade de estudar a influência de vários parâmetros de um fenómeno como o punçoamento recorrendo a análise numérica evita o dispendioso processo para um idêntico estudo recorrendo a modelos reais com ensaios em laboratório experimental.

Neste estudo pretende-se analisar a influência de vários parâmetros que condicionam a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes, nomeadamente a espessura da laje (entre 200 e 350 mm), a percentagem geométrica de armadura longitudinal (de 0,5% a 2,0%), a resistência à compressão do betão (entre 20 e 40 MPa) e a dimensão do pilar (entre 200 e 400 mm). Apresenta-se a comparação dos resultados numéricos com as previsões do EC2 [1] e do MC2010 [2] e uma proposta de alteração à equação que prevê a resistência ao punçoamento presente no EC2 [1], substituindo-se o parâmetro do efeito de escala por parâmetros dependentes da energia de fratura mecânica.

## **2. SOFTWARE ATENA3D**

O *software* de elementos finitos utilizado para se proceder à análise numérica do estudo desenvolvido foi o ATENA 3D, *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*. Este utiliza modelos constitutivos do comportamento não linear do betão que permitem uma simulação realística do comportamento das estruturas em condições de cargas serviço e últimas. O betão foi simulado com base numa combinação de um modelo de plasticidade para o comportamento à compressão e um modelo de fratura para o comportamento à tração [3]. O modelo de fendilhação adotado para este estudo baseou-se numa combinação entre o *rotated crack model* e o *fixed crack model*, o betão foi simulado através de elementos do tipo *brick* (ou hexaedros – 8 nós de integração). A armadura longitudinal foi simulada através de elementos barra adotando-se um comportamento tensão-deformação bilinear. A aderência entre as armaduras longitudinais e o betão foi admitida como perfeita – *Perfect Bond*.

Nesta análise numérica, a carga foi incrementada por prescrição de deslocamento no pilar, 0.1 mm por passo de cálculo, que foi aplicado por meio uma placa de aço. O método Newton-Raphson foi utilizado no processo iterativo para cálculo das soluções. Erro de deslocamento, erro residual, erro residual absoluto e erro de energia foram os critérios de convergência utilizados na obtenção das soluções numéricas. A malha dos elementos finitos foi refinada na zona junto ao pilar, zona crítica, enquanto a restante malha foi definida como mais grosseira. Para aproveitar a simetria e por simplificação os modelos numéricos apenas contemplavam ¼ da laje.

## **3. CALIBRAÇÃO – BENCHMARK**

### **3.1 Modelos experimentais**

Treze modelos experimentais de laje fungiforme, quadrados em planta, foram simulados numericamente de modo a se obter validação dos modelos numéricos. Os modelos AR2, AR9, DF1, DF4 e ID1 pertencem a investigação previamente desenvolvida pela equipa de investigação da qual os autores fazem parte. Os modelos PG11, PG19 e PG20 são parte de um estudo desenvolvido por

Guidotti [4], as lajes PG2-b, PG5 e PG3 foram testadas por Guandalini [5]. As lajes ND65-1-1 e P200 foram analisadas por Tomaszewick [6] e Li [7], respetivamente.

Nas lajes AR2 e AR9, a carga vertical foi aplicada por dois macacos hidráulicos posicionados debaixo da laje do laboratório. A carga foi transferida para a laje por oito cabos de pré-esforço e um sistema perfis metálicos. O pilar foi simulado por uma placa de aço de secção quadrada, que serviu também como suporte do modelo. Os modelos PG11, PG19, PG20, PG2-b e PG5 foram ensaiados de forma similar às lajes anteriores, mas neste caso foram utilizados quatro macacos hidráulicos. Nas lajes DF1, DF4, ID1 e PG3 a carga foi aplicada através de um macaco hidráulico que simulava o pilar e estavam ligadas à laje do laboratório por meio de oito cabos pré-esforçados, exceto no modelo PG3 em que foram utilizados dois macacos hidráulicos na aplicação da carga. Na laje ND65-1-1 a carga foi transferida por um macaco hidráulico e a laje suportada ao longo do seu contorno. O modelo P200 foi ensaiado invertidamente, estando o modelo apoiado numa estrutura metálica ao longo dos seus bordos e a carga foi aplicada sobre o pilar. A espessura,  $h$ , o comprimento lateral,  $l$ , a dimensão lateral dos pilares (todos de secção quadrada),  $b$ , e a altura útil média,  $d$ , dos modelos experimentais podem observar-se no Quadro 1.

No Quadro 1 apresentam-se também as características geométricas juntamente com as do betão. Os valores médios da resistência à compressão do betão em cubos,  $f_{ccm}$ , foram obtidos experimentalmente. A resistência à compressão do betão em cilindros,  $f_{cm}$ , foi considerada como 80% de  $f_{ccm}$ , enquanto a resistência à tração do betão,  $f_{ctm}$ , e o módulo de elasticidade,  $E_c$ , foram obtidos através das relações presentes no EC2 [1], segundo as Eqs. (1) e (2). A energia de fratura do betão,  $G_F$ , foi obtida segundo o recomendado no Model Code 1990 [8], apresentado nas Eqs. (3) a (5). Uma vez que foram utilizados agregados de origem calcária na produção do betão foi considerada uma redução de 10% no valor do módulo de elasticidade, como recomendado no EC2 [1]. No Quadro 1 apresentam-se ainda as dimensões máximas dos agregados,  $d_g$ .

$$f_{ctm} = 0,30 \times (f_{cm} - 8)^{2/3} \quad (1)$$

$$E_c = 9,923 \times f_{cm}^{0.3} \quad (2)$$

$$G_F = G_{F0} \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} [N/m] \quad (3)$$

$$\text{Onde: } f_{cm0} = 10 \text{ MPa} \quad (4)$$

$$G_{F0} = \begin{cases} 0,025; d_g = 8 \text{ mm} \\ 0,030; d_g = 16 \text{ mm} \\ 0,058; d_g = 32 \text{ mm} \end{cases} \quad Nmm/mm^2 \quad (5)$$

A tensão de cedência do aço,  $f_{sy}$ , e a tensão de rotura do aço,  $f_{su}$ , relativos aos varões utilizados e a composição da armadura longitudinal superior e inferior apresentam-se no Quadro 2. De modo a clarificar, a armadura superior do modelo PG11 era composto por varões de 18 mm e 16 mm alternados a cada 290 mm. A laje ND65-1-1 era composta com armaduras superiores com espaçamentos diferentes em cada direção ortogonal e não foi providenciada qualquer armadura inferior. A armadura inferior do modelo P200 era composta por apenas um varão em cada direção junto à zona do pilar. Todos os outros modelos eram compostos por armadura superior e inferior nas duas direções ortogonais.

Na Fig. 1 apresentam-se os pontos onde foram lidos os deslocamentos nos modelos experimentais, através da instalação de deflectómetros. As cargas foram obtidas com recurso a células de carga. Os deflectómetros foram instalados ao longo da laje nas duas direções ortogonais, mas, neste trabalho, por razões de simplificação apenas uma linha de resultados é apresentada. Os pontos d1 a d5 correspondem aos pontos de leitura das lajes das séries AR, DF e ID. Os deslocamentos associados às

*Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes*

lajes da série PG correspondem ao ponto de monitorização denominado  $d_{pg}$ . Contudo, não se teve acesso a dados referentes a deslocamentos das lajes ND65-1-1 e P200.

Quadro 1. Características geométricas e do betão dos modelos experimentais.

Modelo	h [mm]	l [mm]	b [mm]	d [mm]	$f_{ccm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_c$ [GPa]	$G_F$ [N/m]	$d_g$ [mm]
AR2	100	2300	200	80	48,9	39,1	3,0	29,8	78	16
AR9	100	2300	200	80	46,4	37,1	2,8	29,3	75	16
DF1	100	2300	200	69	31,0	24,8	2,0	26,0	57	16
DF4	120	2300	200	88	24,7	19,8	1,6	24,3	48	16
ID1	120	1800	200	87	49,2	39,8	3,0	30,0	79	16
PG11	250	3000	260	208	-	31,5	2,5	33,2	67	16
PG19	250	3000	260	206	-	46,2	3,2	32,7	88	16
PG20	250	3000	260	201	-	51,7	3,4	33,9	95	16
PG2-b	250	3000	260	210	-	40,5	3,0	34,7	80	16
PG5	250	3000	260	210	-	29,3	2,3	26,8	64	4
PG3	500	6000	520	456	-	32,4	2,1	31,8	68	16
ND65-1-1	320	3000	200	275	-	64,3	4,3	38,1	110	16
P200	240	725	200	200	-	39,5	3,3	29,9	97	20

Quadro 2. Características e composição das armaduras longitudinais.

Modelo	$\phi$ Inferior		$\phi$ Superior		Armadura Superior	Armadura Inferior
	$f_{sy}$ (MPa)	$f_{su}$ (MPa)	$f_{sy}$ (MPa)	$f_{su}$ (MPa)		
AR2	639	732	523	613	$\phi 10//60$ mm	$\phi 06//200$ mm
AR9	555	670	481	633	$\phi 10//60$ mm	$\phi 06//200$ mm
DF1	537	656	541	637	$\phi 10//60$ mm	$\phi 06//200$ mm
DF4	561	678	537	648	$\phi 10//75$ mm	$\phi 06//200$ mm
ID1	588	697	445	582	$\phi 10//75$ mm	$\phi 06//200$ mm
PG11	531	-	538	-	$\phi 18$ & $\phi 16 //290$ mm	$\phi 08//145$ mm
PG19	500	-	551	-	$\phi 16//125$ mm	$\phi 10//125$ mm
PG20	500	-	510	-	$\phi 20//100$ mm	$\phi 10//100$ mm
PG2-b	500	-	552	-	$\phi 10//150$ mm	$\phi 08//150$ mm
PG5	500	-	555	-	$\phi 10//115$ mm	$\phi 08//115$ mm
PG3	500	-	520	-	$\phi 16//135$ mm	$\phi 10//135$ mm
ND65-1-1	-	-	500	-	$\phi 25//60$ mm (X) $\phi 25//120$ mm (Y)	-
P200	-	-	465	-	$\phi 12//120,8$ mm	2 $\phi 16$

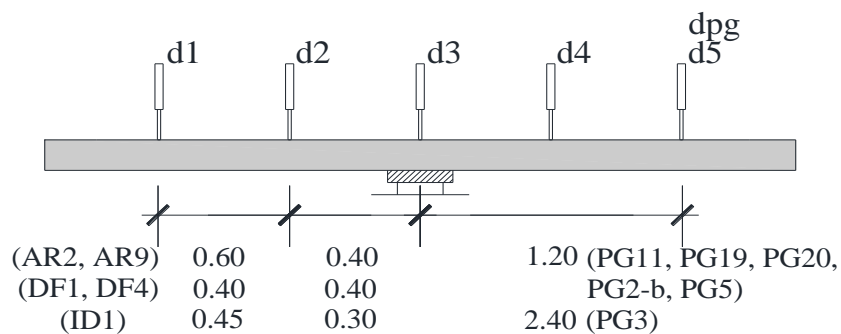


Figura 1. Posicionamento dos deflectómetros nas lajes ensaiadas experimentalmente.

## 3.2 Deslocamentos

### 3.2.1 Deslocamentos verticais

Na Fig. 2 apresentam-se algumas relações força/deslocamento obtidas na face superior das lajes experimentais modeladas numericamente. Visto que, os modelos numéricos apenas contemplavam  $\frac{1}{4}$  da laje, os deslocamentos nas séries AR, DF e ID apresentados correspondem à média dos deslocamentos correspondentes em cada ponto, em que d1 é a média dos deslocamentos lidos nos pontos de monitorização 1 e 5, enquanto d2 representa a média dos deslocamentos lidos em 2 e 4. Os deslocamentos das séries PG foram retirados do ponto de monitorização  $d_{pg}$ .

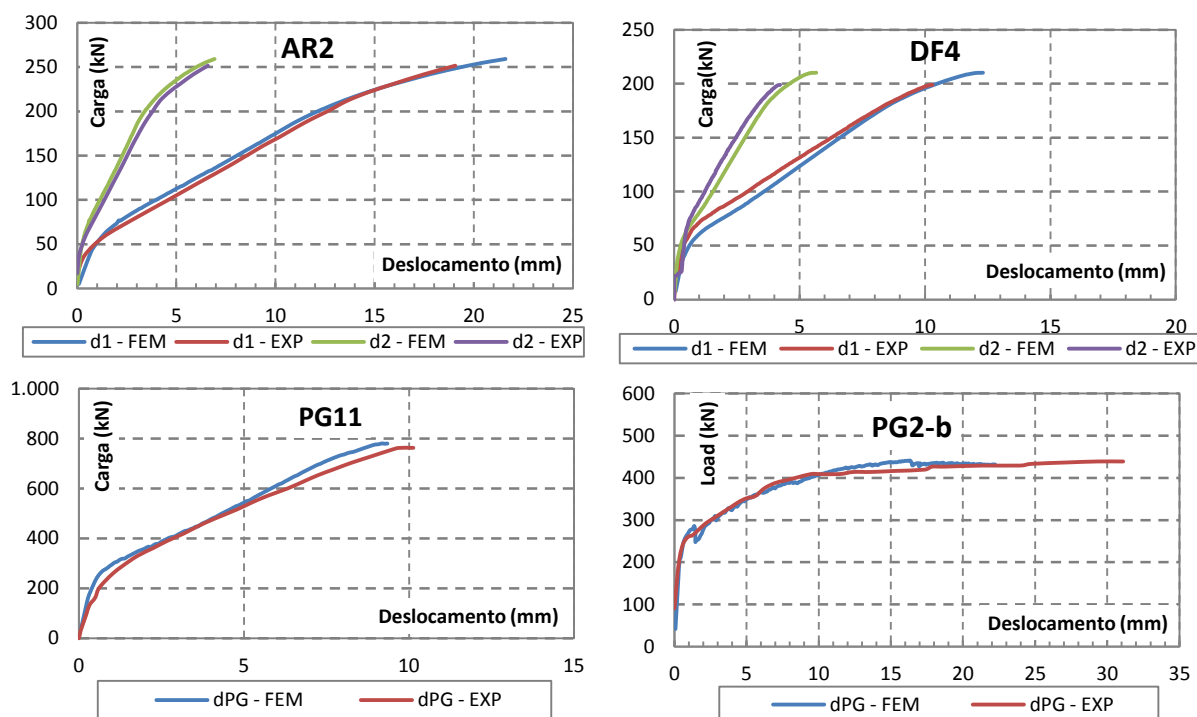


Figura 2. Relação força-deslocamento – EXP vs FEM.

Os deslocamentos previstos pelos modelos numéricos apresentaram boa concordância com os experimentais. Para todos os modelos o modo final de rotura foi ao punçoamento. No entanto, de acordo com Guandalini [5], as lajes PG2-b e PG5 atingiram o seu patamar plástico e a rotura por punçoamento ocorreu com grandes deformações plásticas – rotura mista flexão-punçoamento. Assim, e nestes casos particulares, as análises numéricas não conseguiram reproduzir com grande precisão as deformações finais.

### 3.2.2 Cargas de rotura

No Quadro 3 apresentam-se as cargas de rotura experimentais,  $V_{EXP}$ , numéricas,  $V_{FEM}$ , e previstas de acordo com o EC2 [1] ( $V_{Rm,EC2}$ ) e o MC2010 [2] ( $V_{Rm,MC2010}$ ), e ainda as relações entre estas. Na equação referente ao EC2 [1] não se limitou o parâmetro efeito de escala  $k$  a 2 e a previsão da resistência ao punçoamento segundo o MC2010 [2] foi relativa ao nível de aproximação II.

As cargas de rotura previstas nos modelos numéricos resultaram numa boa aproximação quando comparadas com as experimentais, tendo sido ligeiramente sobrestimadas, na maioria dos modelos. A média da relação entre  $V_{FEM}$  e  $V_{EXP}$  foi de 0.96 com um coeficiente de variação (COV) de 0.05. A previsão do EC2 [1] para o punçoamento também está de acordo com os resultados numéricos, resultando a média da relação  $V_{Rm,EC2}/V_{FEM}$  em 1.01 com um COV de 0.13. Quanto ao MC2010 [2] as cargas de rotura previstas foram subestimadas, no qual resultou uma relação média  $V_{Rm,MC2010}/V_{FEM}$  em 0.85 com COV de 0.08.

*Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes*

Quadro 3. Comparação das cargas experimentais, numéricas e previstas nas normas.

<b>Modelo</b>	<b>V<sub>EXP</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>FEM</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rm,EC2</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rm,MC2010</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>EXP</sub>/V<sub>FEM</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rm,EC2</sub>/V<sub>FEM</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rm,MC2010</sub>/V<sub>FEM</sub> (kN)</b>
<b>AR2</b>	258,0	259,1	268,4	221,1	1,00	1,03	0,85
<b>AR9</b>	251,0	260,6	263,7	215,5	0,96	1,01	0,83
<b>DF1</b>	191,0	218,9	202,0	156,0	0,87	0,96	0,74
<b>DF4</b>	199,0	210,0	217,0	180,1	0,95	1,02	0,86
<b>ID1</b>	269,0	297,4	270,9	222,4	0,90	0,91	0,75
<b>PG11</b>	763,3	780,8	784,6	683,7	0,98	1,00	0,88
<b>PG19</b>	860,0	914,4	882,7	757,9	0,94	0,97	0,83
<b>PG20</b>	1094,0	1166,8	1111,8	999,6	0,94	0,95	0,86
<b>PG2-b</b>	438,7	441,2	590,0	435,3	0,99	1,34	0,99
<b>PG5</b>	550,0	542,0	585,0	461,7	1,01	1,08	0,85
<b>PG3</b>	2153,0	2117,2	2347,6	1716,9	1,02	1,11	0,81
<b>ND65-1-1</b>	2050,0	2041,2	1966,8	1910,7	1,00	0,96	0,94
<b>P200</b>	904,0	992,0	763,0	841,0	0,91	0,77	0,85
				<b>Média</b>	0,96	1,01	0,85
				<b>COV</b>	0,05	0,13	0,08

## 4. ESTUDO PARAMÉTRICO

### 4.1 Descrição dos modelos Numéricos

Para o estudo paramétrico foram produzidos 360 modelos numéricos simulando a zona junto a um pilar interior limitada pela zona de momentos nulos. No decorrer do estudo paramétrico, as hipóteses geométricas e dos materiais foram tomadas de acordo com o descrito na secção 2.

Foram estudadas cinco espessuras de laje (200, 225, 250, 300 e 350 mm). As dimensões dos modelos foram obtidas com base na esbelteza para lajes fungiformes,  $h=L/30$  (onde L é o comprimento do vão), e considerando  $0.22L$  como a distância entre o pilar e a zona onde os momentos fletores são nulos. As três dimensões de pilares de seção quadrada consideradas foram (300, 400 e 500 mm).

Foram consideradas resistências do betão de 20, 25, 30 e 40 MPa. No Quadro 4 apresentam-se as propriedades do betão, tidas em conta no estudo desenvolvido, nomeadamente a resistência à compressão do betão,  $f_c$ , a resistência à tração,  $f_{ct}$ , o módulo de elasticidade,  $E_c$  e a energia de fratura,  $G_F$ .

Quadro 4. Propriedades do betão utilizado na análise numérica.

<b>f<sub>c</sub> (MPa)</b>	20	25	30	40
<b>f<sub>ct</sub> (MPa)</b>	2,2	2,6	2,9	3,5
<b>E<sub>c</sub> (GPa)</b>	30	31	33	35
<b>G<sub>F</sub> (N/m)</b>	50	57	65	80

A percentagem de armadura longitudinal foi tida em conta neste estudo com os seguintes valores: 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50 e 2.00%. A armadura longitudinal inferior consistia numa malha com varões espaçados a cada 200 mm e os diâmetros definidos segundo a respetiva armadura mínima, calculada segundo as recomendações do EC2 [1].

## 4.2 Resultados da análise paramétrica

### 4.2.1 Percentagem de armadura longitudinal

A percentagem de armadura longitudinal,  $\rho$ , tem uma influência significativa na capacidade de resistência ao punçoamento. Como pode ser observado na Fig. 3, com o aumento da percentagem longitudinal de armadura a resistência ao punçoamento também aumenta, aproximadamente proporcional à raiz cúbica de  $\rho$ . Da função associada à regressão potencial efetuada, o valor médio do expoente que a caracteriza resultou em 0.35, aproximando-se do previsto segundo o EC2 [1]. A percentagem de armadura tem, também, uma grande influência no comportamento dos modelos. Ao se aumentar a percentagem de armadura a ductilidade diminui, tal como ilustrado na Fig. 3, no gráfico da direita. Com o aumento da percentagem de armadura aumenta a rigidez após a fendilhação, este aumento conduz os modelos a maior resistência ao punçoamento mas com modos de rotura mais frágeis.

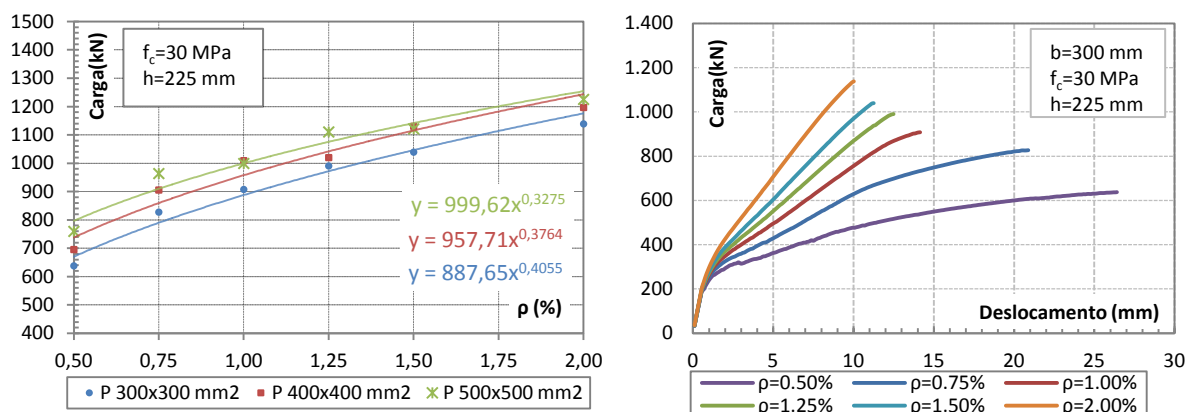


Figura 3. Influência da percentagem de armadura na resistência ao punçoamento e o seu comportamento.

### 4.2.2 Altura útil

A altura útil média foi definida segundo a espessura dos modelos e o posicionamento da armadura longitudinal. Como demonstrado na Fig. 4, pode observar-se que com o aumento da altura útil dá-se um aumento da resistência ao punçoamento. No gráfico da direita, com o comportamento dos modelos força-deslocamento, pode observar-se que com o aumento da altura útil a fase elástica dos modelos prolonga-se até cargas superiores, retardando o início da fendilhação. Na fase seguinte, verifica-se que a rigidez aumenta ligeiramente e que os deslocamentos finais são praticamente insensíveis à variação deste parâmetro, à medida que se dá o aumento da altura útil.

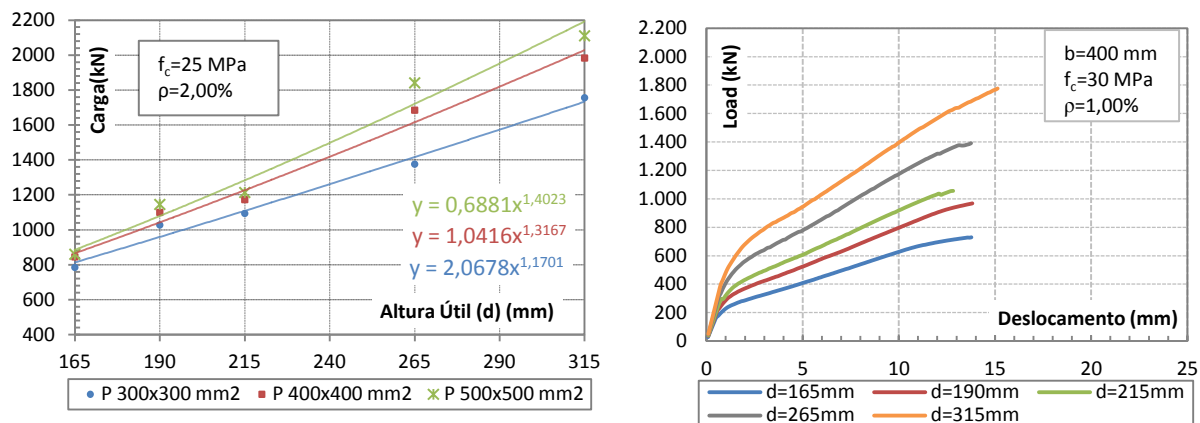


Figura 4. Influência da altura útil na resistência ao punçoamento e o seu comportamento.

#### 4.2.3 Resistência do betão

Ao se aumentar a resistência de betão os modelos numéricos apresentaram um aumento da resistência ao punçoamento, como apresentado na Fig.5. Com base na análise de regressão potencial efetuada, a média dos expoentes das funções que caracterizam a evolução da resistência ao punçoamento resultou em cerca de 0.41. Este valor encontra-se entre o preconizado no EC2 [1] (que é de 1/3) e no MC2010 [2] (que é de 1/2). Na Fig. 5, observa-se ainda que com o aumento da resistência do betão a fase elástica aumenta, no comportamento força-deslocamento, retardando a formação de fendas. Após a primeira fenda abrir as respostas dos modelos tendem a ser semelhantes, atingindo-se deslocamentos últimos superiores com o aumento da resistência do betão.

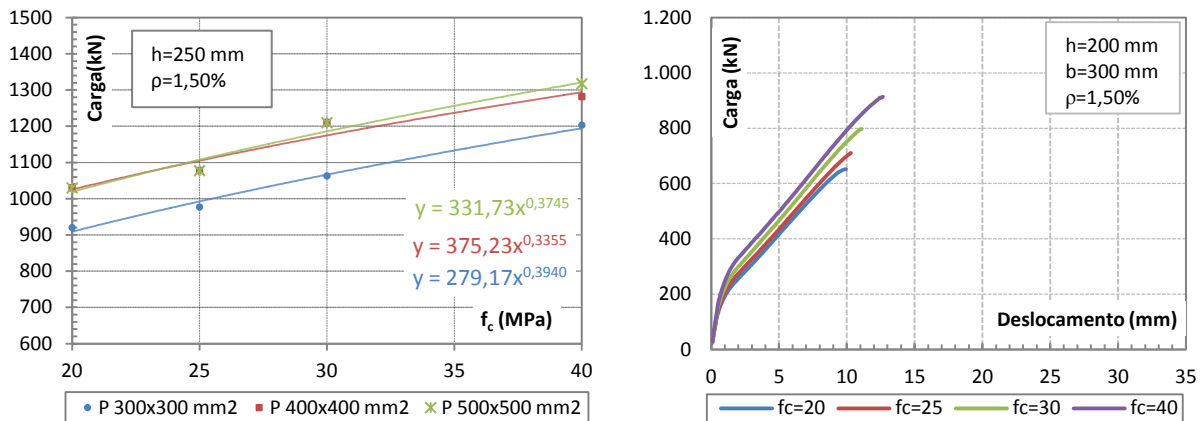


Figura 5. Influência da classe de resistência do betão na resistência ao punçoamento e o seu comportamento.

#### 4.2.4 Dimensão do pilar

Como se pode observar nas Figs. 3 a 5, ao se aumentar a dimensão dos pilares a previsão da resistência ao punçoamento aumenta. Na Fig. 6 apresenta-se a relação carga/deslocamento tendo em conta a variação da dimensão dos pilares. Observa-se que a evolução dos deslocamentos na previsão numérica é similar quando se varia a dimensão dos pilares, tanto antes como depois da fendilhação, aumentando ligeiramente a resistência ao punçoamento. Verifica-se, para a gama de dimensões de pilar estudadas, que os deslocamentos últimos são praticamente insensíveis à variação deste parâmetro.

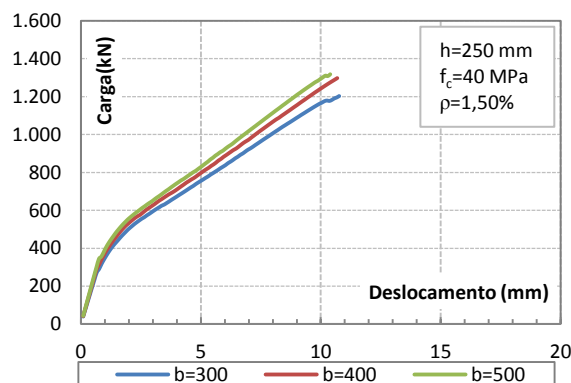


Figura 6. Influência da dimensão do pilar no comportamento ao punçoamento.

#### 4.2.5 Comparação das previsões numéricas e as preconizadas no EC2 e MC2010

Seguindo as expressões para a previsão da resistência ao punçoamento presentes no EC2 [1] e MC2010 [2] (nível de aproximação II) verificou-se que a previsão, segundo os modelos numéricos, teve tendência em atingir valores superiores que os previstos segundo o EC2 [1] e o MC2010 [2]. A média da relação entre a previsão segundo a análise numérica e o EC2 [1] resultou em 1.01 com um COV de 0.07. Os mesmos valores ao se compararem resultados numéricos com os previstos segundo o MC2010 [2] resultou em média 1.14, com um COV de 0.07. Observa-se assim, que as previsões segundo o MC2010 [2] são ligeiramente mais conservativas que as obtidas numericamente e segundo o EC2 [1], em termos médios.



## 5. EQUAÇÃO PARA PREVISÃO DA ROTURA AO PUNÇOAMENTO

Propõe-se uma alteração da expressão da previsão da resistência ao punçoamento, presente no EC2 [1], substituindo o parâmetro efeito de escala por parâmetros dependentes da energia de fratura mecânica. Para desenvolver a expressão foi necessário determinar a relação entre as cargas de rotura numéricas,  $V_{FEM}$  e  $G_F/d$ . Na Fig. 7 ilustra-se a carga normalizada segundo o EC2, Eq. (6), em função de  $G_F/d$ . Onde  $u_1$  refere-se ao perímetro de controlo a uma distância  $2d$  do pilar.

$$V_{Norm,EC2} = \frac{V_{FEM}}{0,18 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d} \quad (6)$$

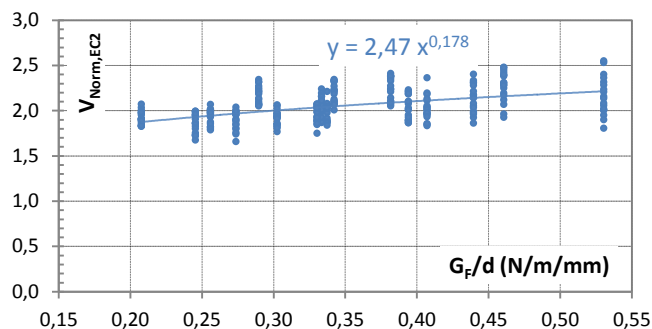


Figura 7. Relação da carga de rotura ao punçoamento normalizada segundo do EC2 e  $G_F/d$ .

Baseado na função de regressão potencial, como ilustrado na Fig. 7, a relação entre a carga normalizada e  $G_F$  assume-se, simplificando, como  $2.47(G_F/d)^{0.18}$ . Aplicando um fator de correção, 0.96, oriundo da média da relação entre as cargas experimentais e numéricas apresentadas no Quadro 3, apresenta-se na Eq. (7), a equação proposta para a previsão da resistência ao punçoamento sem armaduras de punçoamento, tendo em conta a contribuição do comportamento à tração do betão, através da sua energia de fratura ( $G_F$  em N/m).

$$V_{Prop.} = 0,42 \cdot \left(\frac{G_f}{d}\right)^{0,18} \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad (7)$$

Ao se comparar as previsões da resistência ao punçoamento obtidas com a nova expressão desenvolvida com os resultados da análise numérica obtiveram-se bons resultados, alcançando-se uma relação média  $V_{FEM}/V_{Prop.}$  1.01, com um COV de 0.08.

Com o objetivo de validar a equação proposta, foram comparadas as cargas de rotura ao punçoamento de diferentes campanhas experimentais (55 modelos comparados), de diversos investigadores, com a carga rotura ao punçoamento prevista segundo a expressão proposta, e segundo o preconizado no EC2 [1] e no MC2010 [2]. A média da relação das cargas de rotura experimentais com as previstas segundo a equação proposta, o EC2 [1] e o MC2010 [2] resultou em 1.02, 0.98 e 1.14, respetivamente. Verificou-se, assim, uma abordagem mais do lado da segurança da equação proposta quando comparada com o previsto segundo o EC2 [1], enquanto o MC2010 [2] sobrestima, mais uma vez, os valores da resistência ao punçoamento.

## CONCLUSÕES

Conclui-se, assim, que com uma análise não linear, numa abordagem tridimensional, é possível prever o comportamento de estruturas de betão armado de acordo com os resultados obtidos. Visto que os meios computacionais são cada vez mais evoluídos, análises numéricas não lineares podem tornar-se num meio relevante para o estudo de estruturas de betão armado, principalmente devido à sua economia, nomeadamente na poupança de materiais, maquinaria e meios humanos necessários para a sua elaboração.

*Análise do efeito de características mecânicas e geométricas que afetam o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes*

Verificou-se que a previsão numérica das cargas de rotura e do comportamento dos modelos das lajes de referência foram bons, havendo boa concordância entre estes e os experimentais. Relativamente ao estudo paramétrico, verificou-se que ao se aumentar a percentagem de armadura longitudinal a resistência ao punçoamento aumentou aproximadamente com a sua raiz cúbica, próximo do previsto segundo o EC2 [1]. Quando se avalia a influência da resistência do betão, as previsões numéricas da rotura ao punçoamento resultaram num valor proporcional a  $f_c^{0.41}$ , valor que está entre o recomendado no EC2 (1/3) e no MC2010 (1/2), o processo de fendilhação é retardado consoante se aumenta a classe de resistência do betão. Com o aumento da espessura da laje e da dimensão do pilar a resistência ao punçoamento aumenta.

Quanto à equação proposta, pode concluir-se que, esta permite ter em conta diretamente o tipo e dimensão dos agregados, conferindo à mesma um significado físico, tendo-se verificado que os resultados foram satisfatórios quando comparados com os resultados obtidos em diversos ensaios realizados por vários investigadores.

## **AGRADECIMENTOS**

Os ensaios experimentais foram realizados no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. A esta instituição agradecemos os meios colocados à disposição. Este trabalho recebeu ainda apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia – Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior através do Projeto PTDC/ECM/114492/2009.

Manifestamos igualmente reconhecimento à Concremat, S.A., pelo seu contributo à realização dos ensaios experimentais através da fabricação dos modelos ensaiados.

## **REFERÊNCIAS**

- [1] Instituto Português da Qualidade: NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projeto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, 2010.
- [2] Federation International du Beton. Model Code 2010, Final Draft, fib Bulletins N° 65 and 66, 2012.
- [3] Menétrey, P.; e William, K. J.: Triaxial Failure Criterion for Concrete and Its Generalization, ACI Structural Journal, Vol. 92, Maio-Junho, pp. 311-318, 1995.
- [4] Guidotti, R.: Poinçonnement des Planchers – dalles avec collones superposées fortement sollicitées, Ph D. Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2010.
- [5] Guandalini, S.: Poinçonnement Symétrique des dalles en Béton Armé, Ph D. Thesis, École Polytechnique de Lausanne, Switzerland, 2006.
- [6] Tomaszewick, A.: High-Strength Concrete – SP2-Plates and Shells, Report 2.3. Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs, Norway, 1993.
- [7] Li, K.: Influence of size on Punching Shear Strength of Concrete Slabs, Master Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 2000.
- [8] CEB-FIP: Model Code 1990 - Design Code, Lausanne, 1993.